適応ディジタルフィルタを用いた周波数領域画像の パラメータ同定*

金城 寛**・大松 繁***・山本 哲彦**・玉城 史朗**

Parameter Identification of the Image in Frequency Domain Using Adaptive Digital Filters*

Hiroshi KINJO**, Sigeru OMATU***, Tetsuhiko YAMAMOTO**
and Shiro TAMAKI**

This paper discusses signal characteristics of a two-dimensional image transformed into frequency domain by using an adaptive digital filter (ADF). System identification using ADF is applied to the image data analysis in each frequency area. ADF determines the system parameters of the image signal. An adaptive Kalman filter which uses the system parameters adaptively obtained from ADF is proposed to restore a noise-contaminated image. The adaptive Kalman filter with the system parameters proposed in this paper contributes the image restoration. A smoothing image by an ϵ -filter is used to identify the system parameters in order to apply the adaptive Kalman filter. The ϵ -filter combined with the adaptive Kalman filters is proposed to improve the performance of the noise reduction of the image. Experimental results show that the proposed method has advantages for image restoration.

1. はじめに

近年、ディジタル技術の発達により信号処理および画像処理技術が急速な進歩を遂げている。信号処理分野では、ディジタルフィルタやスペクトル解析などに加え、ニューラルネットなどの新技術に関する研究が行われている。画像処理の分野でも信号処理で発達してきた技術を取り込んだ研究が行われるようになった。最近では膨大な画像データをFFTにより周波数領域へ変換し、周波数領域上での画像信号の特性解析を行うことが容易になっている。また、画像が分離型ARモデルとして近似できるならば、直交変換によって周波数領域へ変換されたデータを用いて並列Kalmanフィルタまたはスムーザなどを用いて、ノイズ等による劣化画像の修復を行う方法が報告されている^{1)~3)}。これらの手法は、画像を2次元離散的データの定常確率場と仮定し、その共分散関数が

分離型として与えられる場合、同じ共分散関数をもつ状態方程式を構成し、Kalmanフィルタを適用するという方法である³⁾。しかし、これらの方法による画像修復の精度は、画像システムのパラメータやノイズの統計的性質の推定値に大きく依存する。

一方、信号処理の技術として発達してきた適応ディジタルフィルタ（以下ADFと略記する）は、信号やシステムの特性の変動に対して、それに追従するように機能するディジタルフィルタであり、その有用性が多数報告されている^{4),5)}。とくに、システムの時変パラメータの同定やその応用の分野では、多くの優れた結果が報告されている⁶⁾。金城らは周波数領域画像でのADFによるパラメータを用いた劣化画像修復法を提案している⁷⁾。しかし、この方法は、前処理としてYule-Walker方程式を用いて直交変換に必要なパラメータを求めたり、周波数領域での画像の画素間のパラメータを複数回求めるなど冗長的な処理が多く、計算時間の増加が問題となる。さらに、繰り返しの直交変換の際に用いるパラメータの求め方も明らかにされていない。また、画像データを時変過程と見なした処理を行っているが、定常過程とした場合については考察されていない。

本論文では、周波数領域に変換された画像データを周

* 原稿受付 1993年11月1日

** 琉球大学 工学部 University of the Ryukyus ; Nishiharacho, Okinawa 903-01, JAPAN

*** 徳島大学 工学部 The University of Tokushima ; 2-1 Minamijosanzima, Tokushima city, Tokushima 770, JAPAN

Key Words : parameter identification, 2D-image, frequency domain, adaptive digital filter, image restoration.

波数ごとの時系列信号と考え、ADF によるシステム同定を適用し、画像の信号特性解析を行う。ここで、画像の時系列信号を周波数ごとの定常過程信号とした場合、および時変過程信号と見なした場合のそれぞれについてシステムパラメータを求める。劣化画像修復の問題を考えたとき、従来の並列 Kalman フィルタなどの手法では、周波数領域の画像に対して空間領域画像から保存されたシステムパラメータで一括した処理を行っていた^{1),2)}。しかし、劣化画像の周波数領域データは、その周波数ごとに SN 比などの信号の性質が異なると考えられる。したがって、周波数領域における画像のシステムパラメータが精度よく推定できれば画像修復の精度は向上すると考えられる。ここでは、パラメータの推定精度がフィルタリングの性能に及ぼす効果に焦点をあて、ADF によって適応的に求められたシステムパラメータを用いる適応 Kalman フィルタの提案を行う。そこで、並列 Kalman フィルタとの性能比較により ADF のシステム同定の有効性を示す。

また、工学的応用の観点からは劣化画像のみのデータを用いて画像修復を行うことが望まれる。その際パラメータ同定を行うための画像信号を得るために、 ε -分離フィルタを用いることを提案する。ここでは、 ε -分離フィルタによって得られた平滑画像を用いて ADF によるパラメータ同定を行う。本論文では、 ε -分離フィルタと適応 Kalman フィルタとの併用処理を提案し、 ε -分離フィルタや適応 Kalman フィルタのそれぞれの個別の処理よりも性能の優れた劣化画像修復が行えることを実験的に示す。

2. 画像モデル

A. K. Jain らは画像データを、因果モデル、半因果モデル、非因果モデルなどの数学モデルにあてはめられることを実験的に示した^{8),9)}。本論文では、画像を構造が簡単な Fig. 1 に示す因果モデルとし、Kalman フィルタの適用を容易にするため次式で与えられる縦横 $N \times M$ 画素から成る分離型 2 次元 AR 過程と仮定する。

$$a(z_1)b(z_2)x(t, s) = w(t, s) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} a(z_1) &= 1 - az_1^{-1} \\ b(z_2) &= 1 - bz_2^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

$$y(t, s) = x(t, s) + v(t, s) \quad (3)$$

ここで、 $x(t, s)$ と $y(t, s)$ は、それぞれ画像システムの状態および観測値であり、 z_1, z_2 は、それぞれ縦方向（以後 t 方向と記述する）、横方向（以後 s 方向と記述する）に対する遅れ演算子を示している。システムノイズ $w(t, s)$ 、観測ノイズ $v(t, s)$ は平均が 0、分散が、

Fig. 1 Image model

それぞれ、 q, r の白色ノイズとする。ここで、画像の共分散関数は、次式で示される分離型の指数関数を有する確率過程とする。

$$\phi_{xx} = \sigma_x^2 e^{-\alpha|t|} e^{-\beta|s|}, \quad \alpha, \beta > 0 \quad (4)$$

画像の平均値、相関関数が、それぞれ、

$$\begin{aligned} E[x(t, s)] &= 0 \\ E[x(t_1 + t, s_1 + s)] &= R_{xx}(t, s) \end{aligned} \quad (5)$$

で表わされるとき $\phi_{xx} = R_{xx}(t, s)$ となる。ここで、 $E[\cdot]$ は数学的期待値を示す。また、(1), (2) 式でモデル化した 2 次元画像に対して

$$q = (1 - a^2)(1 - b^2)\sigma_x^2 \quad (6)$$

と仮定できるならば対象画像の共分散関数は次式で表わすことができる³⁾。

$$\phi_{xx}(t, s) = \sigma_x^2 a^{|t|} b^{|s|} \quad (7)$$

ここでは、ノイズを含む劣化画像より原画像を推定する問題を考える。このとき、原画像を因果モデルとして仮定でき、さらに定常過程と仮定できるならば、画像のシステムパラメータが一定値として求まり、次に示す直交 sin 変換による周波数領域への変換処理が容易となる。また、周波数領域へ変換された画像信号は、定常の離散時間システムとして考えれば、状態推定に有効な Kalman フィルタが容易に構成できる。

これより第 s 列の t 方向画像データを考えると、(1) 式より画像空間は、

$$a(z_1) \begin{bmatrix} x(1, s) \\ x(2, s) \\ \vdots \\ x(N, s) \end{bmatrix} = Ax(s) \equiv u(s) \quad (8)$$

となる。ここで、 $x(s) = [x(0, s), x(1, s), \dots, x(N, s)]^T$ は $(N+1)$ 次元ベクトルであり、 $x(0, s)$ については

$x(0, s) = 0$ とおく. また, A は以下の $N \times (N+1)$ 行列である.

$$A = \begin{bmatrix} -a & 1 & & 0 \\ & -a & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & -a & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

これより, 状態方程式 (1), (2) 式は,

$$u(s) = bu(s-1) + w(s) \quad (10)$$

と書ける. ここで $u(s) = [u(1, s), u(2, s), \dots, u(N, s)]^T$, $w(s) = [w(1, s), w(2, s), \dots, w(N, s)]^T$ である. 観測方程式 (3) 式についても, 状態方程式の場合と同様に以下の式が得られる.

$$Ay(s) = u(s) + Av(s) \quad (11)$$

ここで $y(s) = [y(0, s), y(1, s), \dots, y(N, s)]^T$, $v(s) = [v(0, s), v(1, s), \dots, v(N, s)]^T$ であり, $y(0, s)$ については $y(0, s) = 0$ とおく.

システムノイズおよび観測ノイズについては, その共分散行列は次式で表わされる.

$$E[w(s)w(k)^T] = qI\delta_{sk} \quad (12)$$

$$E[Av(s)v(k)^T A^T] = rD\delta_{sk} \quad (13)$$

$$E[w(s)v(k)^T] = 0 \quad (14)$$

ここで δ_{sk} は Kronecker のデルタ, I は $N \times N$ の単位行列を表わす. $D = AA^T$ は以下の $N \times N$ 行列となる.

$$D = \begin{bmatrix} 1+a^2 & -a & & 0 \\ -a & 1+a^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1+a^2 & -a \\ & & & -a & 1+a^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

上記の (10), (11) 式は, それぞれ, N 次元のシステムの状態方程式および観測方程式となっている. しかし, 計算処理を容易にするため, D の対角化を行う¹⁾. D の固有値 λ_i , 固有ベクトル h_i は, それぞれ,

$$\lambda_i = 1 + a^2 - 2a \cos\left(\frac{i\pi}{N+1}\right), \quad (16)$$

$$h_i = \left[\sin \frac{i\pi}{N+1}, \sin \frac{2i\pi}{N+1}, \dots, \sin \frac{Ni\pi}{N+1} \right]^T, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

となる. したがって, D を対角化するための直交変換行列 T は次式で与えられる.

$$T = \sqrt{\frac{2}{N+1}} [h_1, h_2, \dots, h_N] \quad (18)$$

ここで T は $T = T^T = T^{-1}$ なる性質を持っており,

$TDT = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ となる^{1), 3)}.

つぎに, $\theta(s)$, $\eta(s)$, $\xi(s)$, $\zeta(s)$ を以下のベクトルで定義する.

$$\begin{aligned} \theta(s) &= Tu(s), & \eta(s) &= TAy(s), \\ \xi(s) &= Tw(s), & \zeta(s) &= TAv(s) \end{aligned} \quad (19)$$

このとき, 直交変換後のノイズの共分散は, それぞれの要素を用いて,

$$E[\xi_i(s)\xi_j(k)] = q\delta_{ij}\delta_{sk} \quad (20)$$

$$E[\zeta_i(s)\zeta_j(k)] = r\lambda_i\delta_{ij}\delta_{sk} \quad (21)$$

$$E[\xi_i(s)\zeta_j(k)] = 0 \quad (22)$$

と記述される. ここで $\xi_i(s)$ は N 次元ベクトル $\xi(s)$ の i 番目の要素を示している. これらの直交 sin 変換の演算は FFT を利用して簡単かつ高速に計算することが可能である. 以上より画像モデル (10), (11) 式は, 直交変換を経た後のベクトルの要素に分離して以下のシステム方程式で表わすことが可能となる.

$$\theta_i(s) = b_i\theta_i(s-1) + \xi_i(s), \quad (23)$$

$$\eta_i(s) = \theta_i(s) + \zeta_i(s), \quad (24)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

ここで, b_i は周波数領域へ変換された画像の第 i 行のシステムパラメータを表わしている.

本論文で処理を行う 2 次元画像は, 縦横が 255×255 画素で, 濃淡レベルが 8 ビットの画像であるが, それを平均 0, 分散 1.0 に正規化したものを原画像とし, Fig. 2 (a) に示す. また, この画像に観測ノイズとして, 平均 0, 分散 0.4^2 の白色 Gauss ノイズを加えた劣化画像を Fig. 2 (b) に示す. これらの画像は縦横が時間 t , 横軸が空間 s の時間-空間座標系の 2 次元画像である. これらの画像に対して $a = b = 0.9$ として直交 sin 変換により周波数領域へ変換した画像を Fig. 3 に示す. これらの画像は縦軸が周波数 i , 横軸が空間 s の周波数-空間座標系の 2 次元画像である. ここで, 画像の上部は低周波領域, 下部は高周波領域となっている.

金城らは周波数領域へ変換された画像に対して ADF を用いたパラメータの同定法を提案している⁷⁾が, ここでは, 周波数領域へ変換された画像データの特性と, 求められたパラメータとの関係についてはなんら考察がなされていない.

本論文では, 周波数領域へ変換された画像データを周波数ごとの時系列信号として扱い, 信号を定常過程とした場合, および時変過程と見なした場合のそれぞれについて ADF により得られるパラメータを明示し, 画像のデータ特性について考察を行う. つぎに, これらのパラメータを用いて比較的簡単に構成できる適応 Kalman

(a) Original image

(b) Noisy image

Fig. 2 Images in space domain

(a) Original image

(b) Noisy image

Fig. 3 Images in frequency domain

フィルタを提案し、劣化画像修復におけるシステムパラメータの有効性を示す。

3. ADF を用いた画像修復処理

3.1 ADF によるパラメータ同定

参考文献7)では、劣化画像データから直接パラメータを同定する手法を用いているが、本論文では、より精度の高いパラメータを求めるため、また、原画像のデータ特性とパラメータとの関係を調べるために、原画像の周波数変換後のデータを使用して ADF によるパラメータ同定を行う。システムパラメータの求め方にはオフライン的な処理として最小二乗法などもあるが、ここでは逐次アルゴリズムに基づく ADF をオフライン的に使用して画像システムのシステムパラメータを求める。このとき、2. で示されているように、周波数領域での画像システムはそれぞれのスキャンラインごとの AR (1) モデルで記述される。ここで AR (1) とは、遅れ次数が 1 の自己回帰過程を示している。Fig.4 (a) は、画像データから AR (1) モデルの自己回帰係数を同定するための ADF システムである。Fig.4 (a) において、同定アルゴリズムは次式で構成される。

$$\hat{\theta}_i(s) = \hat{b}_i \theta_i(s-1), \quad (25)$$

$$e_i(s) = \theta_i(s) - \hat{\theta}_i(s), \quad (26)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

(a) Parameter identification system

(b) Iterative algorithm

Fig. 4 ADF system for identification

ここで、 $\hat{\theta}_i(s)$ は ADF の出力であり、 $e_i(s)$ は ADF の推定誤差である。ADF のパラメータ $\hat{b}_i$ は、評価関数 $J = E[e_i(s)^2]$ を最小にするように、最小平均二乗アルゴリズムを用いて求められる^{5),6)}。これよりシステムパラメータ b_i の推定値としてそれぞれのスキャンライン i ごとに収束する $\hat{b}_i$ を求めることができる。しかし、このようにして求めたシステムパラメータは、それぞれのスキャンラインごとのおおよその値であり、空間領域の画像では任意の行あるいは任意の列により高い周波数信号成分を含んでいることがある。これらの信号変化に対応できるようにするために、周波数領域の画像において、それぞれの周波数ごとの時系列信号を時変過程と見なし、スキャンライン上の各画素間で変化するパラメータを求める。Fig. 4 (b) に時変パラメータを求めるための ADF の繰り返し法^{6),7)}を示す。ここでは、ADF の出力が、

$$\hat{\theta}_i(s) = \hat{b}_{is}\theta_i(s-1), \quad (27)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

として与えられる。実際の計算においては、ADF のステップサイズパラメータは全スキャンライン i に対して安定した収束を示す値として 0.1 を用いた。繰り返しを制御する定数 K については、(23) 式と (25), (26) 式とを対応させて考え、システムノイズ $\xi_i(s)$ と ADF の誤差 $e_i(s)$ との対応から実験的にシステムノイズ $\xi_i(s)$ の標準偏差 $q^{1/2}$ までとした。これより、周波数領域へ変換された画像データ第 i 行、第 s 列のパラメータ $\hat{b}_{is}$ が得られる。

周波数ごとの画像信号を定常過程とした場合のシステムパラメータ $\hat{b}_i$ を Fig. 5 に示す。パラメータ $\hat{b}_i$ の値は、周波数を示すスキャンライン i が大きくなるにつれて減少している。Fig. 6 に、原画像の周波数変換後のデータ $\theta_i(s)$ と、画像データを時変過程と見なした場合の画素間のパラメータ $\hat{b}_{is}$ とを示す。データ $\theta_i(s)$ は周波数が低い場合は s 方向に対して緩やかに変化する信号であるが、周波数が高くなるにつれて振幅が小さな激しく

Fig. 5 System parameters $\hat{b}_i$

(a) Image data $\theta_i(s)$ in frequency domain

(b) System parameters $\hat{b}_{is}$ for each pixel

Fig. 6 Image data and system parameters

振動する信号となっている。また、パラメータ $\hat{b}_{is}$ は周波数が低いときはほぼ 1 に近い一定値となっているが、周波数が高くなるにつれて 0 を中心として振動する値となることが分かる。

3.2 適応 Kalman フィルタによる画像修復

本論文では、ADF で求めた時变的な画素間のパラメータを用いる適応 Kalman フィルタを提案する。これにより、システムパラメータの劣化画像の修復処理における有用性を示す。

3.1 の方法により画素間のパラメータ $\hat{b}_{is}$ が得られたとして、ここで、観測ノイズにより劣化した画像 $y(t, s)$ から原画像 $x(t, s)$ を推定する問題を考える。周波数領域へ変換された画像のシステム方程式 (23), (24) 式に対して Kalman フィルタを適用すると、以下の適応 Kalman フィルタが得られる。

$$\hat{\theta}_i(s|s) = \hat{\theta}_i(s|s-1) + K_i(s)(\eta_i(s) - \hat{\theta}_i(s|s-1)), \quad (28)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$\hat{\theta}_i(s|s-1) = \hat{b}_{is}\hat{\theta}_i(s-1|s-1) \quad (29)$$

$$K_i(s) = \frac{P_i(s|s-1)}{M_i(s)} \quad (30)$$

$$P_i(s|s-1) = \hat{b}_{is}^2 P_i(s-1|s-1) + q \quad (31)$$

$$M_i(s) = P_i(s|s-1) + r\lambda_i \quad (32)$$

$$P_i(s|s) = \frac{r\lambda_i P_i(s|s-1)}{M_i(s)} \quad (33)$$

$$P_i(0|0) = (1 - \hat{b}_{i0}^2)^{-1} q \quad (34)$$

ここで、 $\hat{\theta}_i(s|s-1)$ は1段予測値を示し、 $\hat{\theta}_i(s|s)$ はフィルタ値を示している。また、初期値 $P_i(0|0)$ については事前情報がないとして、空間領域画像で設定した値 $\hat{b}_{i0} = b = 0.9$ を用いて実験を行うものとする。

$\hat{\theta}_i(s|s)$ が求まれば (19) 式の定義より

$$\hat{\mathbf{x}}(s) = \mathbf{T}^{-1} \hat{\boldsymbol{\theta}}(s) \quad (35)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(s) = [\hat{\theta}_1(s|s), \hat{\theta}_2(s|s), \dots, \hat{\theta}_N(s|s)]^T \quad (36)$$

となる。また、 $\mathbf{x}(s)$ の推定値については (8) 式の定義より $\hat{\mathbf{x}}(s) = \mathbf{A}^{-1} \hat{\mathbf{u}}(s)$ となるが、 $\mathbf{A}$ の性質上 $\hat{\mathbf{x}}(0, s) = 0$ において $\hat{\mathbf{x}}(1, s), \hat{\mathbf{x}}(2, s), \dots, \hat{\mathbf{x}}(N, s)$ と逐次的に求めることが可能である。空間領域において観測ノイズの分散を $\sigma_v^2 = 0.1^2 \sim 0.4^2$ と変化させたときの劣化画像に対して、並列 Kalman フィルタと適応 Kalman フィルタとで修復処理を行ったときの SN 比の改善量を Table 1 に示す。並列 Kalman フィルタの結果については、参考文献 1)～3) を参考にし、それぞれの周波数ごとに並列に構成された画像モデルのシステムパラメータを適当に $b = 0.9$ (線形固定係数) と仮定して離散時間 Kalman フィルタを適用したものである。ノイズ分散や画像の初期値については、劣化画像を周波数領域へ変換した画像データから推定した値を用いて処理を行っている。ここに、SN 比の改善量は次式で与えられるものとする。

$$\text{SN 比の改善量} = 10 \log \left(\frac{\sigma_n^2}{\sigma_e^2} \right) \quad (37)$$

$$\sigma_n^2 = \text{観測ノイズの分散} \quad (38)$$

$$\sigma_e^2 = E[(x(t, s) - \hat{x}(t, s))^2] \quad (39)$$

Table 1 により、ADF で同定したシステムパラメータを用いる適応 Kalman フィルタは、空間領域で設定したパラメータを用いる並列 Kalman フィルタと比較して、SN 比の改善量において良好な結果となっているこ

Table 1 Improvement of the SN ratio [dB] based on original image

Noise variance	0.1 ²	0.2 ²	0.3 ²	0.4 ²
Parallel Kalman filter	0.899	2.646	3.946	4.999
Adaptive Kalman filter (steady parameters)	1.096	2.960	4.275	5.304
Adaptive Kalman filter (parameters for each pixel)	1.744	4.010	5.478	6.581

(a) Adaptive Kalman filter (steady parameters)

(b) Adaptive Kalman filter (parameters for each pixel)

Fig. 7 Restored images

とが分かる。Fig. 7 に修復された画像を示す。これより、時变的パラメータを用いる適応 Kalman フィルタの修復結果が良好であることが分かる。

4. 劣化画像からの修復処理

3. では原画像の信号を用いて ADF によりシステムパラメータを求めた場合のフィルタリングの性能について記述した。しかし、実際の画像処理においては原画像を得ることは難しく、工学的応用の観点からは劣化画像のみのデータを用いて画像修復を行う方法が望まれる。劣化画像から原画像を得る手法としては、参考文献 7) で行われているような周波数領域の画像モデルを ARMA (1, 1) として求める方法がある。また、比較的簡単にノイズを除去する方法として平滑処理が考えられる。これには、劣化画像の画素単位の近傍の情報を用いて平滑を行う近傍フィルタやメジアンフィルタ¹⁰⁾、さらに画像のエッジ部分を残したまま平滑を行う ϵ -分離フィルタ^{11), 12)} などが知られている。

本論文では、エッジ保持に有効な ϵ -分離フィルタで平滑を行った画像を原画像と見なし、平滑画像を周波数領域へ変換した画像信号を用いて AR (1) モデルに対する ADF によるパラメータ同定を行う。

ε -分離フィルタで得られる平滑画像を $\bar{x}(t, s)$ とすると,

$$\bar{x}(t, s) = y(t, s) - \sum_{k=-T}^T \sum_{n=-S}^S c(k, n) F(y(t, s) - y(t-k, s-n)) \quad (40)$$

ここに $c(k, n)$ は平滑フィルタの線形係数, T, S は平滑の範囲を示す整数, $F(\cdot)$ は次式の非線形関数である.

$$\begin{aligned} F(z) &= z, & |z| \leq \varepsilon_0 \\ F(z) &= 0, & |z| > \varepsilon_0 \end{aligned} \quad (41)$$

ここで,

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sum_{k=-T}^T \sum_{n=-S}^S |c(k, n)| \quad (42)$$

である. このとき, フィルタは変動が ε_0 より大の成分を無視して平滑を行うことになり, 急激に信号が変動する画像のエッジ成分は平滑処理の影響を受けない. このように ε -分離フィルタはエッジの保持には有力な手法であるが, 平滑処理に伴い信号のダイナミクスが失われるという欠点がある.

そこで本論文では, 平滑処理によって失われた画像の画素間のダイナミクスを補正するために, ε -分離フィルタに適応 Kalman フィルタを併用することを提案する. Fig. 8 に画像修復処理のブロック線図を示す. ここで修復画像 $\hat{x}(t, s)$ は,

$$\hat{x}(t, s) = d \bar{x}(t, s) + (1-d) \hat{x}(t, s), \quad (43) \\ 0 \leq d \leq 1$$

となる. ここで $\bar{x}(t, s)$, $\hat{x}(t, s)$ は, それぞれ, ε -分離フィルタの平滑画像, 適応 Kalman フィルタによるフィルタリングの画像である. d は修復画像を構成する際の平滑画像とフィルタリングの画像との重み係数を示している.

劣化画像のみからの修復処理の性能を比較するため, さまざまな観測ノイズ分散を有する劣化画像に対して,

Fig. 8 Block diagram of the ε -filter with adaptive Kalman filter

Table 2 Improvement of the SN ratio [dB] based on noisy image

Noise variance	0.1 ²	0.2 ²	0.3 ²	0.4 ²
The method of ref. 7)	0.069	0.381	3.242	4.872
Adaptive Kalman filter	0.569	2.210	3.467	4.448
ε -filter	1.530	3.731	5.214	6.191
ε -filter with adaptive Kalman filter	1.832	4.024	5.475	6.508

(a) ε -filter

(b) ε -filter with adaptive Kalman filter

Fig. 9 Restored images by proposed method

参考文献 7) の手法, 適応 Kalman フィルタ, ε -分離フィルタ, そして ε -分離フィルタと適応 Kalman フィルタとの併用処理での画像修復結果を Table 2 に示す. ここで, ε -分離フィルタのパラメータについては, 簡単のため $T = S = 1$ とし, またこのとき 8 近傍になることより $c(k, n) = 1/8$ とした. ε の値については, それぞれの観測ノイズの場合について良好な平滑画像が得られるように, それぞれの劣化画像に対して実験的に決定した. 平滑画像とフィルタリング画像との重み係数 d については, 実験的に $d = 0.5$ とし処理した. これより劣化画像のみのデータを用いた場合, ε -分離フィルタと適応 Kalman

フィルタとの併用処理は、 ε -分離フィルタと適応 Kalman フィルタとをそれぞれ個別に用いるよりも、劣化画像修復に対して性能が改善されていることが分かる。Fig. 9 に劣化画像のみのデータを用いた場合の修復画像を示す。 ε -分離フィルタの修復画像は、エッジなどの輪郭線は明確に現れているが、まだノイズが残っている感じがする。これに対して ε -分離フィルタと適応 Kalman フィルタとの併用処理は、比較的ノイズを除去していることが分かる。

また、その性能は、数値的には Table 1 との比較により、原画像を用いてパラメータ同定を行ったときの適応 Kalman フィルタとほぼ同程度の画像修復性能が得られていることになる。

5. 矩形信号画像への適用

4. の実験では、人物画像という比較のエッジの少ない、すなわち信号の高周波成分が少ない画像に対する処理となっている。一般に画像には多種多様なものがあり、高周波成分を比較的多く含む画像にも対応できなければならない。これより高周波成分を多く含む画像として Fig. 10 (a) に示す画像を考える。この画像は、デー

(a) Original image

(b) Noisy image

Fig. 10 Rectangle images

Fig. 11 Image data and system parameters for rectangle image

タが $[-1, 1]$ の値をもつ矩形信号から構成されており、比較的多くのエッジ成分からなっている。Fig. 10 (b) は矩形信号の画像に平均 0, 分散 0.4^2 の観測ノイズが加わった画像である。人物画像との比較のため、Fig. 10 (a) の画像を周波数領域へ変換した画像のデータおよびシステムパラメータを Fig. 11 に示す。これより、人物画像においては、システムパラメータ (Fig. 6 (b)) は周波数の増加につれて激しく変動するものとなっており、矩形信号の画像においては周波数の増加に伴うシステムパラメータの顕著な変化は見られないことが分かる。このようにシステムパラメータは、信号の性質を特徴づける指標値としてとらえることができる。

つぎに、画像信号の特性を解析するために、周波数領域へ変換された画像の信号のパワーを Fig. 12, Fig. 13

Fig. 12 Signal power for girl image

Fig. 13 Signal power for rectangle image

Fig. 14 Restored image for rectangle image

Table 3 Improvement of the SN ratio [dB] for rectangle image

Noise variance		0.1 ²	0.2 ²	0.3 ²	0.4 ²
Based on original image	Adaptive Kalman filter	1.239	3.373	4.551	5.421
	ϵ -filter	7.637	7.590	6.607	5.128
Based on noisy image	Adaptive Kalman filter	0.007	0.243	0.525	1.223
	ϵ -filter with adaptive Kalman filter	7.607	7.634	6.746	5.490

に示す。Fig. 12, Fig. 13 は、それぞれ人物画像、矩形信号画像の信号のパワーであり、パワー $p(i)$ は次式で与えられるものとする。

$$p(i) = \frac{1}{M} \sum_{s=1}^M \eta_i(s)^2 \quad (44)$$

これより人物画像においては高周波になるにつれて信号のパワーが小さくなり、ノイズ成分のパワーが増加していることが分かる。矩形信号画像については、人物画像のような周波数の増加に伴う信号のパワーの減少は見られず、多数の特定周波数において著しいピークが検出されることが分かる。信号のパワーの点からも人物画像と矩形信号画像の性質の特徴をとらえることができる。

このように、矩形信号画像は人物画像とは信号の特性が全く異なる画像であるが、この画像に対して本論文で提案した劣化画像の修復法を適用した結果を Fig. 14 に示す。これより、良好な修復画像が得られていることが分かる。ここでは ϵ -分離フィルタと適応 Kalman フィルタとの重み係数は $d = 0.9$ としており、 ϵ -分離フィルタに重点をおいた修復画像の構成としている。つぎに、観測ノイズ分散を変化させた場合の画像修復処理の結果を Table 3 に示す。矩形信号画像は、比較的にエッジを多く含むデータから構成されているので、 ϵ -分離フィルタのエッジ保持機能が効果的に現れているが、適応 Kalman フィルタを併用した方が数値的に画像修復の精度が向上していることが分かる。

6. おわりに

本論文では、周波数領域へ変換された2次元画像に対して、ADFを適用し、画像の信号特性の解析を行った。ここでは、周波数領域へ変換された画像に対して周波数ごとに時系列解析を行い、定常過程信号とした場合および時変過程と見なした場合のそれぞれに対してシステムパラメータを求め考察を行った。また、ADFによって求められたこれらのシステムパラメータを用いて簡単に構成できる適応 Kalman フィルタを提案し、ノイズによる劣化画像の修復に応用した。

劣化画像のみのデータ信号から画像修復を行うために ϵ -分離フィルタを用いることを提案し、 ϵ -分離フィルタと適応 Kalman フィルタとの併用処理により良好な画像修復が行えることを示した。

本論文では、画像のシステムパラメータの精度に焦点をあてたフィルタリング処理の性能について記述した。今後、 ϵ -分離フィルタと適応 Kalman フィルタとの併用処理における重み係数の決定法について研究を行う予定である。

参 考 文 献

- 1) T. Katayama : Estimation of Images Modeled by a Two-Dimensional Separable Autoregressive Process ; IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-25, No. 6, pp. 1199~1201 (1980)
- 2) T. Katayama : Restoration of Images Degraded by Motion Blur and Noise ; IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-27, No. 5, pp. 1024~1033 (1982)
- 3) 砂原：確率システム理論Ⅲ，朝倉書店，pp. 55~79 (1989)
- 4) B. Widrow, R. G. Winter and S. D. Stearns : Adaptive Signal Processing, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, (1985)
- 5) 添田，中溝，大松：信号処理の基礎と応用，日新出版，pp. 202~218 (1986)
- 6) たとえば，細川，大松：適応ディジタルフィルタを用いた画像修復と信号抽出；信学論 (A), Vol. J 73-A, No. 5, pp. 932~938 (1990)
- 7) 金城，大松，山本：周波数領域の適応ディジタルフィルタによる画像修復；システム制御情報学会論文誌，Vol. 5, No. 8, pp. 338~345 (1992)
- 8) A. K. Jain : Partial Differencial Equation and Finite-Difference Methods in Image Processing, Part I : Image Representation ; J. Optimiz. Theory and Appl., Vol. 23, No. 1, pp. 65~91 (1977)
- 9) A. K. Jain and J. R. Jain : Partial Differencial Equations and Finite Difference Methods in Image Processing Part II : Image Restoration ; IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-23, No. 5, pp. 817~833 (1978)
- 10) 木内：画像認識のはなし，日刊工業新聞社，pp. 65~83 (1988)
- 11) 原島，小田島，鹿喰： ε -分離非線形ディジタルフィルタとその応用；信学論 (A), Vol. 65-A, No. 4, pp. 297~304 (1982)
- 12) 猪岡：データ取得と前処理；特集システム同定の理論と技術；コンピュータロール，コロナ社，No. 23, pp. 5~10 (1988)