1 次・2 次情報を補間するシステムのパラメトリゼーション*

堀口 和己**・西村 卓也***・長田 朗***

A Parametrization of All Systems Interpolating 1st- and 2nd-Order Information*

Kazumi HORIGUCHI**, Takuya NISHIMURA*** and Akira NAGATA***

Considering information associated with the power spectrum characteristics of a system (2nd-order information) as well as information associated with its transfer characteristics (1st-order information), a better outcome is obtained in the field of the system approximation and reduction. In this paper, we discuss the problem of finding discrete-time systems such

$$P(\zeta) = H(\zeta)H^*(\zeta^{-1}) = \frac{1}{2}\{R(\zeta) + R^*(\zeta^{-1})\} \quad (3)$$

(*: 共役転置)と表わされる。 $H(\zeta)$ は $|\zeta| \leq 1$ で解析的, また, $R(\zeta)$, $R^*(\zeta^{-1})$ はそれぞれ, PS関数の因果的部分, 反因果的部分で, $R(\zeta)$ は $|\zeta| \leq 1$ で解析的, $R^*(\zeta^{-1})$ は $|\zeta| \geq 1$ で解析的である。(3)式の関係より $R(\zeta)$ は m 入力 m 出力安定な離散時間システムの伝達関数として,</

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_p \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_p \end{bmatrix}, [F \quad F_R] = \begin{bmatrix} F_1 & F_{R1} \\ \vdots & \vdots \\ F_p & F_{Rp} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$A_i, E_i, F_i, F_{Ri}, i=1, \dots, p$ はそれぞれ $m q_i \times m q_i$, $m q_i \times m$, $m q_i \times r$, $m q_i \times m$ 行列であり,

$$A_i = \begin{bmatrix} \zeta_i \text{Im} & & 0 \\ \text$$

$$\tilde{A} = A - B_R(I + D_R)^{-1}C \quad (14a)$$

$$[\tilde{B}_1 \ \tilde{B}_2] = [B - B_R(I + D_R)^{-1}D \quad -B_R(I + D_R)^{-1}] \quad (14b)$$

$$\tilde{C} = 2(I + D_R)^{-1}C \quad (14c)$$

$$[\tilde{D}_1 \ \tilde{D}_2] = [2(I + D_R)^{-1}D \quad (I + D_R)^{-1}(I - D_R)] \quad (14d)$$

と書くことができる。

以上の準備のもとで、方程式 (15), (16) 式の一般解が次に与えられる。

【定理1】 (15), (16) 式を満たすシステム $(\tilde{A} \ \tilde{B} \ \tilde{C} \ \tilde{D})$ が存在するための必要十分条件は、Lyapunov 方程式 (17) 式の解 P_0 が半正定となることである。

$P_0 \geq 0$, $\text{rank } P_0 = n$ のとき、 P_0 の full rank 分解を $P_0 = Q_0 Q_0^*$ とし、 $[AQ_0 \ \Gamma]$,

$$\tilde{u} \rightarrow \tilde{y} : (\tilde{A}_0 \tilde{B}_0 \tilde{C}_0 \tilde{D}_0)^\dagger \quad \tilde{v} \rightarrow \tilde{w} : (F G H J)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{w} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \tilde{y} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} : \begin{$$

(略証) 前半は, 補助定理, 定理1, 変換(13)式と次の事実: (20a)の $\tilde{D}_0$ に対して $(I + \tilde{D}_{02})$ は正則である[†], を考慮すれば示される. 後半は, $(A [B \ B_R] \ C [D \ D_R])$: 可到達・可観測 $\iff (\tilde{A} \ \tilde{B} \ \tilde{C} \ \tilde{D})$: 可到達・可観測, となることより明らか.

(注意8) $\nu = n + m$ のとき, (8)~(10)式を満たすシステムは(2

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}I_2 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} I_2 \\ 0 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} H_{10}^D \\ H_{11}^D \\ H_{20}^D \end{bmatrix}, \quad F_R = \begin{bmatrix} R_{10}^D \\ 2R_{11}^D \\ R_{20}^D \end{bmatrix}$$

- 6) 堀口, 長田: 2次情報を用いた線形離散時間システムのモデリング; 計測自動制御学会論文集, Vol. 24, No. 1, pp. 32~39 (1988)
 - 7) K. Horiguchi, T. Nishimura and A. Nagata: Minimal Realizations Interpolating First- and Second-Order Information; International Journal of Control, Vol. 52, No. 3, pp. 689~704 (1990)
 - 8) 児玉, 須田: システム制御のためのマトリクス理論, 13章, 計測自動制御学会 (1978)
-