大規模離散事象システムの分散状態フィードバック制御*

高井重昌**・潮 俊光***・児玉慎三**

Decentralized State Feedback Control of Large-Scale Discrete Event Systems*

Shigemasa TAKAI**, Toshimitsu USHIO*** and Shinzo KODAMA**

We consider decentralized state feedback control of large-scale discrete event systems consisting of several subsystems which operate concurrently. A (global) control specification is assumed to be given by a predicate. First, we study the relationship between the controllability with respect to entire systems and that with respect to subsystems, which is important for the synthesis of decentralized state feedbacks for large-scale discrete event systems. Next, we derive a necessary and sufficient condition for a decentralized state feedback to achieve the global optimal predicate achievable by a global state feedback. Especially, in the case that a control specification can be reduced to the simultaneous satisfaction of local control specifications, we can design each local state feedback based upon the corresponding local specification.

1. 緒言

近年の離散事象システム¹⁾の大規模、複雑化に伴い、その制御仕様もますます複雑となってきた。このため、システム理論的観点から離散事象システムの制御理論を構築することは重要な問題である^{2),3)}。特に制御仕様が状態の集合上の述語で与えられる場合、RamadgeとWonhamによって提案されている状態フィードバック制御⁴⁾が有効である。閉ループシステムにおいて、与えられた述語を満たす状態から到達可能なすべての状態でもその述語が満たされるような状態フィードバックが存在するとき、その述語は制御不変であるという⁴⁾。しかし制御不変性は、閉ループシステムにおける到達可能な状態の集合を特徴づけることができない⁵⁾。そこで述語の可制御性という概念が提案され、閉ループシステムにおける到達可能な状態の集合が、述語 Q を満たす状態の集合と等しくなるような状態フィードバックが存在するための必要十分条件は、 Q が可制御であるということが証明されている⁵⁾。

現実の離散事象システムの多くは、複数の並行的に動作するサブシステムにより構成されている。たとえば、FMS、通信システム、コンピュータネットワークなどがその例として挙げられる。このような大規模離散事象システムに対しては、設計や実装の容易さなどの点から、一般に集中制御よりも分散制御が有効である。制御仕様が言語で与えられた場合のスーパーバイザ制御⁶⁾においては、大規模システムに対する分散制御が考察されている。つまり、グローバルな制御仕様が満たされるように、それぞれのローカルなスーパーバイザがローカルな情報のみに基づき対応するサブシステムを制御する方式が考察されている^{7),8)}。また分散制御による大規模システムの安定化についても考察されている⁹⁾。一方、状態フィードバック制御においては、制御仕様がローカルな制御仕様の交わり、または結びで表わされる特別な場合の分散状態フィードバックの構成法が、制御不変性に基づき考察されているにすぎない¹⁰⁾。

本論文では、制御仕様が特別な仮定のない全体システムに関する述語で与えられる場合の分散状態フィードバック制御において、特に閉ループシステムの到達可能な状態の集合に関して考察する。まず 3. では、述語の分離可能性を定義し、全体システムに関する述語の可制御性とサブシステムに関する可制御性との関係について考察する。4. では、グローバルな状態フィードバックにより得られる述語が、分散状態フィードバックによっても得られる

* 原稿受付 1992. 8. 28

** 大阪大学 工学部 Osaka University; 2-1 Yamadaoka, Suita-city, Osaka 565, JAPAN

*** 神戸女学院大学 家政学部 Kobe College; 4-1 Okadayama, Nishinomiya-city, Hyogo 662, JAPAN

Key Words : discrete event system, large-scale system, decentralized control, state feedback, controllable predicate.

ための必要十分条件を求める。そして特に、制御仕様がそれぞれのサブシステムに対するローカルな制御仕様が同時に満たすように与えられる場合、グローバルな状態フィードバックにより得られる述語が、それぞれのローカルな制御仕様のみを考慮して独立に構成された分散状態フィードバックによっても得られることを示す。最後に5.では、得られた結果を簡単な生産システムの制御に応用する。

2. 準備

G は (1) 式で表わされるオートマトン¹⁾ であるとする。

$$G = (X, \Sigma, \delta, x^0) \quad (1)$$

ただし、 X は状態の集合、 x^0 は初期状態、 Σ は事象の有限集合、 $\delta: \Sigma \times X \rightarrow X$ は状態遷移関数である。一般に δ は部分関数である。以下 $\sigma \in \Sigma$ と $x \in X$ に対して、 $\delta(\sigma, x)$ が定義されているとき、 $\delta(\sigma, x)!$ と書く。 Σ^* は空列 ε を含む Σ の要素からなるすべての有限系列の集合とする。遷移関数 δ を $\delta: \Sigma^* \times X \rightarrow X$ に次のように拡張する¹⁾。任意の $x \in X$ と任意の $w \in \Sigma^*$ 、 $\sigma \in \Sigma$ に対して、

$$\begin{aligned} \delta(\varepsilon, x) &= x \\ \delta(w\sigma, x) &= \delta(\sigma, \delta(w, x)) \end{aligned}$$

ただし、 $x' = \delta(w, x)$ かつ $\delta(\sigma, x')!$ とする。

本論文では Ramadge-Wonham のモデルを考える^{2), 4), 6)}。すなわち、事象の集合 Σ は制御できる事象の集合 Σ_c と制御できない事象の集合 Σ_u に分割できる。ただし、 $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_u$ 、 $\Sigma_c \cap \Sigma_u = \emptyset$ である^{4), 6)}。 Σ_u を含む Σ の部分集合を制御パターンといい、制御パターンの集合を Γ とおく。つまり、

$$\Gamma = \{\gamma; \Sigma_u \subseteq \gamma \subseteq \Sigma\}$$

である。 G の各状態 $x \in X$ に対して制御パターン $\gamma \in \Gamma$ を与える写像 $f \in \Gamma^X$ を状態フィードバックという⁴⁾。状態フィードバック f を施した閉ループシステム $G|f$ は、

$$G|f = (X, \Sigma, \delta_{ef}, x_0) \quad (2)$$

となる。ただし $\delta_{ef}: \Sigma \times X \rightarrow X$ は次式で定義される。

$$\delta_{ef}(\sigma, x) = \begin{cases} \delta(\sigma, x), & \text{if } \sigma \in f(x) \\ \text{undefined,} & \text{otherwise} \end{cases}$$

本論文では、制御仕様は状態の集合上の述語で与えられているとする。 X 上の述語の集合を $P = \{0, 1\}^X$ とおく。状態 $x \in X$ において、述語 $Q \in P$ が真であるとき $Q(x) = 1$ 、偽であるとき $Q(x) = 0$ と定義する。 P 上の基本的演算である否定 $\sim$ 、交わり $\wedge$ 、結び $\vee$ をそ

れぞれ次のように定義する。任意の $x \in X$ に対して、

$$\begin{aligned} \sim Q_1(x) &= 1 \Leftrightarrow Q_1(x) = 0 \\ (Q_1 \wedge Q_2)(x) &= 1 \Leftrightarrow Q_1(x) = 1 \text{ and } Q_2(x) = 1 \\ Q_1 \vee Q_2 &= \sim((\sim Q_1) \wedge (\sim Q_2)) \end{aligned}$$

次に P 上の半順序関係 $\leq$ を、 $Q_1 \wedge Q_2 = Q_1$ のとき $Q_1 \leq Q_2$ と定義する。そして各 $\sigma \in \Sigma$ に対して述語 D_σ と P 上の変換 wp_σ と wlp_σ を次のように定義する⁴⁾。

$$\begin{aligned} D_\sigma(x) &= \begin{cases} 1, & \text{if } \delta(\sigma, x)! \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\ wp_\sigma(Q)(x) &= \begin{cases} 1, & \text{if } \delta(\sigma, x)! \text{ and } Q(\delta(\sigma, x)) = 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\ wlp_\sigma(Q) &= wp_\sigma(Q) \vee \sim D_\sigma \end{aligned}$$

述語 $Q \in P$ が任意の $\sigma \in \Sigma_u$ に対して次式を満たすとき、 Q は Σ_u -不変であるという⁴⁾。

$$Q \leq wlp_\sigma(Q) \quad (3)$$

さらに $Q(x^0) = 1$ なる $Q \in P$ に対して、述語 $\text{Re}(G, Q) \in P$ を次のように帰納的に定義する⁵⁾。

- (1) $\text{Re}(G, Q)(x^0) = 1$
- (2) $\text{Re}(G, Q)(x) = 1$ であり、 $\delta(\sigma, x)!$ なる $\sigma \in \Sigma$ に対して $Q(\delta(\sigma, x)) = 1$ ならば、 $\text{Re}(G, Q)(\delta(\sigma, x)) = 1$ である。
- (3) $\text{Re}(G, Q)$ を満たすすべての状態は上の (1), (2) により得られる。

述語 $\text{Re}(G, 1)$ および $\text{Re}(G|f, 1)$ はそれぞれ G および $G|f$ における可達な状態においてのみ真となる。ここで述語 $1 \in P$ は次式で定義される。

$$1(x) = 1, \quad \forall x \in X$$

以後、簡単のため $\text{Re}(G) := \text{Re}(G, 1)$ 、 $\text{Re}(G|f) := \text{Re}(G|f, 1)$ と書く。 $Q(x^0) = 1$ なる述語 $Q \in P$ が任意の $\sigma \in \Sigma_u$ に対して次式を満たすとき、 Q は G に関して可制御であるという⁵⁾。

$$Q \leq \text{Re}(G, Q) \wedge wlp_\sigma(Q) \quad (4)$$

$\text{Re}(G|f) = Q$ なる状態フィードバック $f \in \Gamma^X$ が存在するための必要十分条件は、 Q が G に関して可制御となることである⁵⁾。

$Q(x^0) = 1$ なる述語 $Q \in P$ に対して述語の集合 $C(Q) \subseteq P$ を次のように定義する。

$$C(Q) = \{Q' \in P; Q' \leq Q \text{ かつ } Q' \text{ は } G \text{ に関して可制御}\}$$

$C(Q)$ は一般に空でないとは限らない。 $C(Q)$ が空でないための必要十分条件は、次の条件 (C1) が成り立つこ

とである。

- (C1) $\delta(w, x^0)!$ なる任意の $w \in \Sigma_u^*$ に対して,
 $Q(\delta(w, x^0)) = 1$ となる。

そして $C(Q)$ が空でないならば, $C(Q)$ の最大要素 $\sup C(Q)$ は常に存在する¹²⁾。

3. 大規模離散事象システム

本論文では, 互いに並行的に動作する複数のサブシステム $G_i, i = 1, 2, \dots, n$, からなる離散事象システム G を考える。それぞれのサブシステムはオートマトン $G_i = (X_i, \Sigma_i, \delta_i, x_i^0)$ で表わされるとする。ただし, $\Sigma_i = \Sigma_{ic} \cup \Sigma_{iu}, \Sigma_{ic} \cap \Sigma_{iu} = \emptyset$ であり, 次の仮定を満たしているとする。

$$\Sigma_{iu} \cap \Sigma_j = \emptyset, \quad \forall j \neq i$$

この仮定は, 制御できない事象によるサブシステム間の同期はないということを意味する。それぞれの $\sigma \in \Sigma$ に対して, $In(\sigma)$ を $In(\sigma) = \{i; \sigma \in \Sigma_i\}$ と定義する。このとき, 全体システム G は次式で表わされる⁸⁾。

$$G = (X, \Sigma, \delta, x^0)$$

ただし, $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n, \Sigma = \bigcup_{i=1}^n \Sigma_i (\Sigma_c = \bigcup_{i=1}^n \Sigma_{ic} \text{ かつ } \Sigma_u = \bigcup_{i=1}^n \Sigma_{iu}), x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ であり, 部分関数 $\delta: \Sigma \times X \rightarrow X$ は次式で定義される。

$$\begin{aligned} \delta(\sigma(x_1, x_2, \dots, x_n)) \\ = \begin{cases} (x'_1, x'_2, \dots, x'_n), & \text{if } \delta_i(\sigma, x_i)!, \forall i \in In(\sigma) \\ \text{undefined}, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

ただし, $i \in In(\sigma)$ ならば $x'_i = \delta_i(\sigma, x_i)$ であり, $i \notin In(\sigma)$ ならば $x'_i = x_i$ である。またこのとき $G = \parallel_{i=1}^n G_i$ と書く。

全体システム G において, 一つのサブシステムにしかならない事象は, それぞれ非同期的に独立に生起することができる。一方, 複数のサブシステムに属する共有事象は, そのすべてのサブシステムにおいて同時に生起しなければならない。

写像 $T_i: X \rightarrow X_i, i = 1, 2, \dots, n$, を次式で定義する。

$$T_i((x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)) = x_i$$

つまり, $T_i(x)$ は x の i 番目の要素を表わす。 $P_i, i = 1, 2, \dots, n$, を X_i 上のすべての述語の集合とする。述語 $Q \in P$ に対して, 述語 $T_i(Q) \in P_i (1 \leq i \leq n)$ を次のように定義する。

$$T_i(Q)(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{if } T_i(x) = x_i \text{ かつ } Q(x) = 1 \text{ なる } x \in X \text{ が存在} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$Q_i(x_i^0) = 1$ なる $Q_i \in P_i, i = 1, 2, \dots, n$, に対して,

述語 $\parallel_{i=1}^n Q_i \in P$ を次のように帰納的に定義する。

- (1) $\parallel_{i=1}^n Q_i(x^0) = 1$
- (2) $\parallel_{i=1}^n Q_i(x) = 1$ であり, $\delta(\sigma, x)!$ なる $\sigma \in \Sigma$ に対して $Q_i(T_i(\delta(\sigma, x))) = 1, i = 1, 2, \dots, n$, ならば $\parallel_{i=1}^n Q_i(\delta(\sigma, x)) = 1$ である。
- (3) $\parallel_{i=1}^n Q_i$ を満たすすべての状態は上の (1), (2) により得られる。

【定義1】 述語 $Q \in P$ に対して, $Q = \parallel_{i=1}^n Q_i$ なる述語 $Q_i \in P_i, i = 1, 2, \dots, n$, が存在するならば, Q は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能であるという。□

$\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能な述語 $Q \in P$ に対して, $Q = \parallel_{i=1}^n Q_i$ ならば, $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ は Q の生成集合であるという。一般に Q の生成集合は複数存在する。 Q のすべての生成集合の集合を $E(Q)$ で表わす。

【補題1】 $\parallel_{i=1}^n Q_i(x) = 1$ なる任意の $x \in X$ に対して, 次の (1) から (3) を満たす $x^j \in X, j = 0, 1, \dots, m$, と $\sigma^j \in \Sigma, j = 0, 1, \dots, m-1$, が存在する。ただし x^0 は G の初期状態である。

$$(1) \delta(\sigma^j, x^j) = x^{j+1}, \quad j = 0, 1, \dots, m-1$$

$$(2) Q_i(T_i(x^j)) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, j = 0, 1, \dots, m$$

$$(3) x = x^m$$

(証明) $\parallel_{i=1}^n Q_i(x)$ の定義より明らか。□

【補題2】 述語 $Q \in P$ は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能であるとする。このとき次式が成り立つ。

$$Q = \text{Re}(G, Q) \quad (5)$$

(証明) Q は分離可能であるから, Q の生成集合 $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) \in E(Q)$ が存在する。 $\parallel_{i=1}^n Q_i$ の定義より, $Q(x^0) = \parallel_{i=1}^n Q_i(x^0) = 1$ である。よって $\text{Re}(G, Q)$ は定義できる。まず $Q \leq \text{Re}(G, Q)$ を証明する。 $Q(x) = 1$ すると, 補題1の (1), (2), (3) を満たす $x^j \in X, j = 0, 1, \dots, m$, と $\sigma^j \in \Sigma, j = 0, 1, \dots, m-1$, が存在する。 $\text{Re}(G, Q)(x) = 1$ を示すには, $Q(x^j) = 1, j = 0, 1, \dots, m$, を示せば十分である。これを帰納法により証明する。 $Q(x^0) = 1$ はすでに示した。今, $j = k$ のとき, $Q(x^k) = 1$ であると仮定する。つまり $\parallel_{i=1}^n Q_i(x^k) = 1$ であるとする。補題1の (1), (2) より, $\delta(\sigma^k, x^k) = x^{k+1}$ かつ $Q_i(T_i(x^{k+1})) = 1, i = 1, 2, \dots, n$, である。よって $\parallel_{i=1}^n Q_i$ の定義より, $\parallel_{i=1}^n Q_i(x^{k+1}) = 1$ である。すなわち $Q(x^{k+1}) = 1$ である。ゆえに帰納法により, $Q(x^j) = 1, j = 0, 1, \dots, m$, である。

逆に $\text{Re}(G, Q)$ の定義より, 明らかに $\text{Re}(G, Q) \leq Q$ である。□

【系1】 述語 $Q \in P$ は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能かつ Σ_u -不変であるとする。このとき Q は G に関して可制

御である。

(証明) 補題 2 より明らか。□

【補題 3】 述語 $Q \in P$ は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能であるとする。このとき Q の任意の生成集合 $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) \in E(Q)$ に対して、次式が成り立つ。

$$T_i(Q) \leq Q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

(証明) $T_i(Q)(x_i) = 1 (1 \leq i \leq n)$ なる任意の $x_i \in X_i$ に対して、 $T_i(x) = x_i$ かつ $Q(x) = 1$ なる $x \in X$ が存在する。 Q の任意の生成集合 $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) \in E(Q)$ に対して、 $Q = \bigwedge_{i=1}^n Q_i$ であるから、補題 1 の (2), (3) より $Q_i(T_i(x)) = Q_i(x_i) = 1$ である。ゆえに、(6) 式が成り立つ。□

【命題 1】 述語 $Q \in P$ は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能であるとする。このとき次式が成り立つ。

$$Q = \bigwedge_{i=1}^n T_i(Q) \quad (7)$$

(証明) 補題 2 の証明より $Q(x^0) = 1$ である。よって明らかに $T_i(Q)(x_i^0) = 1$ である。よって $\bigwedge_{i=1}^n T_i(Q)$ は定義できる。補題 3 より、 Q の任意の生成集合 $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) \in E(Q)$ に対して、 $T_i(Q) \leq Q_i, i = 1, 2, \dots, n$ であるから、 $\bigwedge_{i=1}^n T_i(Q) \leq \bigwedge_{i=1}^n Q_i = Q$ である。

逆に $Q \leq \bigwedge_{i=1}^n T_i(Q)$ を証明する。 $Q(x) = 1$ なる任意の $x \in X$ に対して、補題 2 より $\text{Re}(G, Q)(x) = 1$ である。このとき次の (4) から (6) を満たす $x^j \in X, j = 0, 1, \dots, m$, と $\sigma^j \in \Sigma, j = 0, 1, \dots, m-1$, が存在することが参考文献 5) において証明されている。ただし x^0 は G の初期状態である。

$$(4) \delta(\sigma^j, x^j) = x^{j+1}, \quad j = 0, 1, \dots, m-1$$

$$(5) Q(x^j) = 1, \quad j = 0, 1, \dots, m$$

$$(6) x = x^m$$

(5) より、 $T_i(Q)(T_i(x^j)) = 1, i = 1, 2, \dots, n, j = 0, 1, \dots, m$, である。よって $\bigwedge_{i=1}^n T_i(Q)$ の定義より、 $\bigwedge_{i=1}^n T_i(Q)(x) = 1$ である。ゆえに $Q \leq \bigwedge_{i=1}^n T_i(Q)$ が成り立つ。□

注意：任意の述語 $Q \in P$ に対して $Q \geq \text{Re}(G, Q)$ が成立する。そして $Q = \text{Re}(G, Q)$ ならば、 $Q \leq \bigwedge_{i=1}^n T_i(Q)$ が常に成り立つが、それ以外の場合、一般には成り立たない。

【命題 2】 $\text{Re}(G) = \bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i)$

(証明) 明らかに $\text{Re}(G_i)(x_i^0) = 1 (1 \leq i \leq n)$ であるから $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i)$ は定義できる。まず $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i) \leq \text{Re}(G)$ を証明する。 $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i)(x) = 1$ なる任意の $x \in X$ に対して、補題 1 の (1), (3) より、 $\delta(w, x^0) = x$ なる $w \in \Sigma^*$ が存在する。よって明らかに $\text{Re}(G)(x) = 1$ である。

逆に $\text{Re}(G) \leq \bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i)$ を証明する。 $\text{Re}(G)(x) =$

1 なる任意の $x \in X$ に対して、補題 1 の (1), (3) を満たす $x^j \in X, j = 0, 1, 2, \dots, m$, と $\sigma^j \in \Sigma, j = 0, 1, \dots, m-1$, が存在する。 $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i)(x^j) = 1, j = 0, 1, \dots, m$, となることを帰納法により証明する。定義より、 $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i)(x^0) = 1$ である。今、 $j = k$ のとき、 $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i)(x^k) = 1$ であると仮定する。このとき補題 1 の (2), (3) より $\text{Re}(G_i)(T_i(x^k)) = 1 (1 \leq i \leq n)$ である。 $i \in \text{In}(\sigma^k)$ ならば、 $T_i(x^{k+1}) = \delta_i(\sigma^k, T_i(x^k))$ より、 $\text{Re}(G_i)(T_i(x^{k+1})) = 1$ である。 $i \notin \text{In}(\sigma^k)$ ならば、 $T_i(x^{k+1}) = T_i(x^k)$ であるから、 $\text{Re}(G_i)(T_i(x^{k+1})) = 1$ である。よって $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i)(x^{k+1}) = 1$ である。ゆえに帰納法により $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i)(x) = 1$ である。□

以下の命題は、次の章で述べる分散状態フィードバックの構成に関して重要である。

【命題 3】 述語 $Q \in P$ は G に関して可制御であるとする。このときそれぞれ $i (1 \leq i \leq n)$ において、 $T_i(Q) \in P_i$ は G_i に関して可制御である。□

証明は付録 1 に示す。

【命題 4】 それぞれ $i (1 \leq i \leq n)$ において、 $Q_i \in P_i$ は G_i に関して可制御であるとする。このとき $\bigwedge_{i=1}^n Q_i \in P$ は G に関して可制御である。□

証明は付録 2 に示す。

【命題 5】 述語 $Q \in P$ は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能であり、 $C(Q)$ は空でないとする。このとき任意の Q の生成集合 $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) \in E(Q)$ に対して、 $T_i(\sup C(Q)) \in C_i(Q_i), i = 1, 2, \dots, n$, である。ただし、

$$C_i(Q_i) = \{Q'_i \in P_i; Q'_i \leq Q_i \text{ かつ } Q'_i \text{ は } G_i \text{ に関して可制御}\}$$

である。

(証明) $C(Q)$ は空でないので、 $\sup C(Q)$ が存在する。命題 3 より、 $T_i(\sup C(Q)), i = 1, 2, \dots, n$, は G_i に関して可制御である。そして $\sup C(Q) \leq Q$ より、 $T_i(\sup C(Q)) \leq T_i(Q), i = 1, 2, \dots, n$, である。また補題 3 より、 Q の任意の生成集合 $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) \in E(Q)$ に対して、 $T_i(Q) \leq Q_i, i = 1, 2, \dots, n$, である。ゆえに $T_i(\sup C(Q)) \in C_i(Q_i)$ となる。□

4. 大規模離散事象システムの分散制御

全体システム G に対して、制御仕様として $Q(x^0) = 1$ を満たす述語 $Q \in P$ が与えられているとする。本章では、 Q は条件 (C1) を満たしている、すなわち $C(Q)$ は空でないと仮定する。このとき、

$$K := \text{Re}(G|f) = \sup C(Q) \quad (8)$$

なるグローバルな状態フィードバック $f \in \Gamma^X$ が存在す

る. $\text{Re}(G|f') \leq Q$ なる任意のグローバルな状態フィードバック $f' \in \Gamma^X$ に対して, $\text{Re}(G|f') \leq \sup C(Q)$ となるという意味で, K はグローバルな状態フィードバックにより得られる最適な述語である¹²⁾. 本論文では, グローバルな状態フィードバックではなく, それぞれのサブシステム G_i がローカルな状態フィードバック f_i によってのみ制御されるような分散状態フィードバックを考える. それぞれのローカルな状態フィードバック f_i に対して, G_i の状態のみが観測可能であり, Σ_{ic} に属する事象のみが制御可能である. ローカルな状態フィードバックの組 $\{f_i\}_{i=1}^n$ を分散状態フィードバックと呼ぶ. 分散状態フィードバックを施した全体の閉ループシステム $G|\{f_i\}_{i=1}^n$ は $G|\{f_i\}_{i=1}^n = \|\|_{i=1}^n G_i | f_i$ と書ける. ただし一般に $\text{Re}(G|\{f_i\}_{i=1}^n) \leq \|\|_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i)$ である. (証明は付録3を参照されたい.) また簡単のため $K_{loc} := \text{Re}(G|\{f_i\}_{i=1}^n)$ と書く.

ローカルな状態フィードバック $f_i (1 \leq i \leq n)$ が次の条件 (C2) を満たしているとき, f_i は balanced であるという⁹⁾.

(C2) 任意の $x_i, x'_i \in X_i$ と任意の $\sigma_i \in \Sigma_i$ に対して,
 $\text{Re}(G_i | f_i)(x_i) = \text{Re}(G_i | f_i)(x'_i) = 1$ かつ
 $\delta_i(\sigma_i, x_i) = x'_i$ ならば, $\sigma_i \in f_i(x_i)$ である.

そして各 $f_i, i = 1, 2, \dots, n$, が balanced であるとき, 分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ は balanced であるという. balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ に対して, 次の命題が得られる.

【命題6】 balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ に対して, 次式が成り立つ.

$$\text{Re}(G|\{f_i\}_{i=1}^n) = \|\|_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i) \quad (9)$$

□

証明は付録3に示す. 命題6より $\{f_i\}_{i=1}^n$ が balanced ならば, K_{loc} は各サブシステムに関する述語 $\text{Re}(G_i | f_i)$ によって表わされる. 任意のローカルな状態フィードバック $f'_i (1 \leq i \leq n)$ に対して,

$$\text{Re}(G_i | f_i) = \text{Re}(G_i | f'_i)$$

なる balanced な状態フィードバック f_i が存在する⁹⁾. よって以下, 本論文では balanced な分散状態フィードバックのみを考える.

次の結果は, 分散制御が集中制御より一般的に劣ることを示している.

【命題7】 $K_{loc} \leq Q$ なる balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ が存在するとする. このとき $K_{loc} \leq K$ が成り立つ.

(証明) 任意の balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ に対して, $\text{Re}(G_i | f_i), i = 1, 2, \dots, n$, は G_i に

関して可制御である. よって命題4と命題6より, K_{loc} は G に関して可制御である. ゆえに $K_{loc} \leq Q$ であるから, $K_{loc} \leq \sup C(Q) = K$ である. □

注意: 明らかに命題7は $\{f_i\}_{i=1}^n$ が balanced でない場合においても成立する.

次に分散状態フィードバックにより, 最適なグローバルな述語 K が得られるための必要十分条件を示す.

【定理1】 $K_{loc} = K$ なる balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ が存在するための必要十分条件は, K が $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能となることである.

(証明) まず必要性を証明する. 命題6より, $K_{loc} = \|\|_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i) = K$ であるから, K は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能である.

次に十分性を証明する. K は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能であるから, 命題1より,

$$K = \|\|_{i=1}^n T_i(K)$$

である. また K は G に関して可制御であるから, 命題3より, $T_i(K), i = 1, 2, \dots, n$, は G_i に関して可制御である. よって $\text{Re}(G_i | f_i) = T_i(K)$ なる balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ が存在する. この $\{f_i\}_{i=1}^n$ に対して,

$$\begin{aligned} K_{loc} &= \|\|_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i) \\ &= \|\|_{i=1}^n T_i(K) \\ &= K \end{aligned}$$

となる. □

定理1は述語 $K (= \sup C(Q))$ に関する条件となっている. 一般に全体システム G の状態数は, サブシステムの数に関して指数的に増加する. このため, 実際には K の計算が困難な場合がある. よって K を計算することなく, $K_{loc} = K$ なる分散状態フィードバックが構成できる条件を求めることは重要である.

【定理2】 述語 $Q \in P$ は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能であり, $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ は Q の生成集合であるとする. このとき次式を満たす balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ が存在する.

$$\text{Re}(G_i | f_i) = \sup C_i(Q_i), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

$$K_{loc} = K \quad (11)$$

□

証明は付録4に示す. 定理2と命題1より, Q が $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能であるとき, $K_{loc} = K$ なる分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ を構成するために, K を計算する代わりに $T_i(Q)$ と $\sup C_i(T_i(Q)), i = 1, 2, \dots, n$, を計算すればよいことがわかる.

これまで制御仕様は全体システム G の振る舞いに関して与えられと仮定してきた. 次に制御仕様がそれぞれ

のサブシステムに対するローカルな制御仕様を同時に満たすように与えられる場合を考える。 $Q_i, i = 1, 2, \dots, n$, をサブシステム G_i に対するローカルな制御仕様とする。そしてグローバルな制御仕様 Q は次式で与えられるとする。

$$Q = \bigcup_{i=1}^n Q_i \quad (12)$$

このとき $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ は Q の生成集合となるので、定理 2 より次の結果が得られる。

【定理 3】 述語 $Q \in P$ は (12) 式で与えられているとする。このとき次式を満たす balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ が存在する。

$$\text{Re}(G_i | f_i) = \sup C_i(Q_i), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

$$K_{loc} = K \quad (14)$$

□

定理 3 は、制御仕様がそれぞれのサブシステムに対するローカルな制御仕様を同時に満たすように与えられる場合、それぞれのローカルな制御仕様 Q_i に対して (13) 式を満たすローカルな状態フィードバック f_i を独立に構成することにより、最適なグローバルな述語 K が得られることを示している。

5. 例題

本章では、Fig. 1 に示す二つの機械 G_1, G_2 からなる生産システム G を考える。 G_1, G_2 はそれぞれ Fig. 2 のオートマトンで表われる。ただし、 $x^0 = (I_1, I_2)$, $\Sigma_{1c} = \{a, b\}$, $\Sigma_{1u} = \phi$, $\Sigma_{2c} = \{b\}$, $\Sigma_{2u} = \{c\}$ であり、 b は共有事象である。事象 a, b, c の意味は次のようになる。

a: パーツの G_1 での加工開始。

b: パーツの G_1 での加工が終了し、 G_2 での加工開始。

c: パーツの G_2 での加工が終了。

今、 G_1, G_2 それぞれで加工できるパーツは高々 1 個と

Fig. 1 A simple manufacturing system

Fig. 2 Subsystems of the example
(The double circles are the initial states)

なる制御を考える。このとき全体システム G に対する制御仕様は次のような述語 Q で表わされる。

$$Q(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \in \{(I_1, I_2), (I_1, W_{21}), (W_{11}, I_2), (W_{11}, W_{21})\} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Q が G に関して可制御であることは容易に確かめられる。つまり、

$$K := \sup C(Q) = Q$$

である。また $Q = \bigcup_{i=1}^2 T_i(Q)$ となるので、 Q は $\{P_i\}_{i=1}^2$ に関して分離可能である。よって定理 1 より、

$$K_{loc} := \text{Re}(G | \{f_i\}_{i=1}^2) = K$$

なる balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^2$ が存在し、それは次式で得られる。

$$f_1(x_1) = \begin{cases} \{b\}, & \text{if } x_1 = W_{11} \\ \{a, b\}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_2(x_2) = \begin{cases} \{c\}, & \text{if } x_2 = W_{21} \\ \{b, c\}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

6. 結論

本論文では、大規模離散事象システムの分散状態フィードバック制御について考察した。まずグローバルな状態フィードバックにより得られる最適な述語が、分散状態フィードバックによっても得られるための必要十分条件を導出した。特に制御仕様がそれぞれのサブシステムに対するローカルな制御仕様を同時に満たすように与えられる場合、それぞれのローカルな制御仕様のみを考慮して独立に構成されたローカルな状態フィードバックの組により、最適なグローバルな述語が得られることを示した。

一般に、最適なグローバルな述語が得られる分散状態フィードバックは複数存在する。これらの分散状態フィードバックの性質を考察することは今後の課題である。

また、分離可能な述語は非常に望ましい性質を持つので、与えられた述語に対して、その最大可制御かつ分離可能な部分述語の構成法を明らかにすることも、今後の重要な検討課題である。

参考文献

- 1) P. Varaiya and A. B. Kurzhanski: Discrete Event Systems: Models and Applications; Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol. 103, Springer (1988)
- 2) P. J. Ramadge and W. M. Wonham: The Control of Discrete Event Systems; Proc. IEEE, Vol. 77, No. 1, pp. 81~98 (1989)
- 3) 潮: 離散事象システムにおける制御問題とスーパーバイザ; システム/制御/情報, Vol. 34, No. 9, pp. 531~538 (1990)

- 4) P. J. Ramadge and W. M. Wonham : Modular Feedback Logic for Discrete Event Systems ; SIAM J. Contr. Optimiz., Vol. 25, No. 5, pp. 1202~1218 (1987)
- 5) Y. Li and W. M. Wonham : Controllability and Observability in the State Feedback Control of Discrete-Event Systems ; Proc. 27th IEEE CDC, pp. 203~208 (1988)
- 6) P. J. Ramadge and W. M. Wonham : Supervisory Control of a Class of Discrete-Event Processes ; SIAM J. Contr. Optimiz., Vol. 25, No. 1, pp. 206~230 (1987)
- 7) F. Lin and W. M. Wonham : Decentralized Control and Coordination of Discrete-Event Systems with Partial Observation ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 35, No. 12, pp. 1330~1337 (1990)
- 8) Y. Willner and M. Heymann : Supervisory Control of Concurrent Discrete-Event Systems ; Int. J. Control, Vol. 54, No. 5, pp. 1143~1169 (1991)
- 9) 高井, 潮 : 分散状態フィードバックによる離散事象システムの安定化 ; 電子情報通信学会論文誌 A 分冊, Vol. J 75-A, No. 3, pp. 543~551 (1992)
- 10) W. Lu and Y. Chen : Structuralized Control Logic for Discrete Event Systems ; Proc. International Conference on Control and Application, pp. WP-4-4 1~6 (1989)
- 11) J. E. Hopcroft and J. D. Ullman : Introduction to Automata Theory, Language, and Computation, Addison-Wesley (1979)
- 12) Y. Li and W. M. Wonham : A State-Variable Approach to the Modeling and Control of Discrete-Event Systems ; Proc. 26th Annual Allerton Conf. on Communication, Control and Computing, pp. 1140~1149 (1988)

付 録

付録1 命題3の証明

Q は G に関して可制御であるから, 任意の $\sigma \in \Sigma_u$ に対して,

$$Q \leq \text{Re}(G, Q) \wedge \text{ulp}_o(Q)$$

である. $Q(x^0) = 1$ より $T_i(Q)(x_i^0) = 1$ であるので, $\text{Re}(G_i, T_i(Q))$ は定義できる.

まず $T_i(Q) \leq \text{Re}(G_i, T_i(Q))$ ($1 \leq i \leq n$) を証明する. $T_i(Q)(x_i) = 1$ なる任意の $x_i \in X_i$ に対して, $T_i(x) = x_i$, $Q(x) = 1$ なる $x \in X$ が存在する. この $x \in X$ に対して $\text{Re}(G, Q)(x) = 1$ である. よって命題1の証明中の(4)から(6)を満たす $x^j \in X$, $j = 0, 1, \dots, m$, と $\sigma^j \in \Sigma$, $j = 0, 1, \dots, m-1$, が存在する. 簡単のため, $T_i(x^j) = x_i^j$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 0, 1, \dots, m$, とおく. $\text{Re}(G_i, T_i(Q))(x_i^j) = 1$, $j = 0, 1, \dots, m$, を帰納法により証明する. $\text{Re}(G_i, T_i(Q))$ の定義より, $\text{Re}(G_i, T_i(Q))(x_i^0) = 1$ である. 今, $j = k$ のとき, $\text{Re}(G_i, T_i(Q))(x_i^k) = 1$ であると仮定する. $i \in \text{In}(\sigma^k)$ ならば $x_i^{k+1} = \delta_i(\sigma^k, x_i^k)$ である. また(5)より $Q(x^{k+1}) = 1$ であるから, $T_i(Q)(x_i^{k+1}) = 1$ である. よって $\text{Re}(G_i, T_i(Q))$ の定義より, $\text{Re}(G_i, T_i(Q))(x_i^{k+1}) = 1$ である. 一方, $i \notin \text{In}(\sigma^k)$ ならば $x_i^{k+1} = x_i^k$ であるから, $\text{Re}(G_i, T_i(Q))(x_i^{k+1}) = 1$ である. よって帰納法により, $\text{Re}(G_i, T_i(Q))(x_i^m) = 1$ である. さ

らに(6)より, $x_i = T_i(x) = T_i(x^m) = x_i^m$ であるから, $\text{Re}(G_i, T_i(Q))(x_i) = 1$ である. ゆえに $T_i(Q) \leq \text{Re}(G_i, T_i(Q))$ ($1 \leq i \leq n$) が成り立つ.

次に任意の $\sigma \in \Sigma_{iu}$ ($1 \leq i \leq n$) に対して,

$$T_i(Q) \leq \text{ulp}_o(T_i(Q))$$

となることを背理法により証明する. $T_i(Q)(x_i) = 1$, $\text{ulp}_o(T_i(Q))(x_i) = 0$ なる $x_i \in X_i$, $\sigma \in \Sigma_{iu}$ が存在すると仮定する. このとき $T_i(x) = x_i$, $Q(x) = 1$ なる $x \in X$ が存在する. $\sigma \in \Sigma_{iu}$ であるから, $\sigma \notin \Sigma_j$ ($\forall j \neq i$) である. よって $\delta_i(\sigma, x_i)!$ より $\delta(\sigma, x)!$ である. $\delta(\sigma, x) = x'$ とすると, $T_i(x') = \delta_i(\sigma, x_i)$ であり, $\text{ulp}_o(T_i(Q))(x_i) = 0$ より, $T_i(Q)(T_i(x')) = 0$ である. よって $Q(x') = 0$ である. すなわち $\text{ulp}_o(Q)(x) = 0$ であり, これは Q の可制御性に矛盾する.

ゆえに $T_i(Q)$ は G_i に関して可制御である.

付録2 命題4の証明

$Q = \bigwedge_{i=1}^n Q_i$ とおく. Q は分離可能であるから, 系1より Q が Σ_u -不変であることを示せば十分である. 今, $Q(x) = 1$, $\text{ulp}_o(Q)(x) = 0$ なる $x \in X$, $\sigma \in \Sigma_u$ が存在すると仮定する. $\sigma \in \Sigma_u$ に対して, $\sigma \in \Sigma_j$, $\sigma \notin \Sigma_i$ ($\forall i \neq j$) なる j ($1 \leq j \leq n$) が存在する. $Q(x) = \bigwedge_{i=1}^n Q_i(x) = 1$ より, $Q_i(T_i(x)) = 1$, $i = 1, 2, \dots, n$, である. $\delta(\sigma, x) = x'$ とすると, $i \neq j$ ならば $T_i(x') = T_i(x)$ より $Q_i(T_i(x')) = 1$ である. 一方, Q_j の可制御性より $\text{ulp}_o(Q_j)(T_j(x)) = 1$ である. $T_j(x') = \delta_j(\sigma, T_j(x))$ より, $Q_j(T_j(x')) = 1$ である. したがって $\bigwedge_{i=1}^n Q_i(x') = 1$, すなわち $Q(x') = 1$ となり, これは $\text{ulp}_o(Q)(x) = 0$ に矛盾する.

付録3 命題6の証明

まず任意の分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ に対して, $\text{Re}(G, \{f_i\}_{i=1}^n) \leq \bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i)$ となることを証明する. $\text{Re}(G | \{f_i\}_{i=1}^n)(x) = 1$ なる任意の $x \in X$ に対して, 次の(7)から(9)を満たす $x^j \in X$, $j = 0, 1, \dots, m$, と $\sigma^j \in \Sigma$, $j = 0, 1, \dots, m-1$, が存在する. ただし x^0 は G の初期状態である.

$$(7) \delta(\sigma^j, x^j) = x^{j+1}, \quad j = 0, 1, \dots, m-1$$

$$(8) x = x^m$$

$$(9) \sigma^j \in f_i(T_i(x^j)), \quad \forall i \in \text{In}(\sigma^j),$$

$$j = 0, 1, \dots, m-1$$

$\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i)(x^j) = 1$, $j = 0, 1, \dots, m$, を帰納法により証明する. 定義より $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i)(x^0) = 1$ である. 今, $j = k$ のとき, $\bigwedge_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i)(x^k) = 1$ であると仮定する. このとき $\text{Re}(G_i | f_i)(T_i(x^k)) = 1$, $i = 1, 2, \dots, n$, である. $i \in \text{In}(\sigma^k)$ ならば, $\delta_i(\sigma^k, T_i(x^k)) = T_i(x^{k+1})$ であり, (9)より $\sigma^k \in f_i(T_i(x^k))$ であるから, $\text{Re}(G_i | f_i)(T_i(x^{k+1})) = 1$ である. $i \notin \text{In}(\sigma^k)$

ならば、 $T_i(x^{k+1}) = T_i(x^k)$ であるから、 $\text{Re}(G_i | f_i)(T_i(x^{k+1})) = 1$ である。よって $\|_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i)(x^{k+1}) = 1$ である。

次に $\{f_i\}_{i=1}^n$ が balanced のときには、 $\|_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i) \leq \text{Re}(G | \{f_i\}_{i=1}^n)$ となることを証明する。補題 1 より $\|_{i=1}^n \text{Re}(G_i | f_i)(x) = 1$ なる任意の $x \in X$ に対して、次の (10) から (12) を満たす $x^j \in X$, $j = 0, 1, \dots, m$, と $\sigma^j \in \Sigma$, $j = 0, 1, \dots, m-1$, が存在する。ただし x^0 は G の初期状態である。

$$(10) \quad \delta(\sigma^j, x^j) = x^{j+1}, \quad j = 0, 1, \dots, m-1$$

$$(11) \quad \text{Re}(G_i | f_i)(T_i(x^j)) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ j = 0, 1, \dots, m$$

$$(12) \quad x = x^m$$

$\text{Re}(G | \{f_i\}_{i=1}^n)(x) = 1$ を示すには、各 σ^j , $j = 0, 1, \dots, m-1$, に対して、

$$\sigma^j \in f_i(T_i(x^j)), \quad \forall i \in I_n(\sigma^j)$$

となることを示せば十分である。 $\sigma^j \in \Sigma_u$ ならば $\sigma^j \in \Sigma_i$ なる i に対して、 $\sigma^j \in f_i(T_i(x^j))$ が成り立つ。 $\sigma^j \in \Sigma_c$ ならば、 $i \in I_n(\sigma^j)$ なる i に対して、(11) より $\text{Re}(G_i | f_i)(T_i(x^j)) = \text{Re}(G_i | f_i)(T_i(x^{j+1})) = 1$ であり、 $\delta_i(\sigma^j, T_i(x^j)) = T_i(x^{j+1})$ であるから、条件 (C2) より $\sigma^j \in f_i(T_i(x^j))$ である。ゆえに $\text{Re}(G | \{f_i\}_{i=1}^n)(x) = 1$ である。

付録 4 定理 2 の証明

【補題 A1】 述語 $Q' \in P$ は G に関して可制御であるとする。このとき次式が成り立つ。

$$Q' \leq \|_{i=1}^n T_i(Q') \quad (\text{A1})$$

(証明) Q' は G に関して可制御であるから、 $Q'(x) = 1$ なる任意の $x \in X$ に対して、 $\text{Re}(G, Q')(x) = 1$ となる。よって命題 1 の $Q \leq \|_{i=1}^n T_i(Q)$ の証明と同様にして (A1) 式が証明できる。□

Q は $\{P_i\}_{i=1}^n$ に関して分離可能であり、 $C(Q)$ は空でないので、命題 5 より $C_i(Q_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, も空ではない。よって各 i ($1 \leq i \leq n$) に対して $\sup C_i(Q_i)$ が存在し、 $\sup C_i(Q_i)$ の可制御性より、 $\text{Re}(G_i | f_i) = \sup C_i(Q_i)$ なる balanced な分散状態フィードバック $\{f_i\}_{i=1}^n$ が存在する。

まず $K_{loc} \leq K$ を証明する。

$$K_{loc} = \|_{i=1}^n \sup C_j(Q_i) \\ \leq \|_{i=1}^n Q_i \\ = Q$$

であり、命題 4 より K_{loc} は G に関して可制御であるから、

$$K_{loc} \leq \sup C(Q) \\ = K$$

が成り立つ。

逆に $K_{loc} \geq K$ を証明する。命題 3 より $T_i(K)$, $i = 1, 2, \dots, n$, は G_i に関して可制御である。また $K \leq Q$ より $T_i(K) \leq T_i(Q)$, $i = 1, 2, \dots, n$, である。さらに $(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ は Q の生成集合であるから、補題 3 より $T_i(Q) \leq Q_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, である。よって、

$$T_i(K) \leq Q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

となり、

$$T_i(K) \leq \sup C_i(Q_i), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

である。これにより

$$K_{loc} = \|_{i=1}^n \sup C_i(Q_i) \\ \geq \|_{i=1}^n T_i(K)$$

である。よって、補題 A1 より $K \leq \|_{i=1}^n T_i(K)$ であるから、 $K_{loc} \geq K$ が成り立つ。