サンプル値系の予見入力付きデッドビート制御 —1 入力・1 出力系の場合*

瓜倉 茂**

Deadbeat Control for Sampled-Data Systems with Preview Input —Single Input and Single Output Case*

Shigeru URIKURA**

1. まえがき

制御システムの運転計画があらかじめわかっているならば、目標値の変化を前もって知ることができ、この未来情報も利用しながら制御入力を作ることが可能である。このような目標値の未来情報を有効に利用する制御方式の一つに予見制御がある¹⁾。予見制御では、従来の目標値が変化してから入力を作り始める方式と違い、目標値の変化に先立って入力が作られ、その結果、より滑らかな応答が得られやすい利点がある。

他方、デッドビート制御方式は有限時間内に出力を目標値に一致させることができる特徴がある²⁾。しかしこの制御は、制御対象によっては過渡応答の変化が激しくなる場合があり、改善策として前置補償器を設置する方法が筆者ら³⁾によって報告されている。これは整定までの制御期間を前置補償器で延ばすことにより、過大な入力が加わることを防ぎ、出力の過激な応答の緩和を図っている。

本速報では、目標値の未来情報が利用できる場合を想定して、参考文献3)で提案されたデッドビート制御システムに対し、さらに予見制御を加えることで応答の改善が出来ることを示す。

2. 前置補償器を設置したデッドビート制御

本速報で考察するデッドビート制御システムを Fig. 1 に示す。制御対象は1入力・1出力とし、その伝達関数を $G_P(z)$ とする。前置補償器および積分器の各々の伝達関数を $G_C(z)$, $G_I(z)$ とする。図中、 u は制御対象の入力、 y は出力、 x は状態ベクトルである。 r は目標値であり、単

Fig. 1 Deadbeat control system with preview input

位ステップ関数とする。 e_y は出力偏差、 w は前置補償器への入力、 r^* は予見入力である。

制御対象からの状態フィードバックが可能であると、フィードバック行列を F とする。

各々の伝達関数は次式とする。

$$G_P(z) = \frac{n_P(z)}{d_P(z)} = \frac{b_{n_1} z^{n_1-1} + \dots + b_2 z + b_1}{z^{n_1} + a_{n_1} z^{n_1-1} + \dots + a_2 z + a_1} \quad (1)$$

$$G_C(z) = \frac{n_C(z)}{d_P(z)} = \frac{d_{n_2+1} z^{n_2} + d_{n_2} z^{n_2-1} + \dots + d_2 z + d_1}{z^{n_2} + c_{n_2} z^{n_2-1} + \dots + c_2 z + c_1} \quad (2)$$

$$G_I(z) = \frac{z}{z-1} \quad (3)$$

予見入力加わらないとして、Fig. 1 のシステムは、 $G_C(z)$, F によりデッドビート特性を持ち、かつ入力偏差および出力偏差の二乗和が最小となるように設計することができる³⁾。このとき、システムの応答は $n = n_1 + n_2$ とすれば、目標値が変化してから n ステップで出力が目標値と一致する。

3. 予見制御付きデッドビート制御システムの設計

目標値の未来情報が利用できる場合、これらの情報によって作られる予見入力 r^* を付加したデッドビート制御システムを考える。

* 原稿受付 1995 年 11 月 6 日

** 水産大学校 教養学科 Division of General Education, National Fisheries University; 2-7-1 Nagatahonmachi, Shimonoeki city, Yamaguchi 759-65, JAPAN

Key Words: deadbeat control, preview control, sampled-data system, optimal control, preview feedforward compensation.

現在時刻 k から M_R ステップ先 (M_R を予見ステップと呼ぶ) までの目標値が既知であるとすれば, これらの未来情報を使って予見入力 r^* を次のように定義できる.

$$r^*(k) = g_1 r(k+1) + g_2 r(k+2) + \dots + g_{M_R} r(k+M_R) \quad (4a)$$

あるいは

$$r^*(z) = (g_1 z + g_2 z^2 + \dots + g_{M_R} z^{M_R}) r(z) = G_r(z) r(z) \quad (4b)$$

である. ここで係数 g_i , $i=1, \dots, M_R$ は未来情報に関わる寄与分であり, 3. 以下ではこれらの係数を最適に決定することを述べる.

目標値 r は便宜上, 初期時刻 $k = M_R$ で変化する, つまり

$$r(z) = z^{-M_R} \frac{z}{z-1} \quad (5)$$

で表されるとしておく.

3.1 出力偏差

出力偏差 $e_y(z)$ の式は, 次のように導かれる.

$$e_y(z) = r(z) - y(z) = \left(1 - \frac{n_P(z)n_C(z)}{z^n}\right) r(z) - \frac{(z-1)n_P(z)n_C(z)}{z^{n+1}} r^*(z) \quad (6)$$

(4), (6) 式より, 予見入力に加わっても, Fig. 1 の制御システムはデッドビート応答を示し, $k = n + M_R$ 時点で出力偏差が零となることがわかる. (6) 式右辺第2項は予見入力による影響を示し, 出力の過渡応答が係数 g_i の選び方で調節できることがわかる.

(6) 式を z^{-1} のべき級数に展開して次式とする.

$$e_y(z) = \delta_1 z^{-1} + \dots + \delta_{n+M_R-1} z^{-n-M_R+1} \quad (7)$$

ここで, 各 δ_i については (8) 式を参照のこと. δ_i を要素とする $n + M_R - 1$ 次元ベクトル Δ , つまり $\Delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n+M_R-1}]^T$ を定義する. ここで記号 T は転置を示す. Δ は次のように表せる.

$$\Delta = H_C - Q_C G \quad (8)$$

ここで H_C , Q_C , G は, たとえば $M_R = 3$ とすれば,

$$H_C = [0, 0, 1 - \beta_n, \dots, 1 - \beta_n - \dots - \beta_2]^T$$

$$Q_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \beta_n & \dots & \beta_3 & \beta_2 & \beta_1 \\ 0 & \beta_n & \beta_{n-1} & \dots & \beta_2 & \beta_1 & 0 \\ \beta_n & \beta_{n-1} & \beta_{n-2} & \dots & \beta_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

$$G = [g_1, g_2, g_3]^T$$

となる. また, β_i は次のように定義されている.

$$n_P(z)n_C(z) = \beta_n z^{n-1} + \dots + \beta_2 z + \beta_1 \quad (10)$$

3.2 入力偏差

同様に, 入力偏差 $e_u(z)$ を表す式を導くと以下のようになる.

$$e_u(z) = \left(u_s \frac{z}{z-1} - \frac{d_P(z)n_C(z)}{z^n} r(z) \right) - \frac{(z-1)d_P(z)n_C(z)}{z^{n+1}} r^*(z) \quad (11)$$

(11) 式右辺第2項は予見入力に関する項であり, 出力偏差と同様に入力偏差も係数 g_i の選び方で調節できる. u_s は入力の定常値であり, $d_P(1)n_C(1)$ で与えられる.

上式を z^{-1} のべき級数に展開して次式とする.

$$e_u(z) = \lambda_0 + \lambda_1 z^{-1} + \dots + \lambda_{n+M_R-1} z^{-n-M_R+1} \quad (12)$$

ここで, 各 λ_i については (13) 式を参照のこと. λ_i を要素とする $n + M_R$ 次元ベクトル Λ , つまり $\Lambda = [\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{n+M_R-1}]^T$ を定義する. Λ は次のように表せる.

$$\Lambda = H_I + Q_I G \quad (13)$$

ここで H_I , Q_I は, たとえば $M_R = 3$ とすれば,

$$H_I = [u_s, u_s, u_s, u_s - \gamma_{n+1}, \dots, u_s - \gamma_{n+1} - \dots - \gamma_2]^T,$$

$$Q_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \gamma_{n+1} & \dots & \gamma_3 & \gamma_2 & \gamma_1 \\ 0 & \gamma_{n+1} & \gamma_n & \dots & \gamma_2 & \gamma_1 & 0 \\ \gamma_{n+1} & \gamma_n & \gamma_{n-1} & \dots & \gamma_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

と書ける. また, γ_i は次のように定義されている.

$$d_P(z)n_C(z) = \gamma_{n+1} z^n + \dots + \gamma_2 z + \gamma_1 \quad (15)$$

3.3 係数 g_i の最適決定

(6), (11) 式より出力偏差および入力偏差は, 予見入力の係数 g_i の選び方で調節できることがわかった. そこで, g_i として偏差の二乗和が最小となるような最適な決め方を述べる.

出力偏差および入力偏差の二乗和を I_P とおく.

$$I_P = \Delta^T \Delta + \Lambda^T \Lambda \quad (16)$$

ここで, $\partial I_P / \partial G = [\partial I_P / \partial g_1, \dots, \partial I_P / \partial g_{M_R}]^T$ とすれば, 次式を得る.

$$\frac{\partial I_P}{\partial G} = 2(Q_C^T Q_C G - Q_C^T H_C + Q_I^T Q_I G - Q_I^T H_I)^{-1} \quad (17)$$

$\partial I_P / \partial G = 0$ となる最適な G は

$$G = 2(Q_C^T Q_C + Q_I^T Q_I)^{-1} (Q_C^T H_C + Q_I^T H_I) \quad (18)$$

として求められる。

4. 数値例

デッドビート制御システムに予見入力を付加したシステムの数値例を示す。次のような連続時間システム

$$G_P(s) = \frac{s^2 - 1.5s - 1}{s^3 + 2s^2 - s - 2} \quad (19)$$

に対してサンプリング周期 1.0 秒でサンプリングした離散時間システムの制御対象 $G_P(z)$ を考える。

$$G_P(z) = \frac{-0.039z^2 - 1.10z + 0.669}{z^3 - 3.22z^2 + 1.42z - 0.135} \quad (20)$$

前置補償器として次数 $n_2=2$, 4 の二通りの場合についてデッドビート制御システムを構成し、それぞれ予見制御なしの場合 ($M_R=0$), 予見制御を加えた場合 ($M_R=2, 3, 5, 7$) についてデッドビート制御システムの応答を Fig. 2 に示す。予見ステップ M_R の選び方によって応答は変わるが、近未来の予見である $M_R=2, 3$ については出力は目標値の変化に近い応答を示し、有効に未来情報が利用されているといえる。しかし、 $M_R=5, 7$ については出力応答は目標値の変化とかけ離れてきており、予見ステップ数が増えた場合のデッドビート制御ではさらに別の設計方針が必要となる。

5. あとがき

目標値の変化が前もってわかっている場合を想定して、予見入力を付加したデッドビート制御システムについて考察を行った。ここでは、何らかの方法で設計されたデッドビート制御システムに対し、予見入力を付加する方法を述べ、数値例によって予見制御の効果を調べた。近未来の目標値情報はデッドビート制御システムに有効であることが示された。

(a) Output response

(b) Input response

Fig. 2 Responses of deadbeat control system with preview input

参考文献

- 1) 土谷, 江上: デジタル予見制御, 産業図書 (1992)
- 2) 今井: デッドビート制御; 計測と制御, Vol. 22, No. 7, pp. 606-613 (1983)
- 3) 瓜倉, 長田: 過渡応答を考慮した離散時間システムに対するデッドビート制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 23, No. 4, pp. 35-39 (1987)