フィードバック結合を含むニューラルネットワークの学習について*

加藤 泰久**・山本 裕***

On Learning Algorithms for Neural Networks with Feedback Connections*

Yasuhisa KATO** and Yutaka YAMAMOTO***

This paper presents a learning algorithm for neural networks having general feedback connections. Simulation results are presented to compare the algorithm with the existing backpropagation algorithm; the former is shown to have a greater capability in realizing complex tasks.

1. まえがき

ニューラルネットワークの学習過程の研究は Rosenblatt¹⁾ のパーセプトロンの研究に始まるといえる。しかしそれが現在の隆盛を見たのは Rumelhart ら²⁾ による、階層型のニューラルネットワークに対する学習アルゴリズム“誤差逆伝播法”(backpropagation) によるところが大きい。彼らはパーセプトロンの学習則を拡張することにより、多層型のネットワークが高い学習能力を持ち、Minsky ら³⁾ によって示されたパーセプトロンの限界が多層型ネットワークについては当てはまらないことを示した。その後、この学習法は様々な例に対して適用され(例えば参考文献4)), 盛んに研究されるに至っている。制御や信号処理の分野でも、すでにマニピュレータの運動制御や時系列の認識などに適用した例が数多く報告されている(参考文献5), 6) ほか。

逆伝播法はこのように多くの有利な特徴を持ち、しかも構造が簡単で利用し易い側面があるが、一方ニューラルネットワークをダイナミカルシステムとしてとらえてみると、様々な先験的な仮定が設けられていることに気付く。例えば各々の素子がシグモイド型の入出力特性を持つこと、システムが本質的に前向き型の信号伝播しか持

たず、フィードバック結合を許していないことなどである。特に後者はバックプロパゲーション法が成り立つために必要な仮定であり、これがないとニューラルネットワークの学習自体が不可能と思われる場合もある。しかしながら、系のパラメータを学習によって変更させ、望ましい特性を得ようとするのはなにも多層型ニューラルネットワークに限ったことではなく、これまでも制御の分野で行われてきたことであり、より一般的なネットワークに対して学習アルゴリズムを与えることはニューラルネットワークの性能を明らかにする上からも重要と考えられる。事実、河村⁷⁾ はこのような観点に立ち、非線形システムに対する一般的な学習アルゴリズムを導いている。しかし、そこでは実際にシミュレーションを行なって性能評価を行なうところまでは至っていない。

ニューラルネットワークにフィードバック結合を導入することにはいくつかの意味が考えられる。まず第一には、ニューラルネットワークに要求される仕事にはダイナミカルな性格を持ったものが多いということにある。たとえばロボットマニピュレータの運動制御などを例に取ってみると、これは

- (1) マニピュレータのダイナミクスを学習する
- (2) その逆システムをニューラルネットワーク内に構築するという二つのステップからなっていると考えられるが、そのいずれもダイナミクスをもった過程である。また通常の前向き型ネットワークでは取り扱いにくいものに、時系列の認識があるが、これもダイナミクスを持っているところにその原因がある。無論、ニューラルネットワークに要求される仕事は有限ステップのものがほとんどなの

* 原稿受付 1990. 8. 31

** 日本電信電話(株) NTT Corp.: 9-11, Midori-cho 3-chome, Musashino-shi, Tokyo 180, JAPAN

*** 京都大学工学部 Division of Applied Systems Science, Faculty of Engineering, Kyoto University, Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto 606, JAPAN

Key words ; neural networks, feedback connections, backpropagation, learning algorithms.

で, Rumelhart らが指摘しているように, それを有限個の前向き型ネットワークに展開し, 処理することは不可能ではない. また, 有限長の時系列の場合はそれを一度静的パターンに展開し, 前向き型ネットワークで処理することも可能ではある. しかしいずれの場合も素子の数が増大することは避けられず, したがって与えられた処理に対する最小のモデルを与えるとは考えられない. 一方ニューラルネットに期待される性格とは, 知識のモデルの作成にほかならず, この点からして前向き型ネットワークはその冗長性ゆえに不満が残る.

また現在のところあまり複雑かつ大規模な問題をネットワークが白紙の状態から一挙に学習させることは困難であるが, その解決には例えば問題をいくつかに分割し, 小部分を学習させた後に統合するなどの手法が必要となる. この際, 各小部分相互の結合は必然的にフィードバック結合を含むものとならざるを得ず, 前向き型となるのはごく特殊な場合に限られるであろう. フィードバック結合を有するネットワークの研究はこのような観点からも, 重要であると言える.

フィードバック結合を含むニューラルネットの学習アルゴリズムについては, 河村⁷⁾ のほかにすでに Pineda⁸⁾ などの報告があるが, XOR などの簡単な論理関数などについて比較検討されているだけで, 複雑な問題については調べられていない. 本論文では河村⁷⁾ に従い, フィードバック結合を含むニューラルネットワークに対して, 学習アルゴリズムを与えるとともに, より複雑かつ大規模な問題について, シミュレーションを通じてフィードバック型と前向き型のネットワークの得失について詳細に検討する.

2. 学習アルゴリズム

次のような有限離散時間モデルで表わされるネットワークを考える (Fig. 1).

Fig. 1: Network with feedback connections

$$x(t+1) = f(x(t), s(t), p) \quad (1)$$

$$y(t) = h(x(t), p) \quad (2)$$

ここで l : ステップ数, t : 時刻 ($t=0, 1, \dots, l-1$), $x(t)$: 中間層ニューロンの状態, $y(t)$: 出力層ニューロンの出力, $s(t)$: 系への外部入力, p : 可変パラメータ (重み), である. ただし, 中間層・出力層のニューロンの特性はシグモイド関数とし, 入力層の特性は線形とする.

参考文献 7) を参考にし, このネットワークに対する学習アルゴリズムを与えよう.

(1) ~ (2) 式で表わされる系に対し, 評価関数を与えよう. 非負定値関数

$$q(y, s) \geq 0 \quad (3)$$

が与えられたとし, 評価関数 $J(p)$ を

$$J(p) := q(y(l-1), s(l-1)) \quad (4)$$

とする. ここで右辺で $q(y(l-1), s(l-1))$ を取ったのは多くの場合ネットワークが最終ステップで何を出力するかが問題であるからである. パラメータ p は各試行 k ($k=0, 1, \dots$) ごとに一定とし, 初期状態は $x_k(0) = 0$, $s(t)$ は k に関して不変とする. すると, 勾配法によるパラメータ更新則は次のようになる.

$$p_{k+1} = p_k - \eta_k \frac{dJ(p_k)}{dp_k}, \quad \eta_k > 0 \quad (5)$$

したがって, 各試行ごとに $dJ(p_k)/dp_k$ を求めて, p_k の値を更新していけば, 評価関数を次第に小さくしていくことができる.

(2), (3) 式より

$$\begin{aligned} \frac{dJ(p_k)}{dp_k} &= q_y(l-1) h_x(l-1) \frac{dx(l-1)}{dp} \\ &\quad + q_y(l-1) h_p(l-1) \end{aligned} \quad (6)$$

となる. ただし $q_y(l-1) := q_y|_{y=y(l-1)}$ である. さて,

(1) 式と $x(0) = 0$ より

$$\frac{dx(t+1)}{dp} = f_x \frac{dx(t)}{dp} + f_p \quad (7)$$

$$\frac{dx(0)}{dp} = 0 \quad (8)$$

となる. ここで, $\phi(t) = dx(t)/dp$ とすると,

$$\begin{aligned} \frac{dx(p_k)}{dp_k} &= q_y(l-1) h_x(l-1) \phi(l-1) \\ &\quad + q_y(l-1) h_p(l-1) \end{aligned} \quad (9)$$

を求めればよいことになる. 以上より次のパラメータ更新則を得る.

$$\begin{aligned} \phi(0) &= 0 \\ \phi(t) &= f_x(t-1) \phi(t-1) + f_p(t-1) \\ p_{k+1} &= p_k - \eta_k A, \quad \eta_k > 0 \\ A &= q_y(l-1) h_x(l-1) \phi(l-1) \\ &\quad + q_y(l-1) h_p(l-1) \end{aligned} \quad (10)$$

3. 計算機実験

前節で得た学習則 (10) を用い、フィードバック結合を含むネットワークを応用問題に適用して、バックプロパゲーション法との得失をシミュレーションにより比較検討しよう。以下では誤差逆伝播法を bp 法、本論文で述べたフィードバック結合を含むニューラルネットワークに対する学習アルゴリズムを fb 法と呼ぶことにする。bp 法の手順は参考文献 2) によっている。

以下ではつぎの問題のシミュレーション結果について述べる：i) 時系列の認識、ii) パリティチェック、iii) 幾何学パターンの認識。

3.1 時系列パターン

ステップごとに入力値が変わる時系列データを認識させるシミュレーションを行なう。最終ステップの出力のみに評価する問題として、モールス符号を扱う。

モールス符号は点と線から構成される無線電信の記号で、ここでは、0 から 9 までの 10 パターンの数字を認識させる。点と線の入力を別にして、一方の入力が 1 のときはもう一方の入力は 0 にする。これに対して、つぎの条件のもとで数値実験を行なった。入力 は 2 次、出力 は 10 次、パターン数は 10 個、各パラメータの値は

ステップ数	: 5
中間層のニューロン数	: 1, 2, 4, 8
学習係数	: 0.1, 1.0, 10.0
重みの初期値	: 0.1, 1.0, 2.0, 10.0

の組み合わせで計 40 通りの場合についてシミュレーションを行なった。ただし、学習係数とは (5) 式における η_k の値のことで、収束するか、学習を打ち切るまでは、一定の値をとる。また、重みの初期値とは (10) 式における p などの初期値のことで、例えば 0.1 とは、 $-0.1 \sim 0.1$ の間でランダムに与えることを意味する。最大学習回数は 10,000 回で、それ以上学習は行なわないものとし、同じ設定での試行回数は 10 回としている。その結果

- ニューロン数 1, 2 では収束しないが、4, 8 では収束し、モールス符号を識別する；
- 中間層のニューロン数を増やすと平均学習回数は小さくなる；
- 学習係数を大きくすると平均学習回数が小さくなるが、収束しない場合が多くなる；

などの予想された結果が確認された。

一方、bp 法ではそのままでは時系列は識別できないので、同等の条件のもとでの比較は行なえない。ここでは、Rumelhart ら²⁾ が述べている中間層を増やし展開する方法ではなく、時間パターンを空間パターンに変換

し、一度に入力層に入れることによって、bp 法を適用してみた一例をあげる。

入力 は 5 次、出力 は 10 次で、各パラメータの値は

中間層の数	: 1
中間層のニューロン数	: 3~8
学習係数	: 1.0
重みの初期値	: 1.0

の計 6 通りの場合に対して、シミュレーションを行なった。最大学習回数などについては fb 法と同じである。その結果、やはり中間層のニューロン数が 4 以上で収束することが確認された。しかしこのときの全ノード数は入力を展開しているため 19 になり、fb 法の 16 に比べてノード数が増大している。この傾向はより時間長の大きい信号を扱うときはそれにとまって増大するので、現実的には bp 法で時系列を認識するのには無理があると言える。

3.2 パリティチェッカー

この問題は簡単なパターン認識の中でも難しい問題として、取り上げられることが多い^{2), 3)}。Rumelhart²⁾ らは、この問題に対して、3 層のフィードフォワード型ニューラルネットワークで認識させるとき、入力次数と同じ数の中間層ニューロンが必要であると述べている。

n 変数に対するパリティのパターンは全部で 2^n 種類あり、これの識別を (fb 法、bp 法とも) つぎの条件のもとで行なった。

ステップ数	: 3
中間層のニューロン数	: 1~8
学習定数	: 1.0
重みの初期値	: 1.0

入力次数 $n=3, 4, 5$ の場合についてシミュレーションを行ない、検討した結果、つぎのことがわかった。

- fb 法では入力次数が 3, 4 のとき収束するが、bp 法では 3 のときしか収束しない。
- 入力次数が 5 以上のときは fb 法・bp 法いずれも収束しなかった。パリティは、かなり難しい問題であると考えられる。
- 全般的に収束する成功率は fb 法の方が高く、特に入力 3 次、中間層ニューロン 3 個、学習回数 16,000 回の場合、10% 対 60% と顕著な差がでている。
- パリティ問題に対し、Rumelhart ら²⁾ は、3 層・フィードフォワード型ネットワークでは入力層の次数と同じ数の中間層ニューロンが必要であると述べているが、fb 法では入力次数が 3 のときは中間層のニューロン数が 2 以上、4 のときは 3 以上で収束する結果が出ている。これはフィードバック結合の効果によるものと考えられる。

最大学習回数を 24,000 回としたときの、平均学習回数を Fig. 2, またそのときの収束率をグラフにしたものを Fig. 3 に示す。いずれの場合もばらつきはあるが、概して fb 法の方が良好な結果を示している。

Fig. 2: Mean learning iterations for convergence
Maximum learning iterations : 24,000 ; Input channels : 3

Fig. 3: Convergence rate
Maximum learning iterations : 24,000 ; Input channels : 3

以上のことより、パリティのような複雑な問題に対しては fb 法の方が有効であるといえよう。

3.3 幾何学的特徴の認識

最後にかなり複雑な問題として、図形の特徴認識を取り上げてみた。ある大きさの正方形の中に、大きさ、位置のまちまちな正方形の穴をあけ、その数をネットワークに数えさせる問題である。このような幾何学的特徴（図形の連続性、凸性、穴の数など）の認識に関する問題は参考文献 3) においても言及されている。

まず、問題設定から説明する。8×8 ドットの正方形の中に正方形の穴（大き

さは 1×1~6×6) がいくつか (1 個~9 個) 開いたパターンを作る Fig. 4. ニューラルネットワークへは 8×8=64 ドットの有無を入力し、穴の大きさ、位置に関わらず、その数がいくつあるかを出力させることにする。入力には 64 次で、出力は 9 次 (穴の数が 1 個~9 個に対応する)。入力は各ドットの有無で表わし、ドットが存在すれば 1 存在しなければ 0 の値をとる。出力の値は穴の数に対応するニューロンのみ 1 で、それ以外は 0 の値をそのように学習させる。入力するパターンには次の制約を課す。

(1) 外周は必ずドットが存在する

(2) 穴どうしが隣合わないよう配置する

穴の数を H で表わすと、H=1~H=9 まで全パターン数は 450,851 あり、その中からランダムに選んだものを学習パターンにする。fb 法の各パラメータの値は

学習パターン数	: 20, 30, 40, 50, 90
ステップ数	: 3
中間層のニューロン数	: 4, 8
学習定数	: 0.2, 1.0
重みの初期値	: 0.1, 1.0

である。最大学習回数は 9,000~90,000 回で、同じ設定での試行回数は 1~3 回である。

bp 法の各パラメータの値は以下のとおりである。

学習パターン数	: 20, 30, 40, 90
中間層の数	: 1
中間層のニューロン数	: 4, 8, 16
学習定数	: 0.1, 0.2, 1.0
重みの初期値	: 0.1, 0.2, 1.0

最大学習回数は 9,000~90,000 回で、同じ設定での試行は 5~10 回である。

学習後の学習パターンおよび未学習パターンに対する認識率の計算は次のように行なう。一つのパターンを入力したとき、各ノードの出力を計算し、その入力に対す

Fig. 4: Geometrical Patterns

る正解になっている出力層のノードの値がある基準値以上になり、かつ、他のノードはその基準値より小さいときに、正しく認識したと判定する。ここでは、基準値を0.6にしている。認識率は、収束するか、最大学習回数で打ち切るかのいずれかにおける重み係数の値を用いて、全パターンに対してネットワークを動作させ、その出力を評価したものである。

つぎのような計算結果を得た。

- $H=1, H=2$ の場合

収束までの学習回数は、fb 法・bp 法ともほぼ同じである。また、認識率は学習パターンに対しては両方とも100%、未学習パターンは、fb 法が47%、bp 法が48%とほぼ同じ結果となっている。

- $H=1 \sim H=3$ の場合

fb 法は67%収束している。bp 法では学習係数をかえていくつかの場合について行なったが、いずれも収束する結果は得られていない。また、認識率は学習パターンに対しては、fb 法が100%、bp 法が43%、未学習パターンに対しては、fb 法、bp 法とも17%である。(なお、学習定数を変えた別の実験で、未学習パターンに対するbp法の認識率が46%になった特異的な例があったが、これは重み係数の初期分布をランダムに選んでいるため、たまたま最適値に近い値が得られたものと考えられる。)

- $H1 \sim H4$ の場合

fb 法では100%収束しているが、bp 法では収束する結果は得られていない。また、認識率は学習パターンに対しては、fb 法が95%、bp 法が5%、未学習パターンに対しては、fb 法が15%、bp 法が2%である。これは、fb 法の方が学習パターンに対しては約16倍、未学習パターンに対しては約7.5倍、認識率が優れているといえる。

- $H=1 \sim H=9$ の場合

fb 法・bp 法ともに収束する結果は得られていない。また、認識率は、学習パターンに対しては、fb 法が63%、bp 法が18%、未学習パターンに対しては、fb 法が10%、bp 法が3%である。これは、fb 法の方が学習パターンに対しては約6倍、未学習パターンに対しては約3倍、認識率が優れている。

代表的な場合、 $H=1 \sim H=9$ 、中間層のニューロン数8における計算結果をFig. 5に示す。bp 法の認識率がパターン数が増えると急激に落ちるのに比べ、fb 法の方はそれほどでもないことがわかる。また未学習パターンの認識率もfb 法の方が優れていることがわかる。

以上のことより、この問題についてはfb 法の方がbp 法よりかなり優位にあるといえよう。このような複雑な

Fig. 5 : recognition rates for learned and unlearned patterns

問題では、文字認識のようにパターン間の相似度が空間的にわかりやすい問題とは異なり、入力値から正しい出力を得るためにはダイナミカルなステップを必要としていと考えられる。たとえば、パリティ問題では、入力値の中で1になっているノードの数を計算した上でないとパリティビットは求められない。また、幾何学的特徴の問題では、穴の位置ずれによらない認識や、大きさによらない認識だけではなく、その両方を行なった上で穴の数を計算するというステップを経ないと正しい解には至らない。そのようなダイナミカルな構造を持つ問題に対しては、bp 法によるフィードフォワード型ネットワークはあまり有効ではなく、ネットワーク内にダイナミカルな構造をもつフィードバック結合を含むネットワークの方が、有効であると考えられる。

4. あとがき

フィードバック結合を含むニューラルネットワークに対して、学習アルゴリズムを導き、計算機シミュレーションにより、誤差逆伝播法の場合と比較して、有効性を確認した。それは次の2点である。

- 時系列データが認識できる

- 複雑な問題（ダイナミカルな構造をもつ問題）に対しては、誤差逆伝播法による場合よりも有効である
しかしながら、fb 法はbp 法に比べてかなり計算時間がかかる点が問題である。bp 法の場合はステップ数、中間数のニューロン数のいずれに対しても、計算時間がお

よそ $O(n)$ であるが, fb 法の場合はステップ数に対してはおよそ $O(n)$ であるものの, 中間数のニューロン数に対しては $O(n^2)$, あるいはそれ以上となっている。またいずれの場合にせよ, きわめて大規模な問題に対しては, ネットワークがまったく白紙の状態から学習させるのは, 効率も悪くなる上に, 収束する率も低下する。

前者の問題については, 共役勾配法・準ニュートン法などのより高速な最適化手法を用いることにより, ある程度対処可能である。また後者の問題については問題をいくつかの小部分に分割し, その各々について学習を行った後に全体を統合するなどの手法が必要となろう。これらについては現在検討中であり, 稿を改めて報告したい。

なお本研究は一部文部省科学研究費一般研究 (B) 02452180 の補助を受けた。記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) F. Rosenblatt : The perceptron : A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain ; Psychological Review, Vol. 65, pp. 386~408 (1958)
- 2) D. E. Rumelhart, J. L. McClelland and The PDP Research Group : Learning Internal Representations by Error Propagation, in Parallel Distributed Processing Vol. 1, Chapter 8, MIT Press pp. 318~362, (1986)
- 3) M. L. Minsky and S. A. Papert : Perceptrons (Expanded Edition) , MIT Press, (1988)
- 4) R. P. Gorman and T. J. Sejnowski : Analysis of Hidden Units in a Layered Network Trained to Classify Sonar Targets ; Neural Networks, Vol. 1, pp. 75 ~89 (1988)
- 5) 瀬戸山, 川人, 鈴木 : 多層神経回路モデルの新学習アルゴリズムと運動制御への応用 ; 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. MBE88, No. 170 (1988)
- 6) 西川, 喜多, 横山 : 時系列パターンを認識する神経回路モデルについて ; 第 32 回システムと制御研究発表講演会論文集, pp. 147 ~148 (1988)
- 7) 河村 : ダイナミカルシステムとしてのニューロン回路の学習 ; 計測自動制御学会第 11 回 DST Symposium 予稿集, pp. 205 ~210 (1988)
- 8) F. J. Pineda : Generalization of Back-Propagation to Recurrent Neural Networks ; Physical Review Letters, Vol. 59, pp. 2229~2232 (1987)