最適サーボ系における重み行列の一設計法*

王 碩玉**・高橋 一清**・橋本 幸男***・土谷 武士****

A Design Method of Weighting for Optimal Servo System*

Shou-Yu WANG**, Kazukiyo TAKAHASHI**, Yukio HASHIMOTO***
and Takeshi TSUCHIYA****

In a previous paper, we proposed a design method, based on the optimal regulator theory for type-1 digital servo systems. The method can cope with parameter uncertainties and time-continued disturbance to guarantee steady-state robustness of servo systems. However, when this method is applied to actual systems, elements of the weighting matrix have to be repeatedly adjusted in a trial and error fashion, until the given performance-index of the transient process is satisfied. In this paper, we propose a design algorithm for the weighting matrix, which consists of the following two steps.

- (1) Express quantitatively the qualitative adjusting-knowledge of the designer by using fuzzy sets and estimate roughly the initial value of the weighting matrix with the fuzzy reasoning method.
- (2) Compute precisely the optimal elements in the weighting matrix by using the simplex method.

By means of these steps, the automation of servo system design is accomplished. Finally, velocity control of a DC motor is taken as an example to show the effectiveness of the method proposed in this paper.

1. はじめに

線形の制御対象に対して入力と状態の2次形式の評価関数を最小にする最適レギュレータ理論は、現代制御の一つの柱であり、それに基づいて設計された制御系にプラントのモデルの不確かさがある程度あっても、系のロバスト安定性が保証できるので¹⁾、実際の応用例が多く報告されている²⁾。著者らは最適レギュレータ理論を利用して多変数離散時間値フィードバック系の構成法を提案し³⁾、実際のシステムに適用して、制御対象のパラメータ変動にかかわらず定常特性が良好に保たれることを実証した⁴⁾。さらに、誤差、制御対象の出力および入

力の差分からなる拡大系を構成し、この拡大系に対して最適レギュレータ理論に基づいて、時間多項式で表わしうる目標値や外乱に対して定常ロバストな離散時間値最適サーボ系を構成し⁵⁾、具体的な制御対象へ応用することによりその有効性を確認した^{6),7)}。しかし、これらの方法では、構成された閉ループ系の極と重み行列との関係が解明されていないので、その過渡特性を把握するのが困難である。すなわち、2次形式の評価関数の値が最小になっても、与えられた過渡特性に関するパフォーマンスインデックスは満たされない場合がある。ところで、実際のサーボ系に対して定常安定性のみではなく、過渡特性に関しても具体的な数値まで指定される場合が多い。

このような制御対象へ上述の制御法を応用するとき、結局指定された過渡特性に関するパフォーマンスインデックスが満たされるまで、試行錯誤により評価関数中の重み行列の要素を繰り返して修正する必要がある。しかも、試行錯誤による評価関数中の重み行列の要素を調整するには、多くの時間と労力を費しているのが現状である。もし、何らかの手法により重み行列の調整といった設計者のノウハウをアルゴリズムの形に置き換えることがで

* 原稿受付 1995年1月9日

** 山形大学 工学部 Faculty of Engineering, Yamagata University; Jonan 4-3-16, Yonezawa city, Yamagata 992, JAPAN

*** 室蘭工業大学 Muroran Institute of Technology; Mizumoto 27-1, Muroran city, Hokkaido 050, JAPAN

**** 北海道大学 工学部 Faculty of Engineering, Hokkaido University; Kita 13 Nishi 8 Kita ward, Sapporo city, Hokkaido 060, JAPAN

Key Words: optimal regulator, type-1 servo system, performance index, fuzzy reasoning, simplex method.

きれば、設計労働の省力化、自動化が実現できる。

ファジィ推論^{8),9)}の特長は、定性的な知識や経験などを言語ルールの形で定量化することができ、制御系の設計に応用するとき熟練したオペレータの操作経験だけを必要とすることである。このため、浄水場薬品注入制御¹⁰⁾、倒立振り制御¹¹⁾、軌道計画¹²⁾などの分野でその有効性が示されている。また、最近ファジィモデルで記述されている制御系に対して Lyapunov の安定論による安定なファジィ制御系の構成法も提案されている¹³⁾。本論文は、最適レギュレータの理論を利用してサーボ系を構成する場合、いかにその重み行列を設計すれば、指定されたパフォーマンスインデックスが満足できるかについて論じるものである。ファジィ推論法は非線形計画問題に適用するとき、定性的な知識により大域的最適近似解を容易に探すことができるが、厳密な最適解を探すのは困難である。一方、シンプレックス法¹⁴⁾は大域的最適解には適していないが、局所的最適解を精度よく探索することができる。したがって、本論文では、シンプレックス法をファジィ推論法と組み合わせることによりそれぞれの特徴を生かした重み行列の一設計法を提案する。具体的には、まず制御対象のパラメータ同定誤差、パラメータ変動や制御系に入る外乱へ対処するため、制御対象の状態変数の差分信号と、誤差信号からなる拡大系を導出する。この拡大系を一般的制御対象とみなして、最適レギュレータ理論に基づき定常ロバスト性を有する 1 型サーボ系を構成する。つづいて、評価関数における重み行列と与えられたパフォーマンスインデックスとの定性知識をファジィ集合で定量化して、ファジィ推論により重み行列を大まかに決定する。それから、この重み行列を初期値として、シンプレックス法により最適な重み行列を探索する。結果的にファジィ推論法およびシンプレックス法の各自特徴を活かした設計アルゴリズムになり、これを利用することにより、パフォーマンスインデックスを満たす重み行列が自動的に求められ、サーボ系の自動設計を実現することができる。また、以上の設計法による重み行列の設計はオフラインで行うので、最適レギュレータ理論における重み行列の正定性条件さえ満たされれば、閉ループ系の安定性は保証される。最後にモータの速度制御を例とするシミュレーションにより本手法の有効性を示す。

2. 1 型サーボ系の構成

制御対象を次式で表わされるものとする。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}\mathbf{d}(k) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \quad (2)$$

ただし、

$\mathbf{x}(k)$: 状態変数 ($n \times 1$), $\mathbf{y}(k)$: 出力変数 ($r \times 1$),

$\mathbf{u}(k)$: 入力変数 ($m \times 1$), $\mathbf{d}(k)$: 外乱信号 ($r_1 \times 1$),

$\mathbf{A}$: ($n \times n$), $\mathbf{B}$: ($n \times m$), $\mathbf{C}$: ($r \times n$), $\mathbf{E}$: ($n \times r_1$)

である。

まず、目標値信号 $\mathbf{R}(k)$ と出力変数 $\mathbf{y}(k)$ との誤差信号 $\mathbf{e}(k) [= \mathbf{R}(k) - \mathbf{y}(k)]$ および状態変数の差分値 $\Delta \mathbf{x}(k) [= \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1)]$ を新たな状態変数とし、入力変数の差分値 $\Delta \mathbf{u}(k) [= \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1)]$ を新たな入力変数とする拡大系を導出する。誤差信号のダイナミクスには、(1), (2) 式より、

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) &= \mathbf{R}(k+1) - \mathbf{y}(k+1) + \mathbf{e}(k) - \mathbf{e}(k) \\ &= \mathbf{R}(k+1) - \mathbf{R}(k) - \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) - \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ &\quad - \mathbf{C}\mathbf{E}\mathbf{d}(k) + \mathbf{e}(k) + \mathbf{y}(k) \\ &= \Delta \mathbf{R}(k+1) + \mathbf{e}(k) - \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) - \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ &\quad - \mathbf{C}\mathbf{E}\mathbf{d}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k-1) \\ &\quad + \mathbf{C}\mathbf{E}\mathbf{d}(k-1) \\ &= \mathbf{e}(k) + \Delta \mathbf{R}(k+1) - \mathbf{C}\mathbf{A}\Delta \mathbf{x}(k) - \mathbf{C}\mathbf{B}\Delta \mathbf{u}(k) \\ &\quad - \mathbf{C}\mathbf{E}\Delta \mathbf{d}(k) \end{aligned} \quad (3)$$

が成り立つ。また、状態変数の差分値に関しては、(1) 式より、

$$\Delta \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\Delta \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{E}\Delta \mathbf{d}(k) \quad (4)$$

が成り立つ。これら二式をまとめることにより、求める拡大系は次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_o(k+1) &= \phi \mathbf{X}_o(k) + \mathbf{G}\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{G}_R \Delta \mathbf{R}(k+1) + \mathbf{G}_d \Delta \mathbf{d}(k) \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_o(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{e}(k) \\ \Delta \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}, \quad \phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r & -\mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \\ \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{C}\mathbf{B} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_d = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}\mathbf{E} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

である。上式において、目標値信号 $\mathbf{R}(k)$ と外乱信号 $\mathbf{d}(k)$ が持続信号で一定値をとるとすると、 $\Delta \mathbf{R}(k+1) = 0$, $\Delta \mathbf{d}(k) = 0$ であるので、拡大系は次式となる。

$$\mathbf{X}_o(k) = \phi \mathbf{X}_o(k) + \mathbf{G}\Delta \mathbf{u}(k) \quad (6)$$

(1) 式で表わした原系が可制御であり $z = 1$ に零点がないとき拡大系は可制御である¹⁵⁾。以下では、この条件は満たされるとする。そこで、この拡大系において適切な制御入力 $\Delta \mathbf{u}(k)$ を加えることにより閉ループ系を安

定に制御できれば、 $k \rightarrow \infty$ で $X_0(k) \rightarrow 0$ すなわち $e(k) \rightarrow 0$ となる。このとき制御対象のパラメータ変動があっても、閉ループ系の安定性が保たれる範囲の変動であるならば、定常誤差を零とすることが保証される。つまり、(6) 式の拡大系を安定に制御することによって、定常ロバスト性が保証される。

本論文では、最適レギュレータ理論を用いて (6) 式の拡大系を安定に制御する制御入力 $\Delta u(k)$ を決定する。そのために、次式で表わされる評価関数を導入する。

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [X_0^T(k) Q X_0(k) + \Delta u^T(k) H \Delta u(k)] \quad (7)$$

ここでは、最適レギュレータ理論を単にサーボの構成手段としているので、いかに指定されたパフォーマンスインデックスを満たすかが議論の主題であり、(7) 式の具体的な値は重要なものではない。そこで、容易に取り扱うために重み行列 Q と H を次の対角行列とする。

$$Q = \text{diag}(q_{i1}), \quad (8)$$

$$H = \text{diag}(h_{i2}), \quad (9)$$

$$i1 = 1, 2, \dots, (r+n), i2 = 1, 2, \dots, m$$

もし、各要素について $q_{i1} \geq 0$, $h_{i2} > 0$ ならば、 Q が半正定、 H が正定になり、次のように構成された閉ループ系の安定性が保証される。

(6) 式に対して、最適レギュレータ理論を用いて、制御入力を求めると、(10) 式になる。

$$\Delta u(k) = F_0 X_0(k) = [F_e \ F_x] \begin{bmatrix} e(k) \\ \Delta x(k) \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここに、

$$F_0 = -[H + G^T P G]^{-1} G^T P \phi \quad (11)$$

である。

ただし、 P は次の Riccati 方程式の正定対称解である。

$$P = Q + \phi^T P \phi - \phi^T P G [H + G^T P G]^{-1} G^T P \phi \quad (12)$$

以上により、この構成法で簡単に 1 型サーボ系が構成できる。しかし、過渡特性に関する情報は陽には現れてこないで、実際の制御対象へ応用すると、過渡特性が仕様を満たすまで、設計者の試行錯誤により重み行列 Q と H を調整することが必要である。3. では、設計の省力化のために、ファジィ推論と重み付きシンプレックス法を組み合わせる手法に基づいて、指定されたパフォーマンスインデックスを満たす重み行列の一設計法を与える。

3. 重み行列の設計

上述の制御法で構成したサーボ系を電動機や工作機械などのような制御対象へ適用しようとした場合、立ち上

がり時間、オーバーシュートおよび定常誤差が最も重要なパフォーマンスインデックスとなる。3. では、これらのパフォーマンスインデックスを満たす一設計法を論じる。

現実の重み行列の設計過程は大きく二つの部分に分けることができる。すなわち、まず、立ち上がり時間、オーバーシュートと重み行列との定性知識を利用して、大まかに重み行列の初期値を決める過程と、それから、決められた初期値に対して、試行錯誤により微調整を行う過程である。ファジィ推論は前半部分のような高度でかつ定性的な判断を行うときには一つの有力な手段であるので、本研究では、これを重み行列の設計に導入する。微調整の方法としては、何らかの学習法によりメンバシップ関数のパラメータを修正するチューニング法が考えられる。ところが、このような方法では、パラメータの修正とファジィ推論との間で繰り返し操作が必要であり、最適解を得るまでに時間がかかる恐れがある。ここでは、できるだけ簡単な、そして速いアルゴリズムで設計の省力化を図ることを最終目的としているので、メンバシップ関数のパラメータを修正してチューニングを行うのではなく、ファジィ推論で得られた重み行列そのものに対して、シンプレックス法を用いて直接に微調整を行うことにする。以上により本設計法は二つのステップから構成する。すなわち、まず設計者の知識や経験によってファジィ推論を用いて、大域的最適近似解を求める。それから、求められた最適近似解によりシンプレックスを生成して、重み付きシンプレックス法に基づいて最適解を探索する。以下では、それぞれ二つのステップについて述べる。

ステップ 1 について説明する。ファジィ推論を行うためにはそれに関する知識が必要である。まず知識の獲得から説明する。一般に原系に対する最適レギュレータの評価関数に含まれる重み行列の各要素をいかに選ぶべきかを定性的な知識を使って把握するのは非常に難しい。これに対して、本論文では、拡大エラーシステムにより、追従誤差および状態変数の差分という形でシステムの特性を表わしているので、行列 Q , H の対角要素と過渡特性との関係が比較的明瞭である。すなわち、 $q_1, \dots, q_r$ は目標値 R と出力 y との誤差 e の重みであるので、 q_i (ただし、 $i = 1, \dots, r$) の値を大きく取ると、それに対応する出力が目標値に追従するときのオーバーシュートは小さくなる。また、 $q_{r+1}, \dots, q_{r+n}$ は状態変数の差分 Δx の重み、つまり状態変化率の重みであるので、それらの値を小さく選ぶと、状態の変化が相対的に大きくなり、結果的に立ち上がり時間が短くなる。さらに制御入力は制御対象の加速度に相当するので、 $h_1, \dots, h_m$ の値を大きく選ぶと、対応する制御入力の値が小さくなり、相対的に立ち上がり時間が長くなる。一方、定常誤差の大き

さは本質的に q_{i1} と h_{i2} の値には関係なく、そのサーボ系の構成法に依存する。本論文の構成したシステムは1型サーボ系になっているので、定常誤差は0であることが理論的に保証される。ファジィ推論を利用して、以上の定性的知識による設計者の調整過程をアルゴリズムの形で表現する。そのため、 t_r と σ でそれぞれ立ち上がり時間とオーバーシュートを表わし、推論用の前件部および後件部を次のように選ぶ。

前件部： t_r, σ

後件部： q_{i1}, h_{i2}

ただし、

$$i1 = 1, 2, 3, \dots, r+n$$

$$i2 = 1, 2, 3, \dots, m$$

である。

実際には、前件部および後件部のファジィ変数の数により推論規則の数が異なるが、一般に次のように定式表現することが可能になる。

R^i : if t_r is big and σ is small then

q_{i1} ($i1 = 1, \dots, r+n$) is big _{$i1$} and

h_{i2} ($i2 = 1, \dots, m$) is big _{$i2$}

このように推論規則を作っておけば、要求された立ち上がり時間 t_r とオーバーシュート σ の値を与えるとき、定性的な知識を利用して、 $\mathbf{Q}$, $\mathbf{H}$ の各要素を最適解の近傍内に設定することができる。しかし、ファジィ推論だけでは具体的な数値まで厳しく要求されたパフォーマンスインデックスを満たす重み行列を決定することは困難である。通常は更に応答波形を見ながら、試行錯誤により重み行列の微調整を行うことが必要である。つまり設計者の微調整過程に相当するステップ2のアルゴリズムを付け加えなければ、設計の自動化といった目的が実現できない。

つづいて、ステップ2について説明する。具体的に重み付きのシンプレックス法を用いて、ファジィ推論により求められた最適近似解の近傍において直接的に最適な重み行列の値を探索する。シンプレックス法¹⁴⁾とは、 n 次元ユークリッド空間において $(n+1)$ 個の頂点を持つ幾何学図形を構成し、各頂点に評価関数 ((7) 式ではない) を対応させて最小解を探索する手法である。通常のシンプレックス法による探索は、最も大きな評価関数値をもつ頂点と幾何学的図形の中心を結ぶ線上で行うので、ほかの評価関数の値の役割は考慮されていない。これに対して、重み付きのシンプレックス法は幾何学的図形の中心を採用するのではなく、 $(n+1)$ 個の頂点での評価関数値をすべて考慮に入れた重心を用いる。つまり、重み付きのシンプレックス法による探索は、評価関数の最

大値をもつ頂点と重心を結ぶ線上で行う。これにより、より速く最適解を探索することができる。具体的なアルゴリズムは4.で述べる。ただし、ここでの評価関数としては、制御対象の出力により求めた実際の立ち上がり時間、オーバーシュートと、指定された t_r, σ との絶対誤差の和を使用する。すなわち、絶対誤差の和が最小になってくれば、微調整の目的を達成することになる。

4. 設計アルゴリズム

本節では、3.に述べた設計法の具体的な実現について説明する。まず、ファジィ推論によるステップ1を述べる。

簡略化ファジィ推論法は通常のファジィ推論のような重心値を求める過程は不要であるので、計算時間を短縮することができる。そこで、ファジィ推論法としては簡略化ファジィ推論法を採用する。いま、上記の知識により作られた推論規則は次のように記述されるものとする。

R^j : if $t_r = A_{j1}$ and $\sigma = A_{j2}$ then $q_{i1} = c_{ji1}$ and $h_{i2} = c_{ji2}$

ただし、

$$j = 1, \dots, p$$

$$i1 = 1, \dots, r+n$$

$$i2 = 1, \dots, m$$

であり、 j は規則番号、 p は規則数、 $i1$ は $\mathbf{Q}$ の要素番号、 $i2$ は $\mathbf{H}$ の要素番号を示している。 A_{j1}, A_{j2} は big, small などのファジィ集合、 c_{ji1}, c_{ji2} は正の実数である。

ファジィ集合 A_{j1} と A_{j2} のメンバシップ関数はそれぞれ $\mu_{A_{j1}}(t_r)$ と $\mu_{A_{j2}}(\sigma)$ で表わし、与えられた入力 t_r, σ に対する各規則の適応度 W_j を次式で計算する。

$$W_j = \mu_{A_{j1}}(t_r) \mu_{A_{j2}}(\sigma) \quad (13)$$

推論結果 q_{i1}^0, h_{i2}^0 はそれぞれ (14), (15) 式で求める。

$$q_{i1}^0 = \frac{\sum_{j=1}^p W_j c_{ji1}}{\sum_{j=1}^p W_j} \quad (14)$$

$$h_{i2}^0 = \frac{\sum_{j=1}^p W_j c_{ji2}}{\sum_{j=1}^p W_j} \quad (15)$$

つづいて、ステップ2の実現について説明する。(14), (15) 式に基づいて、最適近似解 q_{i1}^0 と h_{i2}^0 を求めることができるが、3.にも述べたように、さらに重み付きのシンプレックス法を用いて微調整を行うことが必要である。具体的に、まず、 $(r+n+m)$ 次元ユークリッド空間において、ファジィ推論により得た q_{i1}^0, h_{i2}^0 をベースにして、ある定数 c^0 で次のような $(r+n+m+1)$ 個のポイントを頂点とするシンプレックスを生成する。

$$\mathbf{S}_0 = (q_1^0, \dots, q_{r-n}^0, h_1^0, \dots, h_m^0)^T \quad (16a)$$

$$\mathbf{S}_i = (q_1^0, \dots, q_i^0 + c^0, q_{i+1}^0, \dots, q_{r+n}^0, h_1^0, \dots, h_m^0)^T \quad (16b)$$

ただし, $i = 1, \dots, (r+n+m)$ である.

次にこれらの頂点 $\mathbf{S}_i$ の値を用いて, 制御した結果より求めた実際の立ち上がりとオーバーシュートをそれぞれ $t_r(\mathbf{S}_i)$ と $\sigma(\mathbf{S}_i)$ とし, 次の評価関数の値を最小にするように微調整を行う.

$$f_i(\mathbf{S}_i) = [t_r - t_r(\mathbf{S}_i)]^2 + [\sigma - \sigma(\mathbf{S}_i)]^2 \quad (17)$$

簡単のために, $f_0(\mathbf{S}_0) > f_1(\mathbf{S}_1) > \dots > f_{r+n+m}(\mathbf{S}_{r+n+m})$ とする. そして, 各頂点 $\mathbf{S}_i$ に質量 $f_i(\mathbf{S}_i)$ があると考え, (18) 式でシンプレックスの重心 $\mathbf{S}^G$ を求める.

$$\mathbf{S}_i^G = \frac{\sum_{j=0}^{(r+n+m)} s_{ji} f_j^{-1}(\mathbf{S}_j)}{\sum_{j=0}^{(r+n+m)} f_j^{-1}(\mathbf{S}_j)} \quad (18)$$

ここで, s_i^G と s_{ji} はそれぞれ $\mathbf{S}^G$ と $\mathbf{S}_j$ の i 番目の要素を表わす.

そして, $\mathbf{S}_0$ と $\mathbf{S}^G$ を結ぶ線上で $\mathbf{S}^G$ に対して $\mathbf{S}_0$ と反対側に $f_X(\mathbf{S}_X) < f_{r+n+m}(\mathbf{S}_{r+n+m})$ が成り立つような点 $\mathbf{S}_X$ を探す. この $\mathbf{S}_X$ は新しい探索点になり, 最大重量をもつ点と置き換える. この探索操作は与えられた正数 ε に対して (19) 式が成立するまで繰り返して行う.

$$\begin{aligned} f(\mathbf{S}_{\text{object}}) \\ := \min [f_0(\mathbf{S}_0), f_1(\mathbf{S}_1), \dots, f_{r+n+m}(\mathbf{S}_{r+n+m})] \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (19)$$

以上より, $\mathbf{S}_{\text{object}}$ は最終目標点であり, その要素が重み行列の設計値となる.

5. シミュレーションによる検討

本手法の有効性を確認するために, 永久磁石型 DC モータを制御対象として, その速度制御のシミュレーションを行った. 永久磁石型 DC モータの状態方程式は (20), (21) 式である.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{D}{J_m} & \frac{k_T}{J_m} \\ -\frac{k_e}{L_a} & \frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_a \end{bmatrix} u(t) \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} d(t) \end{aligned} \quad (20)$$

$$y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

ただし,

$x_1(t) = \omega_r(t)$: 回転角速度

$x_2(t) = i_a(t)$: 電機子電流

$u(t) = U_a(t)$: 直流印加電圧

$d(t) = T_L(t)$: 負荷トルク

D : 粘性摩擦係数

J_m : 慣性モーメント

k_T : トルク定数

k_e : 逆起電力定数

L_a : 回路のインダクタンス

R_a : 回路の抵抗

である.

いま, パラメータを $D = 9.21 \times 10^{-3}$ [kgm²/s], $J_m = 4.98 \times 10^{-3}$ [kgm²], $k_T = 2.31 \times 10^{-1}$ [Nm/A], $k_e = 1.449$ [Vs], $L_a = 3.80 \times 10^{-3}$ [H], $R_a = 5.84$ [Ω] とするモータに対して, 状態方程式をサンプリング周期 2 ms で離散化すると,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 9.81 \times 10^{-1} & 2.84 \times 10^{-2} \\ -2.31 \times 10^{-1} & -4.02 \times 10^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 1.09 \times 10^{-2} \\ 1.62 \times 10^{-1} \end{bmatrix} u(k) \\ &+ \begin{bmatrix} -3.98 \times 10^{-1} \\ 6.83 \times 10^{-2} \end{bmatrix} d(k) \end{aligned} \quad (22)$$

$$y(k) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \quad (23)$$

となる.

制御目的をモータの回転速度を 0 から 100 [rpm] まで制御することとし, そのときの与えられた設計仕様は次のように仮定する.

$$t_r \leq 1.0 \text{ [s]}, \sigma \leq 5\%, e(\infty) = 0$$

(22), (23) 式で表わした制御対象に対して, 2. の方法を用いて 1 型サーボ系を構成する. この場合, (7) 式における重み行列は次のようなものになる.

$$\mathbf{Q}_{3 \times 3} = \text{diag}(q_i) \quad (24)$$

$$\mathbf{H}_{1 \times 1} = h \quad (25)$$

そして, 3. に述べた定性的知識により前件部と後件部のメンバシップ関数は Fig. 1 に示すように定義し, 設計した推論規則は Table 1 に示している.

シミュレーションの流れとしては, まず, 与えられた設計仕様を入力して, (14), (15) 式を用いて $\mathbf{Q}$, $\mathbf{H}$ を求

Fig. 1 The membership function

Table 1 Reasoning rules

$\sigma \backslash t_r$	Z_{t_r}	S_{t_r}	M_{t_r}	B_{t_r}	VB_{t_r}
Z_σ	$q_1 = VB_q$ $q_2 = Z_q$ $q_3 = Z_q$ $h = Z_h$	$q_1 = VB_q$ $q_2 = S_q$ $q_3 = Z_q$ $h = S_h$	$q_1 = VB_q$ $q_2 = M_q$ $q_3 = Z_q$ $h = M_h$	$q_1 = VB_q$ $q_2 = B_q$ $q_3 = Z_q$ $h = B_h$	$q_1 = VB_q$ $q_2 = VB_q$ $q_3 = Z_q$ $h = VB_h$
S_σ	$q_1 = B_q$ $q_2 = Z_q$ $q_3 = S_q$ $h = Z_h$	$q_1 = B_q$ $q_2 = S_q$ $q_3 = S_q$ $h = S_h$	$q_1 = B_q$ $q_2 = M_q$ $q_3 = S_q$ $h = M_h$	$q_1 = B_q$ $q_2 = B_q$ $q_3 = S_q$ $h = B_h$	$q_1 = B_q$ $q_2 = VB_q$ $q_3 = S_q$ $h = VB_h$
M_σ	$q_1 = M_q$ $q_2 = Z_q$ $q_3 = M_q$ $h = Z_h$	$q_1 = M_q$ $q_2 = S_q$ $q_3 = M_q$ $h = S_h$	$q_1 = M_q$ $q_2 = M_q$ $q_3 = M_q$ $h = M_h$	$q_1 = M_q$ $q_2 = B_q$ $q_3 = M_q$ $h = B_h$	$q_1 = M_q$ $q_2 = VB_q$ $q_3 = M_q$ $h = VB_h$
B_σ	$q_1 = S_q$ $q_2 = Z_q$ $q_3 = B_q$ $h = Z_h$	$q_1 = S_q$ $q_2 = S_q$ $q_3 = B_q$ $h = S_h$	$q_1 = S_q$ $q_2 = M_q$ $q_3 = B_q$ $h = M_h$	$q_1 = S_q$ $q_2 = B_q$ $q_3 = B_q$ $h = B_h$	$q_1 = S_q$ $q_2 = VB_q$ $q_3 = B_q$ $h = VB_h$
VB_σ	$q_1 = Z_q$ $q_2 = Z_q$ $q_3 = VB_q$ $h = Z_h$	$q_1 = Z_q$ $q_2 = S_q$ $q_3 = VB_q$ $h = S_h$	$q_1 = Z_q$ $q_2 = M_q$ $q_3 = VB_q$ $h = M_h$	$q_1 = Z_q$ $q_2 = B_q$ $q_3 = VB_q$ $h = B_h$	$q_1 = Z_q$ $q_2 = VB_q$ $q_3 = VB_q$ $h = VB_h$

め、制御を行った。その後、求められた Q, H を利用して、微調整を行った。ただし、 c^0 を 0.5, ε を 0.01 に選んでいる。

つぎに、シミュレーション結果を説明する。回転速度が 0 から 100 [rpm] までの制御結果を Fig. 2 に示す。Fig. 2 (a) において、太実線 (—) $\omega_1(t)$ はファジィ推論により得られた重み行列を用いて制御した回転速度である。同図によりオーバシュートは満足されたが、立ち上がり時間を更に調整する必要があることが判る。重み付きのシンプレックス法を用いた微調整の結果 $\omega_2(t), \dots, \omega_{11}(t)$ を同図の細実線 (---) で示す。10 回の微調整後、最終的にオーバシュートが少し出たが、 $f(S_{\text{object}}) = 6.3 \times 10^{-3} \leq \varepsilon$ は満たされたので、ほぼ満足できる結果を得た。また、Fig. 2 (b) は電機子電流、Fig. 2 (c) は制御入力 of 電機子電圧、Fig. 2 (d) と (e), (f) はそれぞれ重み行列 H と Q の要素を示している。以上の結果により、本手法による重み行列の設計アルゴリズムの有効性が示された。また、ファジィ推論は使わない場合、すなわち、事前知識のない前提で選んだ重み行列を $Q = \text{diag}(0.001, 1000, 1000)$, $H = \text{diag}(5000)$ として制御した結果は Fig. 3 に示す。同図に示したように、シンプレックス法だけでは最適な重み行列を探ることができない。したがって、ファジィ推論をシンプレックス法と組み合わせることが必要であることが判る。

6. おわりに

本論文では、著者らの提案した最適レギュレータ理論に基づくサーボ系の設計法を実際の制御対象へ適用するとき、重み行列の自動設計法として、ファジィ推論とシンプレックス法を融合した手法を採用し、与えられたパフォーマンスインデックスを満たす重み行列を決定するための一設計法を提案した。また、DC モータの速度制御シミュレーションによりその有効性を確認した。本論文は始めから離散時間の制御対象に対して議論したものであるが、この考え方は基本的に連続時間の形で表わされる制御対象にも適用できると考えられる。

本論文では、制御入力 of 余裕が十分あるとしていた。制御入力 of リミットが存在する場合は、設計問題が難しくなり、シミュレーション結果ほど良い結果が得られないことが予想される。この点に関しては、より有効な方法の開発を今後の研究課題として考えている。

Fig. 2 Control result with optimal servo system
(Elements of weighting matrix are designed
by fuzzy reasoning and simplex method)

Fig. 3 Control result with optimal servo system
(Elements of weighting matrix are designed
by simplex method)

参 考 文 献

- 1) B. D. O. Anderson and J. B. Moore : Linear Optimal Control, Prentice-Hall (1971)
- 2) 有本 (編) : 特集 制御系設計の理論と実際 ; システムと制御, Vol. 27, No. 5, pp. 287~334 (1983)
- 3) T. Tsuchiya : Improved Direct Digital Control Algorithm for Microprocessor Implementation ; IEEE Trans. on Automatic Control., Vol. AC-27, No. 2, pp. 295~306 (1982)
- 4) 土谷 : 電動機速度制御系構成へのディジタル制御系構成法の適用 ; 計測自動制御学会論文誌, Vol. 19, No. 10, pp. 767~772 (1983)
- 5) 土谷 : 最適レギュレータ技法を用いた多入力多出力離散時間値出力フィードバック制御系構成法 ; 計測自動制御学会論文誌, Vol. 20, No. 3, pp. 193~199 (1984)
- 6) 江上, 山本, 土谷 : 最適レギュレータ理論を用いた効率最適化速度制御系構成法 ; 計測自動制御学会論文誌, Vol. 21, No. 4, pp. 345~352 (1985)
- 7) 村田, 土谷, 武田 : 最適レギュレータ理論によるベクトル制御誘導電動機の効率最適化速度制御系構成法 ; 計測自動制御学会論文誌, Vol. 25, No. 3, pp. 347~354 (1989)
- 8) 水本 : ファジィ推論 (1) ; 日本ファジィ学会誌, Vol. 4, No. 2, pp. 256~264 (1992)
- 9) 水本 : ファジィ推論 (2) ; 日本ファジィ学会誌, Vol. 4, No. 3, pp. 433~444 (9) (1992)
- 10) 柳下, 伊藤, 菅野 : ファジィ理論清浄水場薬品注入制御への応用 ; システムと制御, Vol. 28, No. 7, pp. 597~604 (1984)
- 11) 市橋 : ファジィ制御 ; システム制御情報チュートリアル講座 '89 テキスト, pp. 151~178 (1989)
- 12) 王, 土谷 : ファジィ軌道計画とそのロボットマニピュレータ経路制御への応用 ; 日本ロボット学会誌, Vol. 9, No. 3, pp. 304~313 (1991)
- 13) K. Tanaka and M. Sano : A Robust Stabilization Problem of Fuzzy Control Systems and Its Application to Backing up Control of a Truck-Trailer ; IEEE Trans. on Fuzzy Systems. Vol. 2, No. 2, pp. 119~134 (1994)
- 14) 茨木, 福島 : 最適化の手法, 共立出版 (株) (1993)
- 15) 土谷, 江上 : 現代制御工学, 産業図書 (1991)