部分的適応度を考慮した遺伝的アルゴリズムによる ニューラルネットワークの一設計法*

福見 稔**・大松 繁***・西川 禎一****

A Method to Design a Neural Network by the Genetic Algorithm with Partial Fitness*

Minoru FUKUMI**, Sigeru OMATU*** and Yoshikazu NISHIKAWA****

In this paper, a method is described which improves a performance in learning by introducing partial fitness (PF) into the genetic algorithm (GA). The method divides a chromosome in the GA into several parts, the PFs of which are evaluated. Each part in chromosomes independently performs a selection and a crossover. Such a technique improves the performance in learning of the GA. This paper applies the method to a rotated coin recognition problem to examine its effectiveness. As a result, it is shown that it is better than the conventional GA on convergence in learning, makes a smaller network in size, and gives better generalization ability.

1. はじめに

人間の脳は長い生物進化の結果、現在のコンピュータとは異なった構造を有するようになった。脳は構成要素（神経細胞）の処理速度の遅さをその並列分散処理の原理を利用することにより補い、コンピュータにも不可能なことを簡単に処理することが可能となっている。たとえば、人間は日常、連想記憶、音声や顔などの認識、状況の把握等を意識することなく行っている^{1)~7)}。このような背景から、脳の情報処理原理や生物の進化の過程を学ぶ立場からの研究として、人工的ニューラルネットワーク（Artificial Neural Network, 以後 NN と略記する）や遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm, 以後 GA と略記する）などの研究が活発に行われ、工学的な応用システムも多く報告されている^{7)~16)}。

GA は生物の進化の過程を工学的に実現するためのモ

デルと考えることも可能である。基本的には最適化問題の近似解を求めるための確率的な最適化手法の一つであり、ランダム探索法¹⁷⁾と類似した部分を有している。また、評価関数の微分可能性や連続性などはほとんど必要でなく、その適用範囲は広い^{9)~11)}。GA の扱える問題にはほとんど制約がないので、近年多数の研究が行われている。一般的には、最適解が分からない問題、解法の確立していない問題、最適解の求め方が非効率的な問題などで有効であることが報告されている。具体的には、巡回セールスマン問題、スケジューリング問題、配送計画・保守計画などの最適化問題、配置問題、通信ネットワークなどである⁹⁾。これら以外にも、制御やパターン認識、クラスタリングなどで使用されている。また、他の手法、たとえば NN やファジィ理論などとのハイブリッド化も行われている^{11), 12)}。さらに、人工生命などでの学習アルゴリズムとしても注目されている¹¹⁾。

著者らはこれまでにコイン認識を行うための回転に不変なシステムについていくつかの方法を提案してきた^{13)~16)}。そして、実機（コイン識別機など）へのハードウェア化を容易にするため、コイン認識用の NN システムの規模を小さくする方法に関しても考察してきた。そのシステムは前処理部でフーリエ変換を行い、その振幅スペクトルを NN により学習・認識するものである。それは GA により利用する振幅スペクトルを取捨選択し、可

* 原稿受付 1995 年 4 月 12 日

** 徳島大学 工学部 Faculty of Engineering, University of Tokushima; 2-1 Minami-josanjima-cho, Tokushima city, Tokushima 770, JAPAN

*** 大阪府立大学 工学部 College of Engineering, University of Osaka Prefecture; 1-1 Gakuen-cho, Sakai city, Osaka 593, JAPAN

**** 京都大学 工学部 Faculty of Engineering, Kyoto University; Yoshidahonmachi, Sakyo ward, Kyoto city, Kyoto 606-01, JAPAN

Key Words: neural network, genetic algorithm, coin recognition, rotational invariance, partial fitness.

能な限り少ない数の振幅スペクトルで 100% の認識率を達成する組み合わせを発見しようとした方法である。このとき、GA の適応度としては染色体における 1 の数の逆数を利用した。つまり、1 の数が少ないほど適応度が高いと考えるものである。このとき問題となった点は、GA の学習がうまく進まずに比較的大きな数の振幅スペクトルが残ってしまうことであった。いわゆる初期収束の状態となってしまうことが問題となった。これを回避するために個体数を増加させることも計算量を考慮すれば実用的とはいえない。

GA を NN の構造設計に利用する場合、通常、染色体の全体を用いて適応度を計算する。そこで、本論文では上記のシステムに対して GA の学習性能を改善するために、染色体の一部を利用して適応度を計算する部分的な適応度の概念を導入する。本論文での適応度は 1 の数を直接利用するものであるから、部分的な適応度の計算は容易に実行可能である。このことにより、染色体において 1 の数の少ない部分を優先的に取り出すことが可能となり、1 の数を減少させることが効率的になると考えられる。さらに、初期収束の発生を抑えるために、個体をモジュール化する。

以下では、2. でコイン認識問題について、3. で GA と BP 法によるハイブリッドアルゴリズムについて、4. でシミュレーション結果について述べる。

2. コイン認識システム

本論文で使用する基本システムを Fig. 1 に示す。このシステムは、まず前処理として硬貨識別機のイメージスキャナで取り込まれた濃淡画像から硬貨の部分だけを取り出す。つぎに、硬貨画像を極座標表現し、硬貨の中心を座標原点とする直交座標での画像に変換する。そして、その画像に対して 2 次元離散フーリエ変換を実行し、その振幅スペクトルをニューラルネットワークへの入力信号とするものである。この振幅スペクトルは硬貨の回転に対して不変であり、BP (Back-Propagation) 法⁷⁾を用いてこの信号を NN に学習させる。

多層ネットワークを縮小化する場合、本システムでは入力信号の数の多さが問題であり、入力信号の数を減少させることが重要であると考えられる。入力信号の数を減少させるために、画像の分割数を 32×32 から 16×16 にすると検証用サンプル (硬貨画像) に対しての認識率は 100% になり難いため、 32×32 点の FFT が必要である。2 次元離散フーリエ変換は、その振幅スペクトルに折り返し (対称性) のあることが知られている²³⁾。したがって、本論文での 32×32 点の離散フーリエ変換の場合には、 $(32/2+1) \times 32 = 544$ の計算により、544 個の振幅スペクトルだけを利用すればよい。ところで、対称性を考慮し

Fig. 1 A rotation invariant pattern recognition system which is trained by the GA to make a smaller one in size

た 544 個の振幅スペクトルのすべてが認識に対して必要であるとは考えられない。それゆえ、認識に必要な信号だけを取り出すことが可能であれば多層ネットワークの規模の縮小化に効果的である。

実際にこの場合に対して、GA による入力信号数の低減化、すなわち、多層ネットワークの入力層と中間層の間の規模の縮小化が試みられている¹⁴⁾。その場合、Fig. 1 に示されているように、GA の各個体における染色体は 0,1 の記号列であり、1 に対応する信号が学習・認識に使用され、0 に対応する信号は使用されない。したがって、染色体の 1 の数が少ないほど適応度が高いと考える。その結果として、演算量の膨大さのため GA での個体数をあまり多くできず初期収束が生じ、1 の数は 40~50 個の個体を生成するのが限度であることが報告されている¹⁴⁾。これは染色体中の 1 の分布を無視していたことも原因と思われる。

通常、信号から特徴ベクトルを検出する際には、主成分分析 (Principal Component Analysis: PCA) がよく利用される¹⁸⁾⁻²⁰⁾。これは信号からその自己相関行列の固有ベクトルを計算することに対応する。大きな固有値に対応する固有ベクトルだけを用いて特徴の数を減少させることを目的とした方法である。また、NN を用いた学習により固有ベクトルを計算する方法が Sanger¹⁸⁾や

Kung¹⁹⁾により提案されている。しかし、原画像に対してPCAを使用して固有ベクトルを計算しても、固有ベクトルを用いて特徴ベクトルを計算する際に、多くの演算が必要となる。PCAによる特徴の生成(計算)の部分をネットワークの一つの層と考えると、全体で3層以上のネットワークとなってしまう。そのため、PCAを用いた場合、演算量を減少させることの目的のためには適合しない。また、元の画像はランダムに回転しているため、PCAを直接適用することは困難である。したがって、本論文では、PCAを使用しない。

3. 部分的適応度を考慮したGA

本論文では、GAの収束性能を改善する目的のために、部分的適応度(Partial Fitness: PF)の概念を導入する。これは染色体の一部分だけで適応度の評価を行い、この部分的な適応度を基にして確率的な交叉を行うものである。

3.1 GAによるNNの設計法

まず、GAを用いたNNの設計法について簡単に述べる。アルゴリズムの流れをFig. 2に示す。図に示されているように、初期化(initialization)として決められた数の個体が生成される。各個体の染色体は0,1の二値記号列となっている。Fig. 1に示されているように、各遺伝子はNNへの入力信号の各成分に割り当てられる。遺伝子の値が1であれば対応する信号がNNの学習に使用され、

0であればNNの学習に使用されない。つまり、遺伝子の値が0になっている場合、対応する入力ユニットから中間層のユニットへの結合が存在しないことになる。本論文で使用しているGAでは、振幅スペクトルの各要素と染色体の各要素(遺伝子)は1対1に対応している。また、GA学習では、染色体の遺伝子の順番に影響を与える操作は行われないので、学習終了後でもこの対応関係は変化していない。中間層と出力層の間の結合に関しては、GAの学習が終了してから構造学習法²¹⁾により考慮する。

各個体ごとにNNの学習を行い、学習後、学習に使用されなかったサンプルに対する認識率を計算する。この際、認識率が100%にならなかった個体はこの時点で淘汰される。認識率が100%の個体だけを用いて、選択(selection)、交叉(crossover)、突然変異(mutation)を実行する。ただし、交叉により新たに生成された個体(offspring)については、それらを用いてNNの学習を新たに行い、100%の認識率を達成するかどうかチェックされる。そして、交叉を行う前の親と交叉後に生成された子供において、100%の認識率を達成する個体だけが次の世代の個体として選択される。100%の認識率を達成する個体が決められた数より多い場合には、適応度の高いほうから決められた個体だけが残される。反対に少ない場合には、新たな個体がランダムに生成されて次の世代に加えられる。次の世代の個体としてNNの学習を行う前に突然変異を実行する。この場合の突然変異は、遺伝子の値を確率的に1を0に、または0を1に変更することである。

3.2 部分的適応度の導入

Fig. 3に部分的適応度(PF)の概念を示している。Fig. 3は染色体の長さが20となっていて、それを4分割している。各部分の長さは5となっている。これらの各部分ごとに適応度を計算する。図で、PF₁, PF₂, PF₃, PF₄が各部分の適応度を示している。通常のGAでの交叉は各個体の染色体全体での適応度を評価値として用いて染色体(0,1の記号列)間の交叉を行う。一方、本論文では分割された各部分(0,1の記号列)ごとの適応度を評価値として用い、その値の高い部分を確率的に選択し、その部分の交叉を行う。これらの部分的適応度はお互いに独立

Fig. 2 Algorithm to train the NN by the GA

Fig. 3 Partial fitness
A chromosome is divided into four, each of which independently evaluates its partial fitness.

に計算され、相互に影響を与えないものとする。

交叉の仕方が Fig. 4 に示されている。図で長方形が各個体の染色体を表している。図に示されているように、交叉の際の適応度は染色体の一部分での部分的適応度が用いられる。すべての染色体の同じ部分の適応度が比較され、適応度の高い部分を有する個体（親）が二つ、確率的に選択される。選択された二つの個体で交叉を行うのであるが、この交叉はその部分だけで行われ、他のすべての部分では交叉は行われない。したがって、Fig. 4 に示されているように、この一度の交叉により、子供 (offspring) となる二つの個体のその部分だけが決定されたことになり、他の部分はまだ未定である。子供となる個体の染色体の他の部分も決定するためには、それぞれの部分ごとの適応度に基づいた選択・交叉を部分ごとに行わなければならない。

Fig. 4 Selection and crossover by using the partial fitness to make two children

たとえば、Fig. 3 に示される染色体では、まず部分的適応度 PF_1 を有する部分だけを用いて選択、交叉が行われる。ただし、この選択、交叉で決定されるのは PF_1 に対応する部分だけであり、他の部分に対しては何も行われない。他の部分を決定するためには、 $PF_2 \sim PF_4$ に対応する部分ごとにそれぞれ選択、交叉が必要である。したがって、この場合には4回の選択、交叉が必要である。染色体が n 個に分割されていれば、二つの個体を生成するために n 回の選択、交叉が必要である。

以上のような選択、交叉の方法を用いることにより、染色体中の部分的適応度の高い部分（1の数の少ない部分）を優先的に次世代に残すことが可能になると考えられる。

3.3 モジュール化

つぎに、個体のモジュール化について述べる。GAの学習の過程で初期収束が生じて学習が進まないことはしばしば報告されている¹¹⁾。この現象の原因の一つは適応度の高い個体の情報が急速に全体へと伝わり、同じような個体が増加することであると考えられる。そこで本論文では、初期収束を少しでも回避するために、モジュール構造を導入する。すなわち、Fig. 5 に示されているように、個体の集合をいくつかのモジュール（部分集合）に分割し、それらのモジュール内でそれぞれ独立にGA学習を行う。そして、GA学習の途中でそれらのモジュール間での情報交換を行うことにより、収束性能の改善を行う。この情報交換に関しては、それぞれのモジュールで最も適応度の高い個体どうしの交叉により実現する。このモジュール間の交叉により生成された二つの個体が、それぞれのモジュールに戻される。Fig. 5 では、モジュール1から第 i 番目の個体、モジュール2からは第 j 番目の個体を選択され、両者に対して一様交叉が行われる。生成された二つの個体が、それぞれ $N+1$ 番目の個体として各モジュールに戻される。

Fig. 5 Module structure

Fig. 5 では、モジュールの数は2であるが、モジュールの数に関する制約はない。モジュールの数が多い場合にも確率的にモジュールを選択することにより、情報交換は簡単に行うことが可能である。しかし、本論文ではシミュレーションの簡単さのために、使用したモジュールは二つである。

4. 計算機シミュレーション

本論文で提案した方法の有効性を検証するために、硬貨認識システムに対する計算機シミュレーションを行った。使用するNNはFig. 1に示されているシステムである。システムへの入力信号数は544であり、各個体の染色体の長さも544である。染色体の各遺伝子の値（1または0）は乱数により確率的に決定される。まず個体ごとに $[0,1]$ の範囲の一様乱数を1個発生し、それを0周波数成分の1の確率として割り当てる。他の周波数成分の1の確率は、0周波数成分の確率にその空間周波数の平方根の逆数をかけた値とする。これはスペクトルの空間周波数の性質と試行錯誤的な検討の結果として設定された¹⁴⁾。こ

の結果として、0, 1 の 2 値記号列が得られ、それが個体の染色体となる。この記号列は各スペクトルを NN の学習・認識に使用するか否かを指定するだけであり、スペクトルに直接影響するものではない。

GA 学習の途中で次の世代の個体を設定するときに、個体数が決められた数より少ないときには、同じ方法で新たな個体が生成される。

NN の中間層のユニット数は 10 個としている。出力ユニット数は、使用した 500 円硬貨と 500 ウォン硬貨のそれぞれで裏と表の識別も行うものとして、合計 4 個である。また、NN の学習に使用したサンプル数はそれぞれ 10 個であり、合計 40 枚分の振幅スペクトルを使用する。認識率の計算は、学習に使用されなかった各クラス 40 個、合計 160 個分のデータを用いて行われる。

GA の個体数は 20 個とした。GA の学習性能改善のためには、もっと多くの個体を使用することが望ましいが、計算機パワーの制約のため本論文では 20 個とした。各学習サイクルでの選択、交叉によって個体数は増加する。この際、認識率 100% を達成する個体数が決められた数 (20 個) よりも多い場合には、適応度の高い方からその数の個体を残し、残りは淘汰する。使用したモジュール数は 1 個と 2 個であるが、2 個のときはそれぞれのモジュールの個体数を 10 個とした (Fig. 5 の $N=10$)。本論文では染色体中の 1 の数が少ないほど適応度が高いと考えるが、適応度に差をつけるため 1 の数の 2 乗の逆数を適応度とする適応度比例戦略¹¹⁾を使用している。モジュール間の交叉は GA 学習サイクルの 5 回目以後に毎回一度だけ行うことにする。

さらに、個体の多様性を維持するために、GA 学習の各サイクルにおいて、適応度の最も低い個体を淘汰し新たな個体を 1 個追加している。この新たな個体の追加がない場合、収束性能が低下する。その反面、新たな個体は先に述べた方法で確率的に生成されているため、交叉の仕方によっては 1 の最小数が大きく増加する可能性がある。

交叉は一様交叉を用いた。交叉のときのマスクは各学習サイクルごとに 2 値乱数により決定する。他の交叉方法も実験したが、良い結果は得られなかった。また、エリート保存戦略を採用すると初期収束を助長することになったので、使用しないことにした。

突然変異の確率は初期値を $\text{Init} = 0.04$ 程度とし、

$$\text{Mutation}(t) = \frac{\text{Init} \times (MU - t)}{MU}, \quad t = 1 \sim 100$$

とした場合が最も良い結果となった。ただし、 t は学習回数を示しており、 $MU = 110$ としている。また、収束を改善するために、すべての方法に対して、1 と 0 の反転確率

$P(\cdot)$ を

$$P(1 \rightarrow 0) \equiv 1.5 \times P(0 \rightarrow 1)$$

とした。今の場合、 $P(1 \rightarrow 0) = \text{Mutation}(t)$ である。

Fig. 6 が GA 学習の収束の様子を示している。図で normal と示されているのが、染色体の全体で適応度を計算した場合である。図から 1 の最小数が 60 程度であることがわかる。この場合、さらに学習を続けても結果は改善されなかった。module=1 と module=2 と示されているのが本論文で提案された部分的適応度を用いた方法による結果である。module=1, 2 がそれぞれ使用したモジュールの数を示している。個体の数はどの方法も 20 個である。

Fig. 6 Simulation results of the GA training for coin recognition system

すべての方法で各学習サイクルごとに、適応度の最も低い個体が淘汰されて新たに生成された個体が 1 個追加されている。部分的適応度を計算するために染色体を分割するのであるが、20~30 個程度ずつの遺伝子をひとまとめにするように分割するのが適当であった。これらより多くても少なくても、その収束性能は低下した。Fig. 6 の結果は、遺伝子を 31 個ずつまとめた場合であり、その場合の染色体の分割数は

$$\left\lceil \frac{544}{31} + 1 \right\rceil_G = 18$$

である。分割数を変えた場合の GA 学習の結果 (1 の数の最小数) を Fig. 7 に示している。分割数が多くなるほど計算時間は長くなるため、適当な分割数は 20 前後と考えられる。

モジュール数が 2 個の場合には染色体中の 1 の最小数は 5 個となるまで収束させることが可能であった。初期値を変えて多数のシミュレーションを行ったが、1 の数の

Fig. 7 Relationship between the minimum number of 1's by the GA training and the number of divisions in chromosome

最小数は5が限度であり、またその収束性は安定しており、ほとんどの初期値から10個以下とすることが可能であった。モジュール数が1個の場合には収束状況の初期値依存性が強く、初期値の違いによっては染色体の1の数が30個程度が限度であった。

参考のため、GAによる100回の学習サイクルの計算時間は、Sparc Station 2で約500時間程度、CONVEX C3440で約100時間程度(1 CPUだけ使用)であった。

GAによる学習後、NNの規模をさらに小さくするために、構造学習法(BP With Forgetting: BPWF)²¹⁾を使用した。この学習法は次式のように評価関数として、通常のBP学習での出力誤差 J のほかに、結合重みの絶対値和の項を追加するものである。

$$J_f = J + \varepsilon' \sum_{i,j} |w_{ij}|$$

$$= \sum_i (o_i - d_i)^2 + \varepsilon' \sum_{i,j} |w_{ij}| \quad (1)$$

ただし、 o_i は第 i ユニットの出力値、 d_i はそのユニットの教師信号である。このとき、各時刻での重みの修正量 $\Delta w'_{ij}$ は、

$$\Delta w'_{ij} = -\eta \frac{\partial J_f}{\partial w_{ij}} = \Delta w_{ij} - \varepsilon \operatorname{sgn}(w_{ij}) \quad (2)$$

である。ただし、 Δw_{ij} はBP学習による修正量であり、 ε は繰り返しごとの忘却量である。上式は、重みが繰り返しごとに一定値 ε だけ減少することを意味している。この方法以外にもいくつかの構造最適化アルゴリズムが提案されているが、この方法が最も簡単である。本シミュレーションではBPWF法の学習におけるステップサイズ

は0.003、 ε は0.000025とした。

GAの学習後に残された5個の振幅スペクトルを用いて構造学習法を行った場合と構造学習法だけの場合の結果をTable 1とFig. 8に示す。Table 1は構造学習の終了後、NNの重みの絶対値の小さい結合から重みを0にしていた場合の0以外の重みの数を示している。“GA+BPWF”が本論文で提案された方法による結果であり、“BPWF”が構造学習法だけを用了場合の結果である。構造学習後の中間層のユニット数はどちらも平均9個程度であった。GA学習後に構造学習を行っても、振幅スペクトルの数(入力ユニット数)を5個未満に減少させることはできなかった。これはGA学習が良好な結果を与えたことを示している。また、NNの重みの数は25%減少しただけである。したがって、この場合、GA学習後の構造学習は必ずしも必要ではない。

Fig. 8 Relationship between a misclassification rate and an absolute value of weights eliminated after BPWF

Fig. 8は同様に構造学習後に小さな重みを0にした場合の誤識別の平均確率(信頼性規範)²²⁾を示している。図の縦軸は次式で計算されるPE(ERの常用対数)の平均値である。

$$PE = -\log_{10}(ER)$$

$$ER \equiv \int_{\theta}^{\infty} \frac{1}{\sigma_m \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \bar{x}_m)^2}{2\sigma_m^2}\right) dx$$

ただし、 x は正しいクラスの出力値、 σ_m と $\bar{x}_m$ は正しいクラスの出力分布の標準偏差と平均値である。ここでは、正しいクラスと他のクラスの分布はそれぞれ正規分布と仮定しており、その確率密度関数の交点が θ である。この値が小さいほど出力値の信頼性が高いと推定できる²²⁾。

Fig. 8から544個の振幅スペクトルをすべて用いて構造

Table 1 Network size after weight elimination

“*” means that NN could not perform a 100 % recognition accuracy.

Absolute value of weights eliminated	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
The number of weights used for NN							
GA+BPWF	100	93	89	84	82	78	75
BPWF	5490	2933	1467	818	544	375	*

学習した場合には、ネットワークの規模が小さくなるにつれて、誤識別の確率も高くなっているのがわかる。

Table 1 と Fig. 7 から、544 個の振幅スペクトルをすべて用いて構造学習した場合より、5 個の振幅スペクトルだけを用いて構造学習した場合のほうが、NN の規模が小さく誤識別確率も小さいことがわかる。

5. おわりに

本論文では、GA に対して部分的適応度の概念を導入することにより、その学習性能を改善する手法について述べた。本論文で考察された方法を硬貨識別システムの規模の縮小化問題に対して適用した結果、従来の GA より優れた結果を得ることが可能であった。ただ、GA においてはいくつかのパラメータを試行錯誤的に決定する必要があり、これが学習性能に大きく影響する。本論文でも突然変異の確率や染色体の分割数などを試行錯誤的に決定しており、これらの自動的な決定法などは今後検討されなければならない。また、本論文の手法を他の工学的問題にも適用し、その有効性を検証することも重要である。

参考文献

- 1) 矢沢ほか：最新脳科学，学習研究社 (1988)
- 2) 矢沢ほか：最新脳機械論，学習研究社 (1992)
- 3) 特集：新たな展開を迎えるニューラルネットワーク；日経インテリジェントシステム，別冊 1992 夏号，日経 BP 社 (1992)
- 4) 麻生：ニューラルネットワーク情報処理，産業図書 (1988)
- 5) 中野ほか：ニューロコンピュータの基礎，コロナ社 (1990)
- 6) 合原ほか：ニューロ・ファジィ・カオス，オーム社 (1993)
- 7) D. E. Rumelhart et al.: *Parallel Distributed Processing*, Vol. 1, 2, The MIT Press (1986)
- 8) K. Fukushima, S. Miyake and T. Ito: Neocognitron: A neural network model for a mechanism of visual pattern recognition; *IEEE Trans. on Syst., Man, Cybern.*, Vol. SMC-13, pp. 826-834 (1983)
- 9) 特集：遺伝的アルゴリズム；計測と制御，Vol. 32, No. 1 (1993)
- 10) D. Goldberg: *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley (1989)
- 11) 北野ほか：遺伝的アルゴリズム，産業図書 (1993)
- 12) D. Whitley et al.: Genetic reinforcement learning with multilayer neural networks; *Proc. of Forth Int. Conf. Genetic Algorithm*, pp. 562-569 (1991)
- 13) 福見，大松，竹田，小坂：パターン回転に不変な認識を行うエッジ検出機構を有するニューラルネットワーク；電学論，Vol. 112-C, No. 8, pp. 457-464 (1992)
- 14) 福見，大松：遺伝的アルゴリズムによる硬貨認識用ニューラルネットワークの設計；電学論，Vol. 113-D, No. 12, pp. 1403-1409 (1993)
- 15) 福見，大松，竹田，小坂：回転に不変なニューラルパターン認識システムとそのコイン認識への応用；計測と制御，Vol. 33, No. 2, pp. 151-165 (1994)
- 16) M. Fukumi, S. Omatu and Y. Nishikawa: Rotation invariant neural pattern recognition system which can estimate a rotation angle; *Proc. of Int. Conf. on Neural Networks*, Vol. 7, pp. 4390-4395, Orlando (1994)
- 17) F. J. Solis et al.: Minimization by random search techniques; *Mathematics of Operations Research*, Vol. 6, pp. 19-30 (1981)
- 18) T. D. Sanger: An optimality principle for unsupervised learning; *Advances of Neural Information Processing Systems*, pp. 11-19 (1989)
- 19) S. Y. Kung: *Digital Neural Networks*, Prentice Hall (1993)
- 20) 柳井，竹内：射影行列・一般逆行列・特異値分解，東京大学出版会 (1983)
- 21) 石川：忘却を用いたコネクショニストモデルの構造学習アルゴリズム；人工知能学会誌，Vol. 5, No. 5, pp. 595-603 (1990)
- 22) 竹田，大松，井上，尾波：フーリエ変換を前処理とするニューラルネットワークによる紙幣識別；システム制御情報学会論文誌，Vol. 5, No. 7, pp. 265-273 (1992)
- 23) 勘解由，大西，杉江：ニューラルネットによる回転と大きさに対して不変な手書き数字認識；信学論，Vol. J75-DII, No. 11, pp. 1900-1908 (1992)