太陽電池パドルを想定したフレキシブル・プレートの振動抑制制御*

松野 文 俊**・宮 田 隆 司***

Vibration Control of a Solar Array Paddle as Flexible Plates*

Fumitoshi MATSUNO** and Takashi MIYATA***

In this paper, modeling and vibration control of a flexible solar array paddle are considered. This problem has arisen, in particular, in the area of control of satellites and space stations which have large solar array paddles. We consider the flexible solar array paddle which is in zero gravity field and is rotated about two axes of the flexible plates by motors, respectively. We first derive partial differential equations and two sets of boundary conditions which represent vibration of the paddle and ordinary differential equations which represent the dynamics of angles of rotation of motors. Solving the related eigenvalue problem, the eigenvalues and the corresponding eigenfunctions are obtained. On the basis of a finite-dimensional modal model of the distributed-parameter system, a controller for the flexible solar array paddle is constructed. Simulation results confirm that the controller performs remarkably well.

1. はじめに

宇宙開発の進展に伴い、宇宙ステーションや人工衛星などの宇宙構造物は、今後ますます大型化の傾向にある。また、打ち上げコストなどの輸送上の制約や、宇宙空間では重力、風力、地震などの影響を考慮する必要がないことなどから、これらの構造物は徹底した軽量化設計がはかられている。したがって、それらは柔軟性を顕著に示し、減衰が小さく、低周波の振動モードをもち、わずかな外乱によって容易に振動が励起されるという特質がある^{1)~3)}。特にこれら大型宇宙構造物のうちの一つである太陽電池パドルは、宇宙におけるシステムのエネルギー源として必須であり、極めて大型かつ軽量である。たとえば、人工衛星の場合には、搭載されたマニピュレータや太陽電池パドルなどの柔軟体の構造振動が、衛星本体の姿勢やアンテナの指向性に影響を及ぼすことになり、能動的に制御力を加えることにより、柔軟体の振動抑制

制御を行うことが必要となっている^{4)~8)}

そこで本論文では、人工衛星の太陽電池パドルを想定した2次元平面体としてのフレキシブル・プレートの振動抑制制御について考える。まず、ハミルトンの原理を用いプレートの振動を表す偏微分方程式と境界条件、およびモータの回転を表す常微分方程式を導く。得られた偏微分方程式と境界条件に対応する固有値問題を解くことにより、固有値と固有関数を求め、これらを用いて無限次元システムである分布定数系を有限次元化する。有限次元システムに基づいてスピルオーバー現象を補償し、プレートの振動と姿勢を制御するための制御器を構成する。また、制御器の有効性をシミュレーションにより検証する。

2. 制御対象のモデリング

本論文では、太陽電池パドルがFig. 1に示すように、剛体シャフトとそれに対称な2枚のプレートから構成されているとする。プレートはそれぞれ $a \times b$ の薄い長方形で、それぞれ長さ a の一辺が固定端であり、残りの三辺は自由端である。また、剛体シャフトはモータ1の回転軸に接続されていて、シャフトとパドルの対称軸が水平面内で回転するようになっている。モータ2は、そのシャフトとパドルの対称軸が回転軸となっている。ここ

* 原稿受付 1993. 3. 6.

** 神戸大学 工学部 Kobe University; Rokkodai-cho 1-1, Nada-ku, Kobe 657, JAPAN

*** 神戸大学 大学院 工学研究科 Graduate School of Kobe University; ditto

Key Words: solar array paddle, flexible plate, distributed parameter system, spillover phenomenon, controller with low-pass property.

Fig. 1 A solar array paddle

で, X_1Y_1 平面における点 (x, y) での Z_1 軸方向への時刻 t におけるプレート i の弾性変位を $w_i(x, y, t)$ ($i = 1, 2$) とする. プレート i の曲げこわさ, 単位面積あたりの質量をそれぞれ D_i, ρ_i , プレートのポアソン比を ν とし, モータ i の回転角, ロータの慣性モーメント, 減速比, 発生トルクをそれぞれ $\theta_i(t), J_i, g_i, \tau_i(t)$ とする. 曲げモーメント M_{ix}, M_{iy} は, 弾性変位 w_i を用いると

$$M_{ix} = -D_i \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$M_{iy} = -D_i \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \right)$$

と表現でき, ねじりモーメント M_{ixy} は,

$$M_{ixy} = -D_i(1-\nu) \frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \quad (2)$$

となり, せん断力 Q_{ix}, Q_{iy} は,

$$Q_{ix} = -D_i \left(\frac{\partial^3 w_i}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w_i}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$Q_{iy} = -D_i \left(\frac{\partial^3 w_i}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w_i}{\partial y \partial x^2} \right)$$

となる⁹⁾. このフレキシブル・プレートの運動エネルギー $\mathcal{T}$ は,

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ J_i g_i^2 \dot{\theta}_i^2 + \rho_i \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} [(y \dot{\theta}_2 + \dot{w}_i)^2 + (c+x)^2 \dot{\theta}_1^2 - 2(c+x) \dot{\theta}_1 (y \dot{\theta}_2 + \dot{w}_i) \cos \theta_2] dx dy \right\} \quad (4)$$

となる. ここで, $\Omega = [0, a]$, $\Omega_1 = [0, b]$, $\Omega_2 = [-b, 0]$ と領域を定義した. つぎに, ポテンシャルエネルギー $\mathcal{V}$ は

$$\mathcal{V} = \sum_{i=1}^2 \frac{D_i}{2} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right) \right\} \right] dx dy \quad (5)$$

となる^{9), 10)}. また, モータのトルクによる仮想仕事は,

$$\delta \mathcal{W} = \sum_{i=1}^2 \tau_i g_i \delta \theta_i \quad (6)$$

となる. ハミルトンの原理¹¹⁾

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta \mathcal{T} - \delta \mathcal{V} + \delta \mathcal{W}) dt = 0 \quad (7)$$

を用いると, プレート i ($i = 1, 2$) の振動の方程式を表わす偏微分方程式

$$\ddot{w}_i + \frac{D_i}{\rho_i} \left(\frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w_i}{\partial y^4} \right) = (c+x) \cos \theta_2 \cdot \ddot{\theta}_1 - y \ddot{\theta}_2 \quad (8)$$

と境界条件

$$\begin{aligned} y=0; w_i=0, \frac{\partial w_i}{\partial y} &= 0 \\ x=0, a; M_{ix}=0, Q_{ix}=0, M_{ixy}=0 \\ y=(-1)^{i-1}b; M_{iy}=0, Q_{iy}=0, M_{iyx}=0 \end{aligned} \quad (9)$$

および, モータ 1 とモータ 2 の回転の方程式

$$J_1'(\theta_2) \ddot{\theta}_1 + \sum_{i=1}^2 (-1)^{i-1} \cos \theta_2 \int_{\Omega} (c+x) Q_{iy}|_{y=0} dx = g_1 \tau_1 \quad (10)$$

$$J_2 g_2^2 \ddot{\theta}_2 + \sum_{i=1}^2 (-1)^{i-1} \int_{\Omega} M_{iy}|_{y=0} dx = g_2 \tau_2 \quad (11)$$

が得られる. ここで,

$$J_1'(\theta_2) = J_1 g_1^2 + \sum_{i=1}^2 \rho_i \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} (c+x)^2 \sin^2 \theta_2 dx dy \quad (12)$$

である. (8)~(11) 式よりフレキシブル・プレートの動的モデルは, 分布定数系と非線形の集中定数系が互いに干渉し合ったシステムとして記述されることがわかる. 境界条件 (9) 式は各プレートの $y=0$ の辺が固定端であり, 他の 3 辺が自由端で, 境界において曲げモーメント, ねじりモーメント, せん断力が働かないことを示している. (9) 式に等価な境界条件として,

$$\begin{aligned}
y=0; w_i=0, \quad \frac{\partial w_i}{\partial y}=0 \\
x=0, a; M_{ix}=0, Q_{ix}+\frac{\partial M_{ixy}}{\partial y}=0 \\
y=(-1)^{i-1}b; M_{iy}=0, Q_{iy}+\frac{\partial M_{ixy}}{\partial x}=0
\end{aligned} \quad (13)$$

を得る^{9),10)}.

3. 制御系の設計

3.1 システムの有限次元化

作用素 $\mathcal{A}_i (i=1, 2)$ を,

$$\mathcal{A}_i = \frac{D_i}{\rho_i} \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) \quad (14)$$

その定義域を, 境界条件 (9) 式を満足するように

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}(\mathcal{A}_i) = \{v \in H^4(\Omega \times \Omega_i) : v=0, v_x=0, v_{xy}=0; \\
y=0, \\
v_{xx}+\nu v_{yy}=0, v_{xxx}+v_{xxy}=0, v_{xy}=0; \\
x=0, a, \\
v_{yy}+\nu v_{xx}=0, v_{yyy}+v_{yyx}=0, v_{xy}=0; \\
y=(-1)^{i-1}b\}
\end{aligned} \quad (15)$$

とする. また, 内積を,

$$\langle v_1, v_2 \rangle_i = \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} v_1(x, y) v_2(x, y) dx dy \quad (16)$$

と定義する. この作用素は対称正定であり, その固有関数は直交することが証明できる (付録). Voigt 型の内部減衰定数を $\delta_i > 0 (i=1, 2)$ とし, 内部粘性抵抗を考慮した振動の方程式は, (8) 式と作用素 $\mathcal{A}_i$ を用いて発展方程式として,

$$\ddot{w}_i(t) + 2\delta_i \mathcal{A}_i \dot{w}_i(t) + \mathcal{A}_i w_i(t) = \mathcal{B} f(t) \quad (17)$$

と書ける. ここで

$$\mathcal{B} = [(c+x) \cos \theta_2 \quad -y], \quad f(t) = [\ddot{\theta}_1(t) \quad \ddot{\theta}_2(t)]^T \quad (18)$$

である. (14) 式で定義した作用素 $\mathcal{A}_i$ に対する固有値問題 $\mathcal{A}_i \varphi_i = \lambda_i \varphi_i, \varphi_i \in \mathcal{D}(\mathcal{A}_i)$ を解くことにより, 得られた固有値を λ_{in} , それに対応する固有関数を $\varphi_{in}(x, y)$ とする^{12),13)}. これらを用いると (17) 式の解は

$$w_i(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{in}} u_{in}(t) \varphi_{in}(x, y) \quad (19)$$

のように展開できる¹²⁾. また, (19) 式の時間関数 $u_{in}(t)$ は微分方程式

$$\begin{aligned}
\ddot{u}_{in}(t) + 2\delta_i \lambda_{in} \dot{u}_{in}(t) + \lambda_{in} u_{in}(t) \\
= \lambda_{in} \langle \mathcal{B} f(t), \varphi_{in}(x, y) \rangle_i \\
= a_{in}(\theta_2) \ddot{\theta}_1(t) + b_{in} \ddot{\theta}_2(t)
\end{aligned} \quad (20)$$

の解である. ここで,

$$\begin{aligned}
a_{in}(\theta_2) &= \frac{(-1)^i D_i \cos \theta_2}{\rho_i} \int_{\Omega} (c+x) \left\{ \frac{\partial^3 \varphi_{in}}{\partial y^3}(x, 0) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial^3 \varphi_{in}}{\partial y \partial x^2}(x, 0) \right\} dx \\
b_{in} &= \frac{(-1)^i D_i}{\rho_i} \int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial^2 \varphi_{in}}{\partial y^2}(x, 0) + \nu \frac{\partial^2 \varphi_{in}}{\partial x^2}(x, 0) \right\} dx
\end{aligned} \quad (21)$$

である. (21) 式を用いると, モータの回転の方程式 (10), (11) 式は,

$$J'_1(\theta_2) \ddot{\theta}_1(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 \frac{\rho_i a_{in}(\theta_2) u_{in}(t)}{\lambda_{in}} = \tau_1(t) \quad (22)$$

$$J_2 g_2^2 \ddot{\theta}_2(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 \frac{\rho_i b_{in} u_{in}(t)}{\lambda_{in}} = \tau_2(t) \quad (23)$$

のように書ける. (19) 式を第 N_i モードまでで

$$w_i(x, y, t) \cong \sum_{n=1}^{N_i} \frac{1}{\lambda_{in}} u_{in}(t) \varphi_{in}(x, y) \quad (24)$$

のように近似し, 状態変数を

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} &= [\mathbf{x}_1^T \quad \mathbf{x}_2^T]^T, \quad \boldsymbol{\tau}(t) = [\tau_1(t) \quad \tau_2(t)]^T \\
\mathbf{x}_1 &= [\theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_2]^T, \\
\mathbf{x}_2 &= [u_{11} \quad \dot{u}_{11} \quad \cdots \quad u_{1N_1} \quad \dot{u}_{1N_1} \\
&\quad u_{21} \quad \dot{u}_{21} \quad \cdots \quad u_{2N_2} \quad \dot{u}_{2N_2}]^T
\end{aligned} \quad (25)$$

とおくと, (20), (22), (23) 式より

$$\mathbf{D}(\theta_2) \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\theta_2) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\theta_2) \boldsymbol{\tau}(t) \quad (26)$$

となる. ここで

$$\mathbf{D}(\theta_2) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 & 0 \\ \mathbf{D}_{21}(\theta_2) & \mathbf{I}_{2(N_1+N_2)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_{21} = [\mathbf{d}_{11}^T \quad \cdots \quad \mathbf{d}_{1N_1}^T \quad \mathbf{d}_{21}^T \quad \cdots \quad \mathbf{d}_{2N_2}^T],$$

$$\mathbf{d}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_{ij}(\theta_2) & 0 & -b_{ij} \end{bmatrix}$$

$$(i=1, 2, \quad j=1, \cdots, N_i)$$

$$\mathbf{A}(\theta_2) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12}(\theta_2) \\ 0 & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1N_1} & P_{21} & \cdots & P_{2N_2} \end{bmatrix},$$

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\rho_i a_{ij}(\theta_2)}{J_1'(\theta_2) \lambda_{ij}} & 0 & -\frac{\rho_i b_{ij}}{J_2 g_2^2 \lambda_{ij}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$(i = 1, 2, \quad j = 1, \dots, N_i)$$

$$A_{22} = \text{block diag}(M_{11}, \dots, M_{1N_1}, M_{21}, \dots, M_{2N_2}),$$

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_{ij} & -2\delta_i \lambda_{ij} \end{bmatrix}$$

$$B(\theta_2) = \begin{bmatrix} B_1(\theta_2) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{g_1}{J_1'(\theta_2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_2 g_2} \end{bmatrix}^T$$

である。(26)式の両辺に左から D^{-1} をかけると

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}(t) + \hat{\mathbf{B}}\boldsymbol{\tau}(t) \quad (27)$$

$$\hat{\mathbf{A}} = D^{-1}\mathbf{A}, \quad \hat{\mathbf{B}} = D^{-1}\mathbf{B}$$

を得る。ここで、各モータの目標角を θ_{1d}, θ_{2d} とし、目標角からの偏差と目標角速度からの偏差をそれぞれ、

$$\tilde{\theta}_1(t) = \theta_1(t) - \theta_{1d}(t), \quad \tilde{\theta}_2(t) = \theta_2(t) - \theta_{2d}(t)$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_1(t) = \dot{\theta}_1(t) - \dot{\theta}_{1d}(t), \quad \dot{\tilde{\theta}}_2(t) = \dot{\theta}_2(t) - \dot{\theta}_{2d}(t) \quad (28)$$

とし、あらためて $\mathbf{x}_1 = [\tilde{\theta}_1, \dot{\tilde{\theta}}_1, \tilde{\theta}_2, \dot{\tilde{\theta}}_2]^T$ とおく。各モータの角度と角速度は測定でき、プレート i の (x_{ij}, y_{ij}) ($i = 1, 2, j = 1, \dots, m_i$) の位置にストレイン・ゲージを付け、それらの点における曲げモーメント $M_{iy}(x_{ij}, y_{ij}, t)$ を計測する。出力ベクトルを

$$\mathbf{y}(t) = [\mathbf{y}_1(t)^T \quad \mathbf{y}_2(t)^T]^T$$

$$\mathbf{y}_1(t) = \mathbf{x}_1 = [\tilde{\theta}_1(t) \quad \dot{\tilde{\theta}}_1(t) \quad \tilde{\theta}_2(t) \quad \dot{\tilde{\theta}}_2(t)]^T$$

$$\mathbf{y}_2(t) = [M_{1y}(x_{11}, y_{11}, t) \cdots M_{1y}(x_{1m_1}, y_{1m_1}, t) \\ M_{2y}(x_{21}, y_{21}, t) \cdots M_{2y}(x_{2m_2}, y_{2m_2}, t)]^T \quad (29)$$

とおく。点 (x_{ij}, y_{ij}) における曲げモーメント M_{iy} を第 N_i モードまでで

$$M_{iy}(x_{ij}, y_{ij}, t) \cong M_{iyN_i}(x_{ij}, y_{ij}, t)$$

$$= -\sum_{n=1}^{N_i} D_i \left\{ \frac{\partial^2 \varphi_{in}}{\partial x^2}(x_{ij}, y_{ij}) \right. \\ \left. + \nu \frac{\partial^2 \varphi_{in}}{\partial y^2}(x_{ij}, y_{ij}) \right\} u_{in}(t) \quad (30)$$

のように近似すれば、出力方程式は

$$\mathbf{y}(t) = \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}(t) \quad (31)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \text{block diag}(\mathbf{I}_4, \tilde{\mathbf{C}}_1, \tilde{\mathbf{C}}_2)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_i = \begin{bmatrix} c_{i11} & 0 & \cdots & c_{i1N_i} & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ c_{im_i1} & 0 & \cdots & c_{im_iN_i} & 0 \end{bmatrix}$$

$$c_{ijk} = -\frac{D_i}{\lambda_{ik}} \left[\frac{\partial^2 \varphi_{ik}}{\partial x^2}(x_{ij}, y_{ij}) + \nu \frac{\partial^2 \varphi_{ik}}{\partial y^2}(x_{ij}, y_{ij}) \right]$$

$$(i = 1, 2, \quad j = 1, \dots, m_i, \quad k = 1, \dots, N_i)$$

となる。

3.2 高域遮断特性をもたせた最適レギュレータ

ここで r_1, r_2 を定数とし、目標角を $\theta_{1d} = r_1, \theta_{2d} = r_2$ とする。有限次元システム (27), (31) 式において

$$\theta_1 = \theta_{1d}, \quad \theta_2 = \theta_{2d}$$

とした線形時不変なシステムを

$$\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{B}}\boldsymbol{\tau} \quad (32)$$

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}$$

とする。スピルオーバー現象を補償するために、制御帯域での性能を保持したまま、剰余モードに対するロバスト安定性を確保するために、周波数依存の重み $F(j\omega)$ を考える¹⁴⁾。ここでは、操作入力の高周波成分を抑制するために、 $F^{-1}(j\omega)$ に2次ローパス特性を持たせる。

$$F^{-1}(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta_0\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (33)$$

このフィルタは、 $\bar{\mathbf{u}}_i = F(s)\boldsymbol{\tau}_i$ ($i = 1, 2$) とおくと、

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{A}_F\mathbf{v} + \mathbf{B}_F\bar{\mathbf{u}}, \quad \boldsymbol{\tau} = \mathbf{C}_F\mathbf{v} \quad (34)$$

$$\mathbf{A}_F = \text{block diag}(\bar{\mathbf{A}}_F, \bar{\mathbf{A}}_F)$$

$$\mathbf{B}_F = \text{block diag}(\bar{\mathbf{B}}_F, \bar{\mathbf{B}}_F)$$

$$\bar{\mathbf{u}} = [\bar{\mathbf{u}}_1, \bar{\mathbf{u}}_2]^T$$

$$\bar{\mathbf{A}}_F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\zeta_0\omega_0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}}_F = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

と実現できるから、(32), (34) 式を合わせた拡大系の状態方程式は、

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{u}} \quad (35)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{v}^T]^T, \quad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} & \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{C}_F \\ 0 & \mathbf{A}_F \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_F \end{bmatrix}$$

Fig. 3 Mode functions

Fig. 4 Transient responses (Case 1)

二つずつストレーン・ゲージをとりつけた。その位置はシステムが可観測となり、なるべく感度が良くなるようにシミュレーションにより数値的に評価し、 $(x_{11}, y_{11}) = (3.6, 0.8)$, $(x_{12}, y_{12}) = (1.8, 0.0)$, $(x_{21}, y_{21}) = (3.6, -0.8)$, $(x_{22}, y_{22}) = (1.8, 0.0)$ とした。フィルタの定数は、 $\zeta_0 = 0.57$, $\omega_0 = 1.10$ とした。また、制御器は離散時間制御系に変換し、そのサンプリング時間を $2.5[\text{ms}]$ とした。

4.3 シミュレーション結果

Fig. 4~6 に、シミュレーション結果を示す。Fig. 4 は、提案した制御器を用いた場合 (Case 1) の応答を示している。Fig. 5 において、実線は提案した制御器においてフィルタを用いずにフィードバック制御を行った場合 (Case 2) の応答を、破線は Case 1 の応答を示している。Fig. 6 において、実線は角度と角速度のみをフィードバックした場合 (Case 3) の応答を、破線は Case 1 の応答を示している。Fig. 6 のモーメント出力 $M_{1y}(x_{11}, y_{11}, t)$ には、50 秒以後の応答を縦軸のスケールを変えて比較した図を加えてある。Fig. 5 より、フィルタを用いない場合は、剰余モードである高周波成分の影響を受けて各状態が発散していくことがわかる。Fig. 6 より、角度と角速度のみをフィードバックした場合には、振動がなかなか減衰しないことがわかる。これに対し本論文で提案した制御器を用いた場合は、すべての状態が目標値に収束し、振動がある程度抑えられており、制御器が有効に働いていることがわかる。

5. おわりに

本論文では、人工衛星の太陽電池パドルを想定した 2 次元平面体としてのフレキシブル・プレートの振動抑制制御について考えてきた。まず、ハミルトンの原理を用いプレートの振動を表す偏微分方程式と境界条件、およびモータの回転を表す常微分方程式を導いた。得られた偏微分方程式と境界条件に対応する

Fig. 5 Transient responses (— Case 2, --- Case 1)

Fig. 6 Transient responses (— Case 3, --- Case 1)

固有値問題を解くことにより固有値と固有関数を求め、これらを用いて無限次元システムである分布定数系を有限次元化し、プレートの振動と姿勢を制御するための制御器を構成した。シミュレーションにより、提案した制御器の有効性が検証された。状態方程式において、モータの角度によりシステム行列が変化するが、本論文では目標値において固定した時不変システムに対して制御器を構成した。場合によっては、ロバストな制御系を構成する必要があるかもしれない。さらに、実験による制御器の有効性の検証や、衛星本体が地球軌道上を運動している場合の本体の運動と、太陽電池パドルの振動との干渉を考慮したシミュレーションなどが今後の課題である。

最後に、日頃からご指導頂いている神戸大学工学部池田雅夫教授と大阪大学基礎工学部坂和愛幸教授に謝意を表する。

参 考 文 献

- 特集：フレキシブルアーム；日本ロボット学会誌，Vol. 6, No. 5 (1988)
- 土屋：宇宙ロボット；システム/制御/情報，Vol. 34, No. 7, pp. 418~422 (1990)
- 福田，新井ほか：柔軟構造物のフレキシビリティ制御；日本機械学会論文集 (C 編)，Vol. 54, No. 499, pp. 630~637 (1988)
- Y. Sakawa, F. Matsuno and S. Fukushima: Modeling and Feedback Control of a Flexible Arm; J. Robotic Syst., Vol. 2, No. 4, pp. 453~472 (1985)
- Z. L. Lou, F. Matsuno and Y. Sakawa: Experimental Study on Feedback Control of Coupled Bending and Torsional Vibration of Flexible Beams; Proc. IFAC Control of Distributed Parameter System, pp. 231~236 (1989)
- 松野，村地ほか：フレキシブル・ビームの曲げ・ねじり非結合振動のフィードバック制御；システム制御情報学会論文誌，Vol. 5, No. 6, pp. 244~252 (1992)
- F. Matsuno and Y. Sakawa: A Simple Model of Flexible Manipulators with Six Axes and Vibration Control by Using Accelerometers; J. Robotic Syst., Vol. 7, No. 4, pp. 575~597 (1990)
- 吉田，五島：2重テンドン機構による回転平板の位置決めおよび曲げ・ねじり振動の制御；日本機械学会論文集 (C 編)，Vol. 57, No. 534, pp. 215~220 (1991)
- S. P. Timoshenko and J. M. Gere: 弾性安定の理論，ブレイン図書出版 (1974)
- C. L. Dym and I. H. Shames: Solid Mechanics, McGraw-Hill (1973)

- 11) L. Meirovitch : Analytical Methods in Vibrations, Macmillan (1967)
- 12) F. Matsuno, H. Senda, T. Ishibe and Y. Sakawa : Vibration Control of a Flexible Plate ; Proc. 1991 ASME Winter Annual Meeting, DSC-Vol. 31, pp. 7~14 (1991)
- 13) D. J. Gorman : Free Vibration Analysis of Rectangular Plates, Elsevier (1982)
- 14) 木田, 池田ほか : 高域遮断特性をもたせた最適レギュレータとその大型宇宙構造物の制御への応用 ; 計測自動制御学会論文集, Vol. 25, No. 4, pp. 448~454 (1989)

付 録

この付録では, (14) 式で定義した作用素 $\mathcal{A}_i$ が正定・対称であり, その固有関数が直交することを示す. ここで, 添え字の x, y は, それぞれ x, y での偏微分を表わすものとする. 任意の $u, v \in \mathcal{D}(\mathcal{A}_i)$ に対して,

$$\begin{aligned}
 & \langle \mathcal{A}_i u, v \rangle_i \\
 &= \frac{D_i}{\rho_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} (u_{xxxx} + 2u_{xxyy} + u_{yyyy}) v dx dy \\
 &= -\frac{D_i}{\rho_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} \{u_{xxx} + \nu u_{xyy} + (1-\nu)u_{xyy}\} v_x dx dy \\
 &\quad - \frac{D_i}{\rho_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} \{u_{yyy} + \nu u_{xxy} + (1-\nu)u_{xxy}\} v_y dx dy \\
 &= \frac{D_i}{\rho_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} u_{xx} (v_{xx} + \nu v_{yy}) dx dy \\
 &\quad + \frac{D_i}{\rho_i} (1-\nu) \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} u_{xy} v_{xy} dx dy \\
 &\quad + \frac{D_i}{\rho_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} u_{yy} (\nu v_{xx} + v_{yy}) dx dy \\
 &\quad + \frac{D_i}{\rho_i} (1-\nu) \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} u_{xy} v_{xy} dx dy \\
 &= \frac{D_i}{\rho_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} \{u_{xx} v_{xx} + u_{yy} v_{yy} \\
 &\quad + \nu (u_{xx} v_{yy} + u_{yy} v_{xx})\} dx dy \\
 &\quad + 2 \frac{D_i}{\rho_i} (1-\nu) \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} u_{xy} v_{xy} dx dy \quad (A1)
 \end{aligned}$$

となる. (A1) から, $\langle \mathcal{A}_i u, v \rangle_i = \langle u, \mathcal{A}_i v \rangle_i$ と

なり, 作用素 $\mathcal{A}_i$ の対称性が示される. また, (A1) 式において, $v = u$ とおけば,

$$\begin{aligned}
 & \langle \mathcal{A}_i u, u \rangle_i \\
 &= \frac{D_i}{\rho_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} \{u_{xx}^2 + 2\nu u_{xx} u_{yy} \\
 &\quad + u_{yy}^2 + 2(1-\nu) u_{xy}^2\} dx dy \\
 &= \frac{D_i}{\rho_i} \int_{\Omega_i} \int_{\Omega} \{(u_{xx} + \nu u_{yy})^2 + (1-\nu)^2 u_{yy}^2 \\
 &\quad + 2(1-\nu) u_{xy}^2\} dx dy \\
 &> 0 \quad (1 > \nu) \quad (A2)
 \end{aligned}$$

となり, 作用素 $\mathcal{A}_i$ の正定性が示される. 作用素の正定性と対称性より, 固有関数の直交性は容易に示すことができる.