緩和された優越性の公理と不確実下の価値関数の構成 —地球温暖化と二酸化炭素排出量規制の評価*

田村 坦之**・北村 浩康***・鳩野 逸生**・馬野 元秀**

On a New Axiom of Dominance and Constructing a Measurable Value Function
under Uncertainty

—Evaluating Alternative Policies to Decrease Emission of Carbon Dioxide*

Hiroyuki TAMURA**, Hiroyasu KITAMURA***, Itsuo HATONO**
and Motohide UMANO**

In this paper, we revise a previous axiom of dominance for constructing a measurable value function under uncertainty based on Dempster-Shafer theory of probability. The previous axiom of dominance has dealt with only the best and the worst results in the set element. In this paper we propose a new axiom of dominance after defining the value of the set element taking into account the average of the value of all the results included in the set element. We could construct a measurable value function under uncertainty for an ordinary, pessimistic or optimistic person, based on this new axiom of dominance. An example of evaluating the alternatives to regulate CO₂ emission for avoiding global warming is included.

1. はじめに

科学技術の発達是人类に多くの福祉をもたらしたが、その反面、科学技術の発達に伴って不特定多数の人間または環境に対して有害な影響を及ぼす危険性も増大している。たとえば、経済発展の結果エネルギー多消費を招き、その結果、二酸化炭素をはじめとする温室効果ガスによる地球温暖化をもたらす、想像を絶する被害が出る危険性をはらんでいる。このように予想される負の効果を事前に評価し、それに対する対策を立てるためのシステム方法論の確立が望まれる。

人の価値観を定量化して、経済、マーケティング、生産の意思決定のようなリスク下の意思決定に役立てる有用なモデルとして用いられてきたものに von Neumann-Morgenstern の期待効用理論¹⁾がある。最近の研究に

より期待効用理論では説明できない例^{2~4)}が数多く報告されている。この期待効用理論では説明できない例を説明する手法に不確実下の価値関数⁵⁾がある。この手法は、特殊状況下では期待効用理論を含んでおり、確率も価値観を表現する属性の一つと見なしたモデルである。また、この手法でも説明できない例⁶⁾があり、さらに、Dempster-Shafer の確率理論⁷⁾を導入した不確実下の価値関数による評価法⁸⁾がある。これは、不確実下の価値関数の確率部に Dempster-Shafer の確率理論を導入したものである。

本論文では、Dempster-Shafer の確率理論を導入した不確実下の価値関数を構成するにあたって、複数の焦点要素の中の最良の結果と最悪の結果のみに注目していた従来のモデルを、焦点要素に属するすべての要素に注目して集合の価値判断ができるように新たな優越性の公理を提案し、これに基づいて不確実下の価値関数を構成することを試みる。まず、焦点要素に含まれるすべての要素の価値の平均を考え、

- (1) 人が焦点要素の価値を判断するとき、普通の人は焦点要素に含まれるすべての要素の価値の平均がその焦点要素の価値であると感じる。
- (2) 悲観的な人は焦点要素の価値がすべての要素の価

* 原稿受付 1994年3月30日

** 大阪大学 基礎工学部 Faculty of Engineering Science, Osaka University; 1-3 Machikaneyamacho, Toyonaka city, Osaka 560, JAPAN

*** 大阪大学 大学院 基礎工学研究科 (現在、松下電工 関) Graduate School of Engineering Science, Osaka University; ditto

Key Words: Dempster-Shafer theory of probability, measurable value functions under risk, axiom of dominance, risk analysis, global warming.

値の平均よりも低く、楽観的な人は平均よりも高く感じる。

ということを仮定する。この仮定のもとで、焦点要素に含まれる最良の要素と最悪の要素から得られる悲観係数、最良の要素、最悪の要素、平均の四つを用いて、焦点要素の価値を決定できるように、「緩和された優越性の公理」を提案する。この公理に従って決められる焦点要素の価値に基づいて不確実下の価値関数を構成し、代替案を評価する方法を示す。最後に、本論文で提案する新たなモデルを用いて地球温暖化に関わりの深い二酸化炭素排出量規制に関するいくつかの代替案の評価を試みる。

2. Dempster-Shafer の確率理論を導入した不確実下の価値関数⁸⁾

まず、Dempster-Shafer の確率理論を導入した不確実下の価値関数について簡単に述べる。不確実下の価値関数⁵⁾の確率部に基本確率 $\mu^7)$ を導入すると、

$$f^*(B, \mu) = w'(\mu) v^*(B | \mu) \quad (1)$$

となる。ここで、可能性のあるすべての要素を含む集合 Θ の部分集合を焦点要素と呼び、これを B と表わし、 μ は $\Lambda = 2^\Theta$ 上に定義される。 $f^*(B, \mu)$ は、基本確率 μ で得られる焦点要素 B の価値を表わし、 $w'(\mu)$ は、基本確率に対する主観的重み関数、 $v^*(B | \mu)$ は、基本確率 μ のもとでの焦点要素 B に関する価値関数を表わす。このとき、 v^* の同定は、集合間の選好関係を規定しなければならないため困難である。そこで、次のような優越性の公理を仮定する。

【優越性 (dominance) の公理】

焦点要素 B に含まれる結果(要素)のうち、最悪のものを m_B 、最良のものを M_B とすると、 Λ に含まれる任意の焦点要素 B', B'' において、

$$m_{B'} \leq m_{B''} \text{ かつ } M_{B'} \leq M_{B''} \text{ ならば } B' \leq B''$$

補助公理として、

$$m_{B'} \sim m_{B''} \text{ かつ } M_{B'} \sim M_{B''} \text{ ならば } B' \sim B''$$

を得る。ここで、後者は前者よりも $\sim$ は好ましいか無差別を表わす記号、 $\sim$ は無差別を表わす記号である。

この公理を用いて、 B の形式を次のような Ω に限定する。

$$\Omega = \{(m, M) \in \Theta \times \Theta : m \leq M\}$$

この Ω を用いると(1)式は、

$$f^*(\Omega, \mu) = w'(\mu) v^*(\Omega | \mu) \quad (2)$$

となる。さらに、 v^* に、悲観係数 $\alpha(m, M)$ を導入することにより、

$$\begin{aligned} v^*(\Omega | \mu) &= v^* (\{(m, M)\} | \mu) \\ &= \alpha(m, M) v'(m | \mu) \\ &\quad + (1 - \alpha(m, M)) v'(M | \mu) \end{aligned} \quad (3)$$

で表わされる。悲観係数は、以下の二つの代替案が、同程度に好ましいととれるような α を求めることにより決定する。

(1) 最小で m 、最大で M を受け取る。そのほかに情報なし。

(2) α の確率で m 、 $(1 - \alpha)$ の確率で M を受け取る。

$$\alpha(m, M) = \alpha, \quad 0 < \alpha < 1$$

すなわち、 α が1に近くなるほど悲観的であり、0に近いほど楽観的であるといえる。

3. 従来モデルの問題点

Dempster-Shafer の確率理論を導入した不確実下の価値関数は、2. で述べたように結果に焦点要素と呼ばれる集合をとることができる。しかしながら、従来の手法では集合を評価する場合に、集合の中の最良の要素と最悪の要素しか考えていない。集合の要素が二つのときには問題はないのであるが、集合の要素が三つ以上ある場合には、最良の結果、最悪の結果以外は無視していることになる。したがって、意思決定者の実際の選好と従来モデルで評価した結果が逆になる危険性がある。そのことを簡単な例を用いて説明する。

【例1】 Fig.1 に示すつばが二つある。つば a には黒玉、黄玉、緑玉が、その割合はわからないが合わせて30個入っている。つば b には白玉、赤玉、緑玉がその割合はわからないが合わせて30個入っている。意思決定者は a か b どちらかのつばから玉を取り出し、取り出した玉の色によって次の金額を受けとるものとする。

黒……1,000 円	白……2,000 円
赤……3,000 円	黄……5,000 円
緑……6,000 円	

意思決定者がどちらのつばを選択するかを予想する問題

Fig. 1 Urns in Example 1

を考える。

この場合、結果の集合としては、つば a については「黒玉を引く」、「黄玉を引く」、「緑玉を引く」から成り、これらをそれぞれ a_1, a_2, a_3 で表わし、つば b については「白玉を引く」、「赤玉を引く」、「緑玉を引く」でこれをそれぞれ b_1, b_2, b_3 とする。つば a の結果の集合を B_1 、つば b の結果の集合を B_2 とすると、

$$B_1 = \{a_1, a_2, a_3\} \quad (4)$$

$$B_2 = \{b_1, b_2, b_3\} \quad (5)$$

となる。そして、 $a_i, b_i (i=1, 2, 3)$ の価値をそれぞれ $v(a_i), v(b_i)$ とする。

このとき、優越性の公理に従って価値判断をすると、 $a_1 \leq b_1$ かつ $a_3 \leq b_3$ なので、 $B_1 \leq B_2$ となる。つまり、どの意思決定者もつば b を選択することになる。しかし、たとえば、ある意思決定者がつばの価値判断を行うにあたって、その人の受けとり金額が基準になる場合に、つば a, b の価値は、

$$B_1 \text{ の価値} = \sum_{i=1}^3 v(a_i) = 12000 \quad (6)$$

$$B_2 \text{ の価値} = \sum_{i=1}^3 v(b_i) = 11000 \quad (7)$$

となり、 $B_1 \geq B_2$ となり、優越性の公理によって評価した結果と矛盾する。

4. 従来の手法の改善

3. で述べたように、従来モデルの優越性の公理では不適切な場合が生じる。そこで、次のように優越性を厳しくする。

【価値の平均を考慮した優越性の公理】

焦点要素 B_1 の最悪、最良の結果をそれぞれ m_1, M_1 、 B_2 の最悪、最良の結果をそれぞれ m_2, M_2 とする。また、 B_1, B_2 の要素の価値の平均を考え、価値がその平均値をとるような架空の要素をそれぞれ g_1, g_2 とする。このとき、

$$m_1 \leq m_2, M_1 \leq M_2, g_1 \leq g_2 \text{ ならば } B_1 \leq B_2$$

補助公理として、

$$m_1 \sim m_2, M_1 \sim M_2, g_1 \sim g_2 \text{ ならば } B_1 \sim B_2$$

ただし、

$$v(g_1) = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} v(a_i)}{n_1}, \quad v(g_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} v(b_i)}{n_2},$$

n_1 : B_1 に属する要素の個数, n_2 : B_2 に属する要素の個数

とする。

これを仮定した場合例 1 は評価できなくなる。すなわ

ち、受けとり金額がそのままその人の価値判断の基準となる場合は平均値をとる架空の要素がこの優越性を満たさない。

この優越性を用いた評価の方法を述べる。

この公理を導入して、最悪、最良の要素をそれぞれ m, M 、平均値をとる架空の要素を g として、 B の形式を

$$\Omega = \{(m, g, M) \in \Theta \times \Theta \times \Theta : m \leq g \leq M\}$$

なる Ω に限定する。このとき、

$$f^*(\Omega, \mu) = w'(\mu) v^*(\Omega | \mu) \quad (8)$$

と書ける。さらに、

$$\begin{aligned} f^*(\Omega, \mu) &= f^*((m, g, M), \mu) \\ &= \beta_1 f(m, \mu) + \beta_2 f(g, \mu) \\ &\quad + \beta_3 f(M, \mu) \quad (9) \\ &\quad (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1) \end{aligned}$$

と書ける。ここで、 $f(m, \mu), f(g, \mu), f(M, \mu)$ は、各々単一要素に対する価値関数の値を表わしており、従来の方法⁹⁾によって求めることができる。また、 $\beta_i (i=1, 2, 3)$ は各々最悪の結果、結果の偏りおよび最良の結果に対する重みを表わし、評価者（意思決定者）に質問して決定する。

この手法を用いて評価した例を次に示す。

【例 2】 Fig. 2 に示すつばが二つある。つば a には黒玉、黄玉、緑玉がその割合はわからないが合わせて 30 個入っている。つば b には白玉、青玉、緑玉がその割合はわからないが合わせて 30 個入っている。意思決定者は a か b どちらかのつばから玉を取り出し、取り出した玉の色によって次の金額を受けとるものとする。

黒……1,000 円	白……2,000 円
青……4,000 円	黄……5,000 円
緑……6,000 円	

意思決定者がどちらのつばを選択するかを予想する問題を考える。

Fig. 2 Urns in Example 2

例1で示したのと同じように考えて

$$B_1 = \{a_1(\text{黒}), a_2(\text{黄}), a_3(\text{緑})\} \quad (10)$$

$$B_2 = \{b_1(\text{白}), b_2(\text{青}), b_3(\text{緑})\} \quad (11)$$

とする。この場合、一般的な人は安全志向で B_2 を選択するものと考えられる。このように考える人は価値関数が上に凸でたとえば、

$$v(x) = \sqrt{\frac{x-1000}{5000}} \quad (12)$$

であるとする。このとき、

$$v(a_1) = 0, \quad v(a_2) = 0.89, \quad v(a_3) = 1$$

$$v(b_1) = 0.45, \quad v(b_2) = 0.77, \quad v(b_3) = 1$$

となり、

$$\sum_{i=1}^3 \frac{v(a_i)}{3} = 0.63 \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{v(b_i)}{3} = 0.74 \quad (14)$$

となる。この場合、最悪の結果、最良の結果、平均値をとるような架空の結果とも B_2 の方がよくなり、価値の平均を考慮した優越性の公理は、一般的な安全志向の人の価値判断を適切に表現することができる。

5. 優越性の緩和

制限した優越性は条件が厳しすぎるので優越性を緩めることを考える。二つの集合間で一方の集合が最良の結果も最悪の結果ももう一方の集合よりも良い場合でも、平均についてはもう一方の集合の方が良い場合が考えられる。こういったとき、意思決定者にとってどちらの集合が好ましいかはその人その人によって異なるであろう。ある人は最良の結果に重きをおいてそちらの代替案を選び、ある人は最悪の結果に重きをおき、またある人は全体に注目するであろう。以下においてこれらの状況をすべて適切に表現できるモデルを提案する。

【定義】

焦点要素 B に属する要素を $a_1, \dots, a_n$ (ただし、 $a_i \leq a_{i+1}$, $i = 1, \dots, n-1$) とし、要素 a_i , $i = 1, \dots, n$ のそれぞれの価値を $v(a_i)$ 、要素 a_i の価値の平均 $\sum_{i=1}^n v(a_i)/n$ を $v(g)$ とおく。さらに、結果の最悪の要素 ($a_1 = m$ とおく) と最良の要素 ($a_n = M$ とおく) に対する質問によって決められる悲観係数を $\alpha(m, M)$ として、焦点要素 B の価値 h を次のように仮定する。

$$v(g) \neq \frac{v(M)+v(m)}{2} \text{ の時 } h(B|\alpha) = a + be^{-c\alpha(m,M)} \quad (15a)$$

$$v(g) = \frac{v(M)+v(m)}{2} \text{ の時 } h(B|\alpha) = a + b\alpha \quad (15b)$$

ただし、 $h(B|0) = v(M)$, $h(B|0.5) = v(g)$, $h(B|1) = v(m)$ によって未知パラメータ a, b, c を決定する。(15a) および (15b) 式は焦点要素 B の価値 h を悲観係数 α の関数として表現しており、上に凸、直線、あるいは下に凸となる最も単純な関数として指数関数によって表現している。gain domain すなわち良くも悪くもない中立レベル (例えば現状) より好ましい領域においては、 h の値が大きくなるほどその選好が強く、loss domain すなわち中立レベルより好ましくない領域においては h の値が小さくなるほど選好が強い。(loss domain のときは前にマイナスをつけると、値の大きい方が選好が強い。)

この考え方をを用いて価値評価できるように次のような優越性の公理を仮定する。

【緩和された優越性の公理】

$$h(B_1|\alpha) \leq h(B_2|\alpha) \text{ ならば } B_1 \leq B_2$$

補助公理として、

$$h(B_1|\alpha) = h(B_2|\alpha) \text{ ならば } B_1 \sim B_2$$

とする。

この緩和された優越性の公理を用いると、不確実下の価値関数⁵⁾に基本確率を導入したモデルは、次のようになる。

$$f^*(h(B|\alpha), \mu) = w'(\mu)h(B|\alpha) \quad (16)$$

また、2属性の場合は、

$$\begin{aligned} f^* &= f^*(B, x_2, \mu) \\ &= f^*(h(B|\alpha), x_2, \mu) \end{aligned} \quad (17)$$

さらに、2属性間に危険選好差独立性⁵⁾を仮定できる場合には、(17)式は、

$$f^* = f(h(B|\alpha), x_2^R, \mu) + f(h^R(B|\alpha), x_2, \mu) \quad (18)$$

と書ける。ここで、 x_2^R および $h^R(B|\alpha)$ は、各々 x_2 および $h(B|\alpha)$ の中立レベルを表わす。

この新たに提案した緩和された優越性の公理に基づく手法を用いて例2を評価してみる。

まず、悲観的な人の場合を考える。すでに述べたのと同じように (12) 式を用いて $v(x)$ を決めると、

$$v(a_1) = 0, \quad v(a_2) = 0.89, \quad v(a_3) = 1$$

$$v(b_1) = 0.45, \quad v(b_2) = 0.77, \quad v(b_3) = 1$$

となり、

$$\sum_{i=1}^3 \frac{v(a_i)}{3} = 0.63 \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{v(b_i)}{3} = 0.74 \quad (20)$$

となる。悲観的な人に対して $\alpha = 0.8$ を仮定して、 $h(B_1|\alpha)$, $h(B_2|\alpha)$ をそれぞれ計算すると、

$$h(B_1|\alpha) = 1.54 - 0.54(2.86)^{0.8} = 0.29 \quad (21)$$

$$h(B_2|\alpha) = 3.25 - 2.25(1.24)^{0.8} = 0.58 \quad (22)$$

となり、 B_2 を選ぶことになる。

次に、楽観的な人の場合を考える。このとき、価値関数は下に凸となるので、

$$v(x) = \left(\frac{x-1000}{5000} \right)^2 \quad (23)$$

とすると、

$$v(a_1) = 0, \quad v(a_2) = 0.64, \quad v(a_3) = 1$$

$$v(b_1) = 0.04, \quad v(b_2) = 0.36, \quad v(b_3) = 1$$

である。焦点要素の価値の平均は

$$\sum_{i=1}^3 \frac{v(a_i)}{3} = 0.55 \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{v(b_i)}{3} = 0.47 \quad (25)$$

となり、 $\alpha = 0.2$ とすると、 $h(B_1|\alpha)$, $h(B_2|\alpha)$ は、

$$h(B_1|\alpha) = 3.02 - 2.02(1.50)^{0.2} = 0.83 \quad (26)$$

$$h(B_2|\alpha) = -1.81 + 2.81(0.66)^{0.2} = 0.78 \quad (27)$$

となる。これから、意思決定者は B_1 を選ぶことになる。

このように、本論文で提案した「緩和された優越性の公理」を用いることにより、悲観的な人と楽観的な人の異なった評価を各々適切に表現することができる。

6. 地球温暖化による異常気象の評価

現在、二酸化炭素の濃度が地球上で増加しており、規制をしないでいくと地球が温暖化し、想像を絶する被害が出ると考えられている⁹⁾。そのため、二酸化炭素の増加に対して排出量を規制する必要がある。そこで、二酸化炭素のレベルをどのように維持するかを決定する問題を考える。

代替案として、次の三つを考える。

a: 二酸化炭素の排出量を2000年までに1990年レベルに戻す。これによって地球温暖化の進行を防ぐ。

b: 二酸化炭素の排出量を現在レベルに維持する。

c: 二酸化炭素の排出量を規制しない。

また、今回は損害として異常気象による被害だけを考えることにする。したがって、属性としては、コストと異常気象による被害の二つを対象とする。代替案 a, b, c のコストをそれぞれ x_1 , x_2 , x_3 ($x_1 > x_2 > x_3 = 0$) とし、数十年後の異常気象の年間の被害確率を、代替案 a, b, c の場合に対してそれぞれ p_1 , μ_2 , μ_3 ($p_1 < \mu_2 < \mu_3$) であ

るとする。ここで、 p_1 は通常の Bayes 確率、 μ_2 , μ_3 は Dempster-Shafer の確率理論に基づく基本確率を表わす。また、

d_1 : 地球温暖化が原因で異常気象の被害を受ける。

d_2 : 地球温暖化に関係なく異常気象の被害を受ける。

d_3 : 全く被害を受けない。

とする。このとき、三つの代替案は Table 1 のように書ける。

Table 1 Alternatives

Alternative	Cost	Damage Caused by Unusual Weather
a	x_1	$\{d_2\}$ p_1 $\{d_3\}$ $1 - p_1$
b	x_2	$\{d_1, d_2\}$ μ_2 $\{d_1, d_2, d_3\}$ $1 - \mu_2$
c	x_3	$\{d_1, d_2\}$ μ_3 $\{d_1, d_2, d_3\}$ $1 - \mu_3$

代替案 a における p_1 は1990年までの気象のデータから得られる異常気象によって被害を受ける確率を表わし、その残り $1 - p_1$ が異常気象によって被害を受けない確率を表わす。代替案 b に対しては異常気象の被害確率が上がると思われるが、その確率はあいまいなものとなる。そこで、その値を μ_2 とし、 μ_2 を「地球温暖化が原因で被害を受ける」、「地球温暖化に関係なく被害を受ける」という二つの事象の集合に割り当てる。これにより「地球温暖化に関係するか否かが不明であるが、異常気象の被害を受ける」と言う事象を $\{d_1, d_2\}$ によって表現することができる。実際、異常気象による被害が起こったときに、それが地球温暖化が原因なのか、そうでないのかわからない。それが地球温暖化が原因と考える人もいれば、そうでないと考える人もいであろう。このような不確実状況下を適切に表わせるように、このような割り当てを行うのである。そして、残りの確率 $1 - \mu_2$ をすべての事象に割り当てる。代替案 c についても代替案 b と同じように割り当てる。

Dempster-Shafer の確率理論を導入した不確実下の価値関数を用いて先に述べた三つの代替案を評価する。この場合 2 属性であるので、

$$F^*(a) = f^*(x_1, \{d_2\}, p_1) + f^*(x_1, \{d_3\}, p_1)$$

$$F^*(b) = f^*(x_2, \{d_1, d_2\}, \mu_2) + f^*(x_2, \{d_1, d_2, d_3\}, 1 - \mu_2)$$

$$F^*(c) = f^*(x_3, \{d_1, d_2\}, \mu_3) + f^*(x_3, \{d_1, d_2, d_3\}, 1 - \mu_3)$$

となり、さらに、2 属性間に危険選好差独立性が成立すると仮定すると、

$$F^*(a) = f^*(x_1^R, \{d_2\}, p_1) + f^*(x_1, \{d_2\}^R, p_1) \\ + f^*(x_1^R, \{d_3\}, 1-p_1) \\ + f^*(x_1, \{d_3\}^R, 1-p_1) \quad (28)$$

$$F^*(b) = f^*(x_2^R, \{d_1, d_2\}, \mu_2) \\ + f^*(x_2, \{d_1, d_2\}^R, \mu_2) \\ + f^*(x_2^R, \{d_1, d_2, d_3\}, 1-\mu_2) \\ + f^*(x_2, \{d_1, d_2, d_3\}^R, 1-\mu_2) \quad (29)$$

$$F^*(c) = f^*(x_3^R, \{d_1, d_2\}, \mu_3) \\ + f^*(x_3, \{d_1, d_2\}^R, \mu_3) \\ + f^*(x_3^R, \{d_1, d_2, d_3\}, 1-\mu_3) \\ + f^*(x_3, \{d_1, d_2, d_3\}^R, 1-\mu_3) \quad (30)$$

となる。

さらに、コストの価値関数を $v_1(x_i)$ 、異常気象による被害に対する結果の要素の価値を $v_2(d_i)$ 、その部分集合の価値を $h(B|\alpha)$ とし、異常気象による被害確率に関する価値関数を $w(p)$ とおく。また、コストと異常気象による被害に対するスケール定数をそれぞれ k_1, k_2 とおく。

これらを (28)~(30) 式に代入すると、

$$F^*(a) = k_1 w(p_1) v_1(x_1) + k_2 w(p_1) v_2(d_2) \\ + k_1 w(1-p_1) v_1(x_1) \\ + k_2 w(1-p_1) v_2(d_3) \quad (31)$$

$$F^*(b) = k_1 w(\mu_2) v_1(x_2) + k_2 w(\mu_2) h(\{d_1, d_2\}|\alpha) \\ + k_1 w(1-\mu_2) v_1(x_2) \\ + k_2 w(1-\mu_2) h(\{d_1, d_2, d_3\}|\alpha) \quad (32)$$

$$F^*(c) = k_1 w(\mu_3) v_1(x_3) + k_2 w(\mu_3) h(\{d_1, d_2\}|\alpha) \\ + k_1 w(1-\mu_3) v_1(x_3) \\ + k_2 w(1-\mu_3) h(\{d_1, d_2, d_3\}|\alpha) \quad (33)$$

が得られ、これらを評価する。ただし、値が大きくなるほど不効用が高いものとする。まず、この方法で適切に評価できるか否かを調べるために、次のような値を仮定する。

$$v_1(x_1) = 1, \quad v_1(x_2) = 0.3, \quad v_1(x_3) = 0 \\ w(p_1) = 0, \quad w(\mu_2) = 0.3, \quad w(\mu_3) = 1 \\ w(p) = 1 \quad (p \geq \mu_3) \\ v_2(d_1) = 1, \quad v_2(d_3) = 0$$

これらの意味は、コストに関しては三つの代替案の最も良い場合（コストがかからない場合）を 0、悪い場合を 1 とし、現状を維持するコストはそれほどかからないと仮定してここでは仮に 0.3 とした。確率に関しても最も良い場合を 0、最も悪い場合（何もしない）を 1 とし、現状を維持した場合は 1990 年レベルと大差はないと考えてここでは仮に 0.3 とした。また、 μ_3 よりも確率が大きい場合は 1 とした。また、被害に関する結果も最良の

結果を 0、最悪の結果を 1 とした。ここでは、本論文に示したモデルが、様々な人々の価値観を表わす記述的モデルとして適切か否かを検証するために、0.3 などの値を仮定して議論しているが、現実の意思決定支援を目的とした規範的モデルとして使う場合には、0.3 などの値の設定については感度分析などによって更に検討を加える必要がある。

このとき、(31)~(33) 式の評価式は、

$$F^*(a) = k_1 \times 0 \times 1 + k_2 \times 0 \times v_2(d_2) \\ + k_1 \times 1 \times 1 + k_2 \times 1 \times 0 \\ = k_1 \quad (34)$$

$$F^*(b) = k_1 \times 0.3 \times 0.3 + k_2 \times 0.3 \times h(\{d_1, d_2\}|\alpha) \\ + k_1 \times 1 \times 0.3 \\ + k_2 \times 1 \times h(\{d_1, d_2, d_3\}|\alpha) \\ = 0.39 k_1 + k_2 \{0.3 h(\{d_1, d_2\}|\alpha) \\ + h(\{d_1, d_2, d_3\}|\alpha)\} \quad (35)$$

$$F^*(c) = k_1 \times 1 \times 0 + k_2 \times 1 \times h(\{d_1, d_2\}|\alpha) \\ + k_1 \times 1 \times 0 \\ + k_2 \times 1 \times h(\{d_1, d_2, d_3\}|\alpha) \\ = k_2 \{h(\{d_1, d_2\}|\alpha) \\ + h(\{d_1, d_2, d_3\}|\alpha)\} \quad (36)$$

となる。さらに、どのような人にとっても、地球温暖化に関係なく被害を受けることに対する不効用は、全く被害を受けないときの不効用と大差はないと考えて、

$$v_2(d_2) = 0.1 \quad (37)$$

とする。悲観係数を導入して焦点要素の不効用を評価すると、

$$h(\{d_1, d_2\}|\alpha) = \alpha(d_2, d_3) v_2(d_1) \\ + (1-\alpha(d_1, d_2)) v_2(d_2) \\ = 0.9 \alpha(d_1, d_2) + 0.1 \quad (38)$$

$$h(\{d_1, d_2, d_3\}|\alpha) = -0.53 + 0.53(2.89)^\alpha \quad (39)$$

となり、(38) 式を (35)、(36) 式に代入すると (34)~(36) 式は、

$$F^*(a) = k_1 \quad (40)$$

$$F^*(b) = 0.39 k_1 + k_2 \{0.27 \alpha(d_1, d_2) + 0.03 \\ + h(\{d_1, d_2, d_3\}|\alpha)\} \quad (41)$$

$$F^*(c) = k_2 \{0.9 \alpha(d_1, d_2) + 0.1 \\ + h(\{d_1, d_2, d_3\}|\alpha)\} \quad (42)$$

となる。これらを用いて悲観的な人、普通の人、楽観的な人の評価を適切に表現できるか否かを調べる。その前に、各々のタイプの人が地球温暖化に対してどのように感じるかを述べる。悲観的な人は「温暖化は非常に深刻で、温暖化の進行は非可逆的で、一度はずみがつくと進

行の一途をたどる」と考える人である。普通の人は、「温暖化は深刻で温暖化の進行がそのまま進めば21世紀半ばに気温が数度上昇する」と考える人である。ここでは、温暖化の進行が非可逆とまでは考えていない点が、「非常に深刻」とは考えていないゆえである。楽観的な人はさほど深刻ではなく、「温暖化は地球の気候変動より小さい、または、科学技術の進歩で解決できる」と考える人である。

• 悲観的な人

悲観的な人ほど α は大きくなるので、

$$\alpha(d_1, d_2) = \alpha(d_1, d_3) = 0.8 \quad (43)$$

とすると、

$$h(\{d_1, d_2, d_3\} | 0.8) = 0.71 \quad (44)$$

を得る。これらを評価式に代入して、

$$F^*(a) = k_1 \quad (45)$$

$$F^*(b) = 0.39 k_1 + 0.96 k_2 \quad (46)$$

$$F^*(c) = 1.53 k_2 \quad (47)$$

となる。

• 普通の人

$$\alpha(d_1, d_2) = \alpha(d_1, d_3) = 0.5 \quad (48)$$

とすると、

$$h(\{d_1, d_2, d_3\} | 0.5) = 0.37 \quad (49)$$

を得る。これらを評価式に代入して、

$$F^*(a) = k_1 \quad (50)$$

$$F^*(b) = 0.39 k_1 + 0.54 k_2 \quad (51)$$

$$F^*(c) = 0.92 k_2 \quad (52)$$

となる。

• 楽観的な人

$$\alpha(d_1, d_2) = \alpha(d_1, d_3) = 0.2 \quad (53)$$

とすると、

$$h(\{d_1, d_2, d_3\} | 0.2) = 0.13 \quad (54)$$

を得る。これらを評価式に代入して、

$$F^*(a) = k_1 \quad (55)$$

$$F^*(b) = 0.39 k_1 + 0.21 k_2 \quad (56)$$

$$F^*(c) = 0.41 k_2 \quad (57)$$

となる。

これらの結果をまとめると Table 2 のようになる。

さらに、スケール定数を変化させると Table 3 のようになる。ここで、表中太字は三つの代替案 a, b, c の中で最も好ましいものに対応している。

この表を見ると悲観的な人 (α が1に近い人) ほど同

Table 2 Evaluation of alternatives by various type of persons

Alternative	a	b	c
Pessimistic person	k_1	$0.39 k_1 + 0.96 k_2$	$1.53 k_2$
Ordinary person	k_1	$0.39 k_1 + 0.54 k_2$	$0.92 k_2$
Optimistic person	k_1	$0.39 k_1 + 0.21 k_2$	$0.41 k_2$

Table 3 Evaluated values for various scaling coefficients

k_1	k_2	$\alpha = 0.8$			$\alpha = 0.5$			$\alpha = 0.2$		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c
0.0	1.0	0.00	0.96	1.53	0.00	0.54	0.92	0.00	0.21	0.41
0.1	0.9	0.10	0.90	1.38	0.10	0.53	0.83	0.10	0.23	0.37
0.2	0.8	0.20	0.85	1.22	0.20	0.51	0.74	0.20	0.25	0.33
0.3	0.7	0.30	0.79	1.07	0.30	0.50	0.64	0.30	0.26	0.29
0.4	0.6	0.40	0.73	0.92	0.40	0.48	0.55	0.40	0.28	0.25
0.5	0.5	0.50	0.67	0.76	0.50	0.46	0.46	0.50	0.30	0.21
0.6	0.4	0.60	0.62	0.61	0.60	0.45	0.37	0.60	0.32	0.16
0.7	0.3	0.70	0.56	0.46	0.70	0.44	0.28	0.70	0.34	0.12
0.8	0.2	0.80	0.50	0.31	0.80	0.42	0.18	0.80	0.35	0.08
0.9	0.1	0.90	0.45	0.15	0.90	0.41	0.09	0.90	0.37	0.04
1.0	0.0	1.00	0.39	0.00	1.00	0.39	0.00	1.00	0.39	0.00

じスケール定数でも代替案 a を選択している。すなわち、コストがかかってもかまわないから、二酸化炭素の排出量レベルを低くすべきであるということが表わしている。逆に、楽観的な人ほど排出量に関しては規制をしないという代替案を選ぶということが適切に評価されていることがわかる。

7. おわりに

本論文では、Dempster-Shafer の確率理論を導入した不確実下の価値関数を構成するにあたって、新たな優越性の公理を提案し、これに基づいて価値関数を構成する方法を示した。まず焦点要素のすべての要素を評価の対象にするために、焦点要素のすべての要素の価値の平均というものを考えた。そして、この平均を従来モデルに導入した。

つぎに、「人が焦点要素の価値を判断するとき、普通の人は焦点要素に含まれるすべての要素の価値の平均がその焦点要素の価値であると感じる」、「悲観的な人は焦点要素のすべての要素の価値の平均よりも低く、楽観的な人は平均よりも高く感じる」ということを仮定した。この仮定により、最良の要素と最悪の要素から得られる悲観係数、最良の要素、最悪の要素、平均の四つを用い

て焦点要素の価値を決定できるように、新たに「緩和された優越性の公理」を提案した。この公理に従って決められる焦点要素の価値に基づいて不確実下の価値関数を構成し、代替案を評価する方法を示した。

優越性を緩和したモデルを用いて地球の温暖化に関わりの深い二酸化炭素排出量規制に関するいくつかの代替案の評価を試みた。一般に、異常気象が起こったときにそれが地球温暖化が原因であるのか、そうでないのかが明らかでない。ここに、Dempster-Shafer の確率理論を用い、「地球温暖化が原因である」、「原因でない」という複数の要素から成る焦点要素に基本確率を割り当てることによって、このような不確実下の価値評価に対処することができた。

今回の方法は不確実下の価値関数に Dempster-Shafer の確率理論を導入したが、不確実下の価値関数は特定条件のもとで期待効用理論やプロスペクト理論^{9),10)}に縮退できるので、期待効用理論やプロスペクト理論による評価法にも同様の過程で Dempster-Shafer の確率理論を導入することができる。また、本モデルは、焦点要素が単一要素になった場合は不確実下の価値関数に縮退する。そのため、不確実下の価値関数によって評価できる現象はすべて評価できることになる。

今後の課題としては、

- (1) 評価モデルに Dempster-Shafer の確率理論を用いるときに基本確率を割り当てる必要があるが、その割り当て方についてさらに研究を進める。
- (2) 本論文では、焦点要素の価値を求めるにあたり、すべての要素の価値の相加平均を考えたが、相乗平均など別のものを用いて本モデルと比較する。

などを挙げることができる。

本研究は、文部省科学研究費重点領域研究「人間地球系」No. 05278233 のもとで実施されたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) J. von Neumann and O. Morgenstern : Theory of Games and Economic Behavior, Ed. 2, Princeton University Press (1947)
- 2) M. Allais and O. Hagen : Expected Utility Hypothesis and the Allais Paradox, Reidel (1979)
- 3) J. C. Hershey, H. C. Kunreuther and P. J. H. Schoemaker : Sources of Bias in Assessment Procedures for Utility Function ; Management Science, Vol. 28, No. 8, pp. 936~954 (1982)
- 4) D. Kahneman and A. Tversky : Prospect Theory : An Analysis of Decision under Risk ; Econometrica, Vol. 47, No. 3, pp. 263~291 (1979)
- 5) 田村, 森, 中村 : 不確実性を考慮した価値関数による選好のモデル化 ; 計測自動制御学会論文集, Vol. 23, No. 1, pp. 54~59 (1987)
- 6) D. Ellsberg : Risk, Ambiguity and the Savage Axioms ; Quarterly Journal of Economics, Vol. 75, No. 4, pp. 643~669 (1961)
- 7) G. Shafer : A Mathematical Theory of Evidence, Princeton Univ. Press (1976)
- 8) 田村, 小林, 鳩野 : Dempster-Shafer の確率理論を導入した不確実下の価値関数 ; システム制御情報学会論文誌, Vol. 4, No. 4, pp. 133~139 (1991)
- 9) 山元 : 地球異常, 集英社 (1993)
- 10) D. N. Jackson and R. K. Sarin : Prospect Versus Utility ; Management Science, Vol. 35, No. 1, pp. 22~41 (1989)