事象と状態の部分観測のもとでの離散事象 システムのスーパーバイザ制御*

高井 重昌**・潮 俊光**・児玉 慎三**

Supervisory Control of Discrete Event Systems
under Partial Observations of Events and States*

Shigemasa TAKAI**, Toshimitsu USHIO** and Shinzo KODAMA**

In this paper, we study supervisory control of discrete event systems under partial observations. Most of the research on supervisory control considers a supervisor which takes a control action according to only event sequences. This paper proposes a supervisor which selects a control pattern based upon partial observations of events and states. We first derive necessary and sufficient conditions under which there exists a supervisor for a given language, namely, a control specification. It is shown that our supervisor is more powerful than a supervisor which uses only event sequences. Next, we study the case that there does not exist a supervisor for a given language. We present a sublanguage of a given language for which a supervisor exists.

1. 緒 論

並行処理制御, 排他制御など離散事象システムにおける多くの論理的な制御問題は, 制御仕様として与えられた言語を生成するようにシステムを制御する問題に帰着できる^{1), 2)}. この問題に対する制御手法として, RamadgeとWonhamによって提案されたスーパーバイザ制御³⁾が有効である. 彼らが考察したスーパーバイザは, システムで生成された事象列から制御パターンへの写像として定義される³⁾. つまりスーパーバイザは, システムで生成された事象列を観測し, それに基づいて, 次に生起を許容する事象を決定する制御器として定義されている. しかし一般に, すべての事象が完全に観測できるとは限らない. このような事象の部分観測のもとでのスーパーバイザ制御についてもすでに考察されており, スーパーバイザが存在するための必要十分条件^{4), 5)}, およびスーパーバイザが存在するような部分言語の構成法が求められている⁶⁾⁻¹⁰⁾.

またLiとWonhamは, 事象と状態が完全に観測可能であるという仮定のもとで, メモリと呼ばれる動的要素を用いた制御器を提案している¹¹⁾. 特にベクトル離散事象システムにおいて, メモリ付き制御器が, 従来のスーパーバイザよりも効率的に構成できることを示している¹²⁾. しかし本論文で示すように, 事象が完全に観測可能であるならば, 事象と状態の両方の観測列を用いたスーパーバイザが構成できる言語のクラスは, 従来のスーパーバイザが構成できるクラスと等しくなる.

本論文では, 部分観測のもとで, 事象と状態の両方の観測列を利用したスーパーバイザについて考察する. まず, 与えられた制御仕様を満たすスーパーバイザが存在するための必要十分条件を示す. そして, 従来のスーパーバイザが構成できる言語のクラスよりもより広いクラスに対して, 本論文で提案するスーパーバイザが構成できることを示す. しかし, 一般に与えられた言語に対して, 常にスーパーバイザが存在するとは限らない. そこで, 与えられた言語に対して, スーパーバイザが存在するようなその部分言語を与える.

2. 準 備

対象システム G は (1) 式で表わされるオートマトン¹³⁾でモデル化されているとする.

* 原稿受付 1994年8月29日

** 大阪大学 工学部 Department of Electronic Engineering, Osaka University; 2-1 Yamadaoka, Suita city, Osaka 565, JAPAN

Key Words : discrete event system, supervisory control, partial observation, automaton, formal language.

$$G = (X, \Sigma, \delta, x_0) \quad (1)$$

ただし、 X は状態の集合、 x_0 は初期状態、 Σ は事象の有限集合、 $\delta: \Sigma \times X \rightarrow X$ は状態遷移関数である。一般に δ は部分関数である。 Σ^* と X^* をそれぞれ、空列 ε を含む、 Σ と X の要素からなるすべての有限列の集合とする。状態遷移関数 δ は、以下のように $\delta: \Sigma^* \times X \rightarrow X$ に拡張できる。

- $\delta(\varepsilon, x) = x$
- 任意の $s \in \Sigma^*$ と任意の $\sigma \in \Sigma$ に対して、 $\delta(s, x)$ が定義されているとき、

$$\delta(s\sigma, x) = \delta(\sigma, \delta(s, x))$$

である。

以下 $s \in \Sigma^*$ と $x \in X$ に対して、 $\delta(s, x)$ が定義されているとき、 $\delta(s, x)!$ と書く。

$L(G)$ は G によって生成される言語を表わし、

$$L(G) = \{s \in \Sigma^* \mid \delta(s, x_0)!\}$$

と定義される。

そして G によって生成される状態列の集合 $T(G) \subseteq X^*$ を以下で定義する。まず写像 $\pi: L(G) \rightarrow X^*$ を以下のように帰納的に定義する。

- $\pi(\varepsilon) = x_0$
- 任意の $s\sigma \in L(G)$ ($\sigma \in \Sigma$) に対して、

$$\pi(s\sigma) = \pi(s)\delta(s\sigma, x_0)$$

である。

つまり $\pi(s)$ は事象列 $s \in L(G)$ の生起によってシステムがとる状態列を表わす。そして $T(G)$ を次式で定義する。

$$T(G) = \{w \in X^* \mid \exists s \in L(G); \pi(s) = w\}$$

実システムにおいては、一般にすべての事象と状態が完全に観測できるとは限らない。 $M_l: \Sigma \rightarrow \Lambda$ と $M_t: X \rightarrow Y$ をそれぞれ事象と状態に関するマスクとする^{5), 11)}。ここで Λ と Y はそれぞれスーパーバイザと呼ばれる（外部の）コントローラによって観測される事象と状態の集合である。 M_l は以下のように Σ^* に関する関数に拡張できる。

- $M_l(\varepsilon) = \varepsilon$
- 任意の $s\sigma \in \Sigma^*$ ($\sigma \in \Sigma$) に対して、

$$M_l(s\sigma) = M_l(s)M_l(\sigma)$$

である。

M_t も同様に拡張できる。

本論文では Ramadge-Wonham のモデルを考える³⁾。すなわち、 Σ はその生起をスーパーバイザによって禁止できる事象の集合 Σ_c と、禁止できない事象の集合 Σ_u

に分割できる。ただし、 $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_u$ 、 $\Sigma_c \cap \Sigma_u = \emptyset$ である。 Σ_u を含む Σ の部分集合を制御パターンと言い、制御パターンの集合を Γ とおく。つまり、

$$\Gamma = \{\gamma \in 2^\Sigma \mid \Sigma_u \subseteq \gamma \subseteq \Sigma\}$$

である。ここで 2^Σ は Σ のべき集合を表わす。

従来の部分観測のもとでのスーパーバイザ制御においては、スーパーバイザは事象の観測列のみに基づき、次の制御パターンを決定する制御器と定義されていた。そこで本論文では、スーパーバイザ $S: M_l(L(G)) \times M_t(T(G)) \rightarrow \Gamma$ を事象と状態両方の観測列に基づき、次の制御パターンを決定する制御器と定義する。そして次に G において生起可能な事象は、このスーパーバイザによって与えられた制御パターンの要素に限られる。すなわち制御パターンの要素でない事象は、その生起が禁止される。このようにして、次に生起可能な事象を制限することにより、システムが望ましい振る舞いをするように制御する。このような制御システムのブロック線図を Fig. 1 に示す。

Fig. 1 A block diagram of the closed-loop system

スーパーバイザ S を施した閉ループシステムを $S|G$ と書く。 $S|G$ において生成される言語 $L(S|G)$ は次のように帰納的に定義される。

- $\varepsilon \in L(S|G)$
- 任意の $s \in L(S|G)$ と任意の $\sigma \in \Sigma$ に対して、
 $s\sigma \in L(S|G)$
 $\Leftrightarrow s\sigma \in L(G) \wedge \sigma \in S(M_l(s), M_t(\pi(s)))$

である。

言語 $K \subseteq \Sigma^*$ に対して、そのすべての接頭語の集合を $\bar{K}$ とおく。すなわち

$$\bar{K} = \{s \in \Sigma^* \mid \exists t \in \Sigma^*; st \in K\}$$

である。そして $K = \bar{K}$ であるとき、 K は閉じているという。明らかに $L(G)$ と $L(S|G)$ は閉じている。

言語 $K \subseteq L(G)$ が次の条件を満たすとき、 K は $(\Sigma_u, L(G))$ -不変であると言う^{3), 5)}。

- 任意の $s \in \bar{K}$ と任意の $\sigma \in \Sigma_u$ に対して、

$$s\sigma \in L(G) \Rightarrow s\sigma \in \bar{K}$$

すなわち、 $\bar{K}\Sigma_u \cap L(G) \subseteq \bar{K}$ である。

また次の条件が満たされるとき, K は $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御であるという⁵⁾.

- 任意の $s, s' \in K$ と任意の $\sigma \in \Sigma_c$ に対して,

$$\begin{aligned} M_l(s) &= M_l(s') \wedge s\sigma \in K \wedge s'\sigma \in L(G) \\ &\Rightarrow s'\sigma \in K \end{aligned}$$

である.

そして制御仕様として与えられた空でない閉じた言語 $K \subseteq L(G)$ に対して, $L(S|G) = K$ なる事象の観測列のみを用いたスーパーバイザ $S: M_l(L(G)) \rightarrow \Gamma$ が存在するための必要十分条件は, K が $(\Sigma_u, L(G))$ -不変かつ $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御となることである^{4), 5)}.

(注意) 参考文献では, 事象に関するマスク M_l は $M_l: \Sigma \rightarrow \Lambda \cup \{\varepsilon\}$ として定義されている. すなわち, ある事象の生起がまったく観測できない場合も考慮されている. そして本論文で得られるすべての結果は, この場合にも適用できる. しかし実用上以下のような問題点がある.

Fig. 2 An automaton

Fig. 2 に示されるオートマトンを考える. ここで, $\Sigma = \Sigma_c = \{\sigma_1, \sigma_2\}$, $X = \{x_0, x_1, x_2\}$ である. そしてマスク M_l と M_t は次式で与えられるとする.

$$M_l(\sigma) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{if } \sigma = \sigma_1 \\ \sigma_2, & \text{if } \sigma = \sigma_2 \end{cases}$$

$$M_t(x) = y, \quad \forall x \in X$$

そして $K = \{\varepsilon, \sigma_1\}$ なる $K \subseteq L(G)$ を考える. このとき次式で与えられるスーパーバイザ S に対して, $L(S|G) = K$ となる.

$$S(d, e) = \begin{cases} \phi, & \text{if } d = \varepsilon \wedge e = yy \\ \Sigma, & \text{otherwise} \end{cases}$$

このスーパーバイザは, x_0 においてすべての事象の生起を許可し, σ_1 の生起により遷移した x_1 において, $S(M_l(\sigma_1), M_t(\pi(\sigma_1))) = S(\varepsilon, yy) = \phi$ より, 制御パターンを切り替え, すべての事象の生起を禁止する. しかし実際には, σ_1 の生起が観測できず, しかも状態の観測値も変化しないため, σ_1 の生起に関する情報をスーパーバイザは得ることができず, 制御パターンを切り替えることができない.

よって本論文で提案したスーパーバイザ制御が実用上可能となるためには, “何らかの事象が生起した” という情報を少なくとも得ること, すなわち $M_l^{-1}(\varepsilon) = \phi$ であることが必要である. したがって本論文では, M_l を

$M_l: \Sigma \rightarrow \Lambda$ と定義している.

3. スーパーバイザの存在条件

本節では, 与えられた言語 $K \subseteq L(G)$ に対して, $L(S|G) = K$ なる事象と状態両方の観測列を用いたスーパーバイザ $S: M_l(L(G)) \times M_t(T(G)) \rightarrow \Gamma$ が存在するための必要十分条件を求める. まず言語の $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御性の概念を導入する.

【定義1】 言語 $K \subseteq L(G)$ が次の条件を満たすとき, K は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御であるという.

- 任意の $s, s' \in K$ と任意の $\sigma \in \Sigma_c$ に対して,

$$\begin{aligned} M_l(s) &= M_l(s') \wedge M_t(\pi(s)) = M_t(\pi(s')) \\ &\wedge s\sigma \in K \wedge s'\sigma \in L(G) \\ &\Rightarrow s'\sigma \in K \end{aligned}$$

である.

状態に関するマスク M_t が定値関数であるならば, $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御性は $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御性と等価になる.

【定理1】 空でない閉じた言語 $K \subseteq L(G)$ に対して, $L(S|G) = K$ なるスーパーバイザ $S: M_l(L(G)) \times M_t(T(G)) \rightarrow \Gamma$ が存在するための必要十分条件は, K が $(\Sigma_u, L(G))$ -不変かつ $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御となることである.

(証明) まず十分性を証明する. 次式で与えられるスーパーバイザ $S: M_l(L(G)) \times M_t(T(G)) \rightarrow \Gamma$ を考える.

$$\begin{aligned} S(d, e) &= \begin{cases} \Sigma_u \cup \Sigma_c(d, e), \\ \quad \text{if } \exists s \in K; M_l(s) = d \wedge M_t(\pi(s)) = e \\ \Sigma, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

ただし

$$\begin{aligned} \Sigma_c(d, e) &= \{\sigma \in \Sigma_c \mid \exists s \in K; M_l(s) = d \wedge M_t(\pi(s)) = e \\ &\quad \wedge s\sigma \in K\} \end{aligned}$$

である. この S に対して, $L(S|G) = K$ となることを示す. $L(S|G)$ と K は共に空でなく閉じているので, $\varepsilon \in L(S|G) \cap K$ である. $s \in L(S|G) \cap K$ なる $s \in \Sigma^*$ を考える. まず $s\sigma \in L(S|G)$ であると仮定する. そのとき, $L(S|G)$ の定義より,

$$\begin{aligned} \sigma &\in S(M_l(s), M_t(\pi(s))) \\ &= \Sigma_u \cup \Sigma_c(M_l(s), M_t(\pi(s))) \end{aligned}$$

かつ $s\sigma \in L(G)$ である. K は $(\Sigma_u, L(G))$ -不変であるから, $\sigma \in \Sigma_u$ ならば $s\sigma \in K$ である. $\sigma \in \Sigma_c$ の

場合を考える。このとき、 $M_l(t) = M_l(s)$, $M_t(\pi(t)) = M_t(\pi(s))$ かつ $t\sigma \in K$ なる $t \in K$ が存在する。そして K は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御であるから、 $s\sigma \in K$ である。よって $L(S|G) \subseteq K$ が成り立つ。逆に $s\sigma \in K$ であると仮定する。 $K \subseteq L(G)$ であるから、 $s\sigma \in L(G)$ である。もし $\sigma \in \Sigma_u$ ならば、 $\sigma \in S(M_l(s), M_t(\pi(s)))$ であり、 $s\sigma \in L(S|G)$ を得る。また $\sigma \in \Sigma_c$ ならば、

$$\sigma \in \Sigma_c(M_l(s), M_t(\pi(s))) \subseteq S(M_l(s), M_t(\pi(s)))$$

となり、 $s\sigma \in L(S|G)$ である。ゆえに $K \subseteq L(S|G)$ が成り立つ。

つぎに、必要性を証明する。まず K が $(\Sigma_u, L(G))$ -不変であることを示す。 $s\sigma \in L(G)$ なる $s \in K$ と $\sigma \in \Sigma_u$ を考える。このとき、 $s \in L(S|G)$ かつ $\sigma \in S(M_l(s), M_t(\pi(s)))$ であるから、 $s\sigma \in L(S|G) = K$ を得る。つぎに、 K が $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御であることを示す。 $M_l(s) = M_l(s')$, $M_t(\pi(s)) = M_t(\pi(s'))$, $s\sigma \in K$ かつ $s'\sigma \in L(G)$ なる $s, s' \in K$ と $\sigma \in \Sigma_c$ を考える。このとき、 $s, s', s\sigma \in L(S|G)$ であることから、 $\sigma \in S(M_l(s), M_t(\pi(s)))$ を得る。そして $M_l(s) = M_l(s')$ かつ $M_t(\pi(s)) = M_t(\pi(s'))$ であるから、 $\sigma \in S(M_l(s'), M_t(\pi(s')))$ である。ゆえに、 $s' \in L(S|G)$ かつ $s'\sigma \in L(G)$ であることから、 $s'\sigma \in L(S|G) = K$ となる。 $\square$

明らかに、与えられた言語 $K \subseteq L(G)$ が $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御ならば、 $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御である。しかし一般に逆の関係は成り立たない。すなわち事象と状態両方の観測列を用いたスーパーバイザは構成できるが、従来の事象の観測列のみを用いたスーパーバイザは構成できない場合がある。Fig. 3 に示されるオートマトンを考える。ここで、 $\Sigma = \Sigma_c = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$, $X = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ である。そしてマスク M_l と M_t は次式で与えられるとする。

$$M_l(\sigma) = \begin{cases} \sigma_1, & \text{if } \sigma = \sigma_1 \\ \alpha, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$M_t(x) = \begin{cases} x_2, & \text{if } x = x_2 \\ x_3, & \text{if } x = x_3 \\ \gamma, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Fig. 3 An automaton

そして $K = \overline{\sigma_1\sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3\sigma_2}$ なる $K \subseteq L(G)$ を考える。 $\Sigma_u = \emptyset$ であるから、明らかに K は $(\Sigma_u, L(G))$ -不変である。しかし、 $\sigma_1\sigma_2, \sigma_1\sigma_3 \in K$, $M_l(\sigma_1\sigma_2) = M_l(\sigma_1\sigma_3)$, $\sigma_1\sigma_2\sigma_3 \in K$ かつ $\sigma_1\sigma_3\sigma_2 \notin K$ であるから、 K は $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御ではない。しかし、 $M_t(\pi(\sigma_1\sigma_2)) = \gamma\gamma x_2$, $M_t(\pi(\sigma_1\sigma_3)) = \gamma\gamma x_3$ より、 $M_t(\pi(\sigma_1\sigma_2)) \neq M_t(\pi(\sigma_1\sigma_3))$ である。そして K は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御であることが容易に示される。よって定理 1 より、 $L(S|G) = K$ なるスーパーバイザ $S: M_l(L(G)) \times M_t(T(G)) \rightarrow \Gamma$ が存在する。

さらに一般に、本節で考察した問題は従来の事象の観測列のみを用いたスーパーバイザ制御問題^{4),5)} には帰着できない。すなわち、 M_l と M_t が与えられたとき、

$$C_{lt}(M_l, M_t, L(G))$$

$$:= \{K \subseteq L(G) \mid \exists S: M_l(L(G)) \times M_t(T(G)) \rightarrow \Gamma; L(S|G) = K\}$$

$$C_l(M_l, L(G))$$

$$:= \{K' \subseteq L(G) \mid \exists S': M_l(L(G)) \rightarrow \Gamma; L(S'|G) = K'\}$$

とおくと、 $C_{lt}(M_l, M_t, L(G)) = C_l(M'_l, L(G))$ となる M'_l は一般に存在しない。

たとえば、Fig. 3 に示したシステムにおいて、上述したように、 $K = \overline{\sigma_1\sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3\sigma_2}$ に対して、 $L(S|G) = K$ なるスーパーバイザ $S: M_l(L(G)) \times M_t(T(G)) \rightarrow \Gamma$ が存在する。一方、 K が $(M'_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御であるためには、 $M'_l(\sigma_2) \neq M'_l(\sigma_3)$ でなければならない。このような M'_l に対して、 $K' = \overline{\sigma_2\sigma_2 + \sigma_3\sigma_3}$ は $(\Sigma_u, L(G))$ -不変かつ $(M'_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御である。一方、 $\sigma_2, \sigma_3 \in K'$, $M_l(\sigma_2) = M_l(\sigma_3)$, $M_t(\pi(\sigma_2)) = M_t(\pi(\sigma_3))$, $\sigma_2\sigma_2 \in K'$ かつ $\sigma_3\sigma_3 \notin K'$ であるから、 K' は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御ではない。すなわち $C_{lt}(M_l, M_t, L(G)) \neq C_l(M'_l, L(G))$ となる。注意すべき点は、 $C_{lt}(M_l, M_t, L(G)) \subseteq C_l(M'_l, L(G))$ となる M'_l は常に存在しているが、等号が成立するような M'_l の存在は保証されないという点である。このことは、本論文で提案した制御系が真に新しい機構であることを示している。

最後に特別な場合としてすべての事象が完全に観測可能である場合を考える。すなわち M_l が

$$M_l(\sigma) = \sigma, \quad \forall \sigma \in \Sigma$$

で与えられる場合を考える。このとき任意の $s, s' \in L(G)$ に対して、 $M_l(s) = M_l(s')$ ならば $s = s'$ である。よって任意の $K \subseteq L(G)$ は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御であることがわかる。よって定理 1 の条件は従来の事象の観測列のみを用いたスーパーバイザの存在条件³⁾ と等価となる。

要約すれば、空でない閉じた $(\Sigma_u, L(G))$ -不変な言語が、 $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御ならば、従来の事象の観測列のみを用いたスーパーバイザが構成できる。そして、 $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御ではないが、 $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御となるならば、従来のスーパーバイザは構成できないが、本論文で提案したスーパーバイザは構成できることになる。ただし、すべての事象が完全に観測可能な場合には、上述のように、本論文で提案したスーパーバイザが構成できる言語のクラスと従来のスーパーバイザが構成できるクラスは等価となる。

4. スーパーバイザが存在する部分言語

定理1において、与えられた言語に対してスーパーバイザが存在するための必要十分条件を示した。しかし、一般にその条件が満たされるとは限らない。このような場合には、与えられた言語に対して、**定理1**の条件を満たすその部分言語を求め、それに対してスーパーバイザを構成することになる。

言語 $K \subseteq L(G)$ に対して、その**定理1**の条件を満たす、すなわち $(\Sigma_u, L(G))$ -不変かつ $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御である閉じた部分言語の集合を $A(K)$ と書く。 $\phi \in A(K)$ より、 $A(K)$ は空ではない。 $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御な言語の集合は一般に和に関して閉じないことがすでに示されている^{4),5)}。よって明らかに、 $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御な言語の集合も一般に和に関して閉じていない。このことより、 $A(K)$ も一般に和に関して閉じておらず、“ $\subseteq$ ”のもとでの $A(K)$ の最大要素は一般に存在しない。参考文献4), 5)では、 $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御性よりも厳しい条件である、 $(M_l, L(G))$ -recognizability の概念が導入され、 $(\Sigma_u, L(G))$ -不変かつ $(M_l, L(G))$ -recognizable な閉じた言語の集合は和に関して閉じることが証明されている。そしてその集合の最大要素に対する、(事象の観測列のみを用いた)スーパーバイザの構成法が与えられている。そこで本節では、 $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable な言語を定義し、 K の $(\Sigma_u, L(G))$ -不変、 $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御かつ $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable である閉じた部分言語の集合の最大要素に対して、事象と状態両方の観測列を用いたスーパーバイザが存在することを示す。

【定義2】 言語 $K \subseteq L(G)$ が以下の条件を満たすとき、 K は $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable であるという。

- 任意の $s, s' \in L(G)$ に対して、

$$M_l(s) = M_l(s') \wedge M_t(\pi(s)) = M_t(\pi(s')) \\ \wedge s \in K \Rightarrow s' \in K$$

である。

状態に関するマスク M_t が定値関数であるならば、 $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizability は $(M_l, L(G))$ -recognizability と等価になる。しかし任意の $(M_l, L(G))$ -recognizable な言語は $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御であるが、一般に $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable な言語は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御とはならない。Fig. 4 に示されるオートマトンを考える。ここで、 $\Sigma = \Sigma_c = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$, $X = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4\}$ である。そしてマスク M_l と M_t は次式で与えられるとする。

$$M_l(\sigma) = \begin{cases} \sigma_3, & \text{if } \sigma = \sigma_3 \\ \alpha, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$M_t(x) = \begin{cases} x, & \text{if } x \in \{x_0, x_3, x_4\} \\ y, & \text{otherwise} \end{cases}$$

そして $K = \overline{\sigma_1\sigma_3 + \sigma_2}$ なる $K \subseteq L(G)$ を考える。このとき K が $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable であることは容易に示される。しかし、 $\sigma_1, \sigma_2 \in K$, $M_l(\sigma_1) = M_l(\sigma_2)$, $M_t(\pi(\sigma_1)) = M_t(\pi(\sigma_2))$, $\sigma_1\sigma_3 \in K$ かつ $\sigma_2\sigma_3 \notin K$ であるから、 K は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御ではない。

Fig. 4 An automaton

【命題1】 以下の条件Cが成り立つとする。このとき、任意の $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable である言語 $K \subseteq L(G)$ は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御である。

条件C 任意の $x, x' \in X$ と任意の $\sigma \in \Sigma$ に対して、

$$M_t(x) = M_t(x') \wedge \delta(\sigma, x) \neq \delta(\sigma, x') \\ \Rightarrow M_t(\delta(\sigma, x)) = M_t(\delta(\sigma, x'))$$

である。

(証明) $M_l(s) = M_l(s')$, $M_t(\pi(s)) = M_t(\pi(s'))$, $s\sigma \in K$ かつ $s'\sigma \in L(G)$ なる $s, s' \in K$ と $\sigma \in \Sigma_c$ を考える。このとき、明らかに $M_l(s\sigma) = M_l(s'\sigma)$ である。また $M_t(\pi(s)) = M_t(\pi(s'))$ より、 $M_t(\delta(s, x_0)) = M_t(\delta(s', x_0))$ となり、条件Cより、 $M_t(\delta(s\sigma, x_0)) = M_t(\delta(s'\sigma, x_0))$ である。さらに $M_t(\pi(s)) = M_t(\pi(s'))$ より、 $M_t(\pi(s\sigma)) = M_t(\pi(s'\sigma))$ を得る。ゆえに、 K の $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizability より、 $s'\sigma \in K$ である。□

命題 1 の条件 C は、ベクトル離散事象システム^{11), 12)}においては常に成り立つ。

定理 1 より, $(\Sigma_u, L(G))$ -不変, $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御かつ $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable である空でない閉じた言語に対して, スーパーバイザが存在する。そこで言語 $K \subseteq L(G)$ に対して, $(\Sigma_u, L(G))$ -不変, $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御かつ $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable である閉じたその部分言語の集合を $B(K)$ と書く。 $\phi \in B(K)$ より, $B(K)$ は空ではない。

【定理 2】 任意の言語 $K \subseteq L(G)$ に対して, 集合 $B(K)$ は集合の和に関して閉じており, その最大要素 $\sup B(K)$ は次式で与えられる。

$$\sup B(K) = \bigcup_{K' \in B(K)} K' \quad (3)$$

(証明) I を任意のインデックス集合とする。各 $i \in I$ に対して, $K_i \in B(K)$ とおく, $\bigcup_{i \in I} K_i$ が $(\Sigma_u, L(G))$ -不変かつ閉じていることは参考文献 3) で証明されている。

まず $\bigcup_{i \in I} K_i$ が $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable となることを示す。 $M_l(s) = M_l(s')$, $M_t(\pi(s)) = M_t(\pi(s'))$ かつ $s \in \bigcup_{i \in I} K_i$ なる $s, s' \in L(G)$ を考える。このとき, $s \in K_j$ なる $j \in I$ が存在する。 K_j は $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable であるから, $s' \in K_j \subseteq \bigcup_{i \in I} K_i$ である。

つぎに, $\bigcup_{i \in I} K_i$ が $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御となることを証明する。 $M_l(t) = M_l(t')$, $M_t(\pi(t)) = M_t(\pi(t'))$, $t\sigma \in \bigcup_{i \in I} K_i$ かつ $t'\sigma \in L(G)$ なる $t, t' \in \bigcup_{i \in I} K_i$ と $\sigma \in \Sigma_c$ を考える。このとき, $t\sigma \in K_k$ なる $k \in I$ が存在する。 K_k は閉じているため, $t \in K_k$ である。そして K_k は $(M_l, M_t, L(G))$ -recognizable であるから, $t' \in K_k$ となる。また K_k は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御でもあるので, $t'\sigma \in K_k \subseteq \bigcup_{i \in I} K_i$ を得る。

ゆえに $B(K)$ は和に関して閉じている。このとき, その最大要素 $\sup B(K)$ が (3) 式で与えられることは自明である。 $\square$

5. 例題

本節では, Fig. 5 に示す三つの機械 M_i ($i = 1, 2, 3$) により, 二種類のパーツ p_j ($j = 1, 2$) を加工する簡単な生産システムを考える。それぞれのパーツに対して, まず M_1 で最初の加工が行われ, M_2 もしくは M_3 によって二番目の加工が行われる。 M_1 は Fig. 6, M_i ($i = 2, 3$) は Fig. 7 に示されるオートマトンで, それぞれモデル化されているとする。それぞれの状態と事象の意味は以下に示す。

x_{i0} : 機械 M_i が休止中 ($i = 1, 2, 3$)

x_{ij} : 機械 M_i がパーツ p_j を加工中 ($i = 1, 2, 3, j = 1, 2$)

α_{1j} : 機械 M_1 がパーツ p_j の加工を開始 ($j = 1, 2$)

α_{ij} : 機械 M_i がパーツ p_j の加工を終了し, M_i が p_j の加工を開始 ($i = 2, 3, j = 1, 2$)

β_i : 機械 M_i がパーツの加工を終了 ($i = 2, 3$)

Fig. 5 A simple manufacturing system

Fig. 6 A state transition diagram of M_1

Fig. 7 A state transition diagram of M_i ($i = 2, 3$)

そして全体システムは, これら三つのオートマトンの synchronous composition⁹⁾ で表現されるとする。このときシステムの状態は, それぞれの機械の状態の 3 項組で表わされる。すなわち状態の集合 X は次式で与えられる。

$$X = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_i \in \{x_{i0}, x_{i1}, x_{i2}\}\}$$

ここで, x_i は機械 M_i の状態を表わすとする。そして $\Sigma_c = \{\alpha_{ij} \mid i = 1, 2, 3, j = 1, 2\}$, すなわち各機械のパーツの加工開始のみが禁止できるとする。

ここでは加工された p_1 と p_2 の個数の差が常に 1 以下となり, しかも機械 M_2 と M_3 が加工したパーツ数の差が常に 1 以下となるような公平な制御を考える。このとき, 制御仕様 $K \subseteq L(G)$ は次式で与えられる。

$$K = \{s \in L(G) \mid \forall t \in \overline{s}; \#(t, \alpha_{11}) - \#(t, \alpha_{12}) \leq 1 \\ \wedge |(\#(t, \alpha_{21}) + \#(t, \alpha_{22})) \\ - (\#(t, \alpha_{31}) + \#(t, \alpha_{32}))| \leq 1\}$$

ここで $\#(s, \sigma)$ は系列 s の中に σ が現れる回数を表わす。 K が $(\Sigma_u, L(G))$ -不変かつ閉じていることは明らかである。

そして事象と状態に関するマスク M_l と M_t はそれぞれ

$$M_l(\sigma) = \begin{cases} \lambda_1, & \text{if } \sigma \in \{\alpha_{21}, \alpha_{31}\} \\ \lambda_2, & \text{if } \sigma \in \{\alpha_{22}, \alpha_{32}\} \\ \mu, & \text{if } \sigma \in \{\beta_2, \beta_3\} \\ \sigma, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$M_t((x_1, x_2, x_3)) = (M_{t1}(x_1), M_{t2}(x_2), M_{t3}(x_3))$$

で与えられるとする。ただし、

$$M_{ti}(x_i) = \begin{cases} W_i, & \text{if } x_i \in \{x_{i1}, x_{i2}\} \\ x_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (i=1, 2, 3)$$

である。ここで、

W_i : 機械 M_i がパーツを加工中 ($i=1, 2, 3$)

λ_j : パーツ p_j の二番目の加工の開始 ($j=1, 2$)

μ : パーツの二番目の加工の終了

である。

このとき、事象列 $s = \alpha_{11}\alpha_{21}\beta_2\alpha_{12}$, $s' = \alpha_{11}\alpha_{31}\beta_3\alpha_{12} \in K$ と $\alpha_{32} \in \Sigma_c$ に対して、 $M_l(s) = M_l(s')$, $s\alpha_{32} \in K$, $s'\alpha_{32} \in L(G)$ かつ $s'\alpha_{32} \notin K$ であるから、 K は $(M_l, \Sigma_c, L(G))$ -可制御ではない。すなわち事象列のみを用いた従来のスーパーバイザは存在しない。しかし K は $(M_l, M_t, \Sigma_c, L(G))$ -可制御であることが容易に確かめられる。よって定理1より、 $L(S|G) = K$ なるスーパーバイザ $S: M_l(L(G)) \times M_t(T(G)) \rightarrow \Gamma$ が存在する。

スーパーバイザによって観測される状態の集合は

$$Y = \{(y_1, y_2, y_3) | y_i \in \{x_{i0}, W_i\} (i=1, 2, 3)\}$$

となり、この Y 上の写像 $V_i (i=1, 2, 3)$ を

$$V_i((y_1, y_2, y_3)) = y_i$$

と定義する。 V_i を次のように Y^* 上の写像に拡張する。

$$V_i(y_{(1)}y_{(2)} \cdots y_{(n)}) = V_i(y_{(1)})V_i(y_{(2)}) \cdots V_i(y_{(n)})$$

つまり状態の観測列 $e \in M_t(T(G))$ に対して、 $V_i(e)$ は機械 i に関する状態の観測列を表わす。また $\#(V_i(e))$ は、 $V_i(e)$ において $x_{i0}W_i$ という列が表われる回数、すなわち機械 i が加工したパーツ数を表わすとする。

ここで $L(S|G) = K$ なるスーパーバイザ $S: M_l(L(G)) \times M_t(T(G)) \rightarrow \Gamma$ は次式で与えられる。

$$S(d, e) = S_1(d) \cap S_2(e)$$

ただし、

$$S_1(d) = \begin{cases} \Sigma - \{\alpha_{11}\}, & \text{if } \#(d, \alpha_{11}) - \#(d, \alpha_{12}) = 1 \\ \Sigma - \{\alpha_{12}\}, & \text{if } \#(d, \alpha_{12}) - \#(d, \alpha_{11}) = 1 \\ \Sigma, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$S_2(e) = \begin{cases} \Sigma - \{\alpha_{21}, \alpha_{22}\}, & \text{if } \#(V_2(e)) - \#(V_3(e)) = 1 \\ \Sigma - \{\alpha_{31}, \alpha_{32}\}, & \text{if } \#(V_3(e)) - \#(V_2(e)) = 1 \\ \Sigma, & \text{otherwise} \end{cases}$$

である。

6. 結 論

本論文では、部分観測のもとで、事象と状態の両方の観測列を利用したスーパーバイザについて考察した。まずスーパーバイザが存在するための必要十分条件を明らかにした。そして従来のスーパーバイザが構成できる言語のクラスよりも広いクラスに対して、本論文で提案したスーパーバイザが構成できることを示した。しかし、一般に与えられた言語に対してスーパーバイザが存在するとは限らない。そこでスーパーバイザが存在するような部分言語を与えた。

また最近、時間付き離散事象システムに対する制御問題が重要になってきている^{14), 15)}。本論文で得られた結果を時間付き離散事象システムに拡張することは今後の検討課題である。

参 考 文 献

- 1) P. J. Ramadge and W. M. Wonham: The Control of Discrete Event Systems; Proc. of IEEE, Vol. 77, No. 1, pp. 81~98 (1989)
- 2) 潮: 離散事象システムにおける制御問題とスーパーバイザ; システム/制御/情報, Vol. 34, No. 9, pp. 531~538 (1990)
- 3) P. J. Ramadge and W. M. Wonham: Supervisory Control of a Class of Discrete-Event Processes; SIAM J. Contr. Optimiz., Vol. 25, No. 1, pp. 206~230 (1987)
- 4) F. Lin and W. M. Wonham: On Observability of Discrete-Event Systems; Information Sciences, Vol. 44, No. 3, pp. 173~198 (1988)
- 5) R. Cieslak, C. Desclaux, A. S. Fawaz and P. Varaiya: Supervisory Control of Discrete-Event Processes with Partial Observations; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 33, No. 3, pp. 249~260 (1988)
- 6) H. Cho and S. I. Marcus: On Supremal Languages of Classes of Sublanguages that Arise in Supervisor Synthesis Problems with Partial Observation; Math. Control, Signals and Systems, Vol. 2, No. 1, pp. 47~69 (1989)
- 7) H. Cho and S. I. Marcus: Supremal and Maximal Sublanguages Arising Supervisor Synthesis Problems with Partial Observations; Math. Systems Theory, Vol. 22, No. 3, pp. 177~211 (1989)

- 8) R. D. Brandt, V. K. Garg, R. Kumar, F. Lin, S. I. Marcus and W. M. Wonham : Formulas for Calculating Supremal Controllable and Normal Sublanguages ; Systems and Control Letters, Vol. 15, No. 8, pp.111~117 (1990)
- 9) R. Kumar, V. K. Garg and S. I. Marcus : On Controllability and Normality of Discrete Event Dynamical Systems ; Systems and Control Letters, Vol. 17, No. 3, pp. 157~168 (1991)
- 10) R. Kumar : Formulas for Observability of Discrete Event Dynamical Systems : Proc. of the 1993 Conf. on Information Sciences and Systems, pp. 581~586 (1993)
- 11) Y. Li and W. M. Wonham : Control of Vector Discrete-Event Systems I—The Base Model ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 38, No. 8, pp.1214~1227 (1993)
- 12) Y. Li and W. M. Wonham : Control of Vector Discrete-Event Systems II—Controller Synthesis ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 39, No. 3, pp. 512~531 (1994)
- 13) J. E. Hopcroft and J. D. Ullman : Introduction to Automata Theory, Language, and Computation, Addison-Wesley (1979)
- 14) B. A. Brandin and W. M. Wonham : Supervisory Control of Timed Discrete-Event Systems ; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 39, No. 2, pp. 329~342 (1994)
- 15) A. Takae, S. Takai, T. Ushio, S. Kumagai and S. Kodama : Maximally Permissive Controllers for Controlled Time Petri Nets ; Proc. of the 33rd IEEE CDC, pp.1058~1059 (1994)