宇宙ロボットのアーム運動による本体姿勢の フィードバック制御*

山田 克彦**

Feedback Control of Space Robot Attitude by Cyclic Motion of Arm*

Katsuhiko YAMADA**

In this paper, a method to control attitude of a space robot by its arm motion is considered. The proposed method is to generate large attitude change by the cyclic motion of the arm. Usually, only path planning of the arm has been treated for this kind of control. The method to modify the arm path by feedback of the attitude error is proposed in the paper. Numerical simulations have been executed to verify the validity of the feedback law. The results show that the method is effective to reduce the attitude error even when the discrepancy of the mass property exists between the space robot model for the path planning and that for the simulations.

1. まえがき

近年宇宙空間での作業を行う宇宙ロボットの研究がさかに行われている¹⁾⁻¹³⁾。自由飛行型の宇宙ロボットが地上用のロボットと異なるのは、マニピュレータアームを動かすことによって衛星本体も動くという点である。本論は、このような宇宙ロボットのアームの動きによる衛星本体の姿勢制御の可能性について考察したものである。

この種の姿勢制御にはいくつかの方法が提案されている⁴⁾⁻¹³⁾。とくにアームの回転運動を繰り返すことで本体の姿勢を徐々に変動させる方法が比較的大きな姿勢変動を起こしうる方法として注目されている⁸⁾⁻¹²⁾。本論でもアームの回転運動を繰り返すことによる本体の姿勢制御法について考察する。これまでに提案されたこの種の方法はアームの軌道計画に関するものであり、この軌道をアームが実際に運動する際に生じる姿勢誤差を収束させる方法については述べられていない。本論で提案する方法は、アームの運動軌道の近似解を求め、その解に修正を加えるという点で参考文献 10), 11) で述べられている方法と共通しているが、これらの方法においても解の修

正は軌道計画の段階で行われるもので、修正に比較的多くの計算量を必要とするし、軌道計画に用いる宇宙ロボットのモデルに誤差の含まれる場合にはその分の本体姿勢誤差を生じてしまう。本論ではアームを複数回回転させることで、各回での実際の姿勢とその目標値との誤差をフィードバックしてアームの運動軌道に修正を加え、上記のような問題点を解消して最終的に望ましい姿勢を得る方法について提案する。

宇宙ロボットのアーム運動による姿勢のフィードバック制御については、三平らによって平面運動を行うロボットに対して時間軸変換を用いた手法が提案されている¹³⁾。本論で述べる方法は、あらかじめアームの運動軌道を求め、その軌道に対するフィードバック制御を行う点で三平らの手法とは異なるものであり、3次元運動を行う任意の宇宙ロボットに適用することができる。

なお、以下に本論で用いるおもな記号の説明を付す。

- n : アームの自由度
- N : アームの回転回数
- ϵ : 衛星本体に固定した座標系(衛星系)の慣性系に対する姿勢を表す Euler パラメータ
- ϵ_k : 第 k 回目のアームの回転が終了した時点の ϵ の値
- $\hat{\epsilon}_k$: ϵ_k の目標値

* 原稿受付 1995 年 8 月 24 日

** 三菱電機(株) 先端技術総合研究所 Advanced Technology R&D Center, Mitsubishi Electric Corporation; 8-1-1 Tsukaguchihonmachi, Amagasaki city, Hyogo 661, JAPAN

Key Words: space robot, attitude control, arm motion, feedback control, nonholonomic system.

$\tilde{\epsilon}_k$: $\hat{\epsilon}_k$ と ϵ_k の誤差を表す Euler パラメータ
($\tilde{\epsilon}_k = \epsilon_k^+ \hat{\epsilon}_k$)

ϵ_0 : ϵ の初期値

U_k : 第 k 回目のアームの回転を行ったときの衛星系から慣性系への座標変換マトリクス

$V(\epsilon)$: Euler パラメータ ϵ のベクトル部

$S(\epsilon)$: Euler パラメータ ϵ のスカラー部

$E(w)$: 微小ベクトル w をベクトル部とする Euler パラメータ

ω : 衛星系の慣性系に対する角速度

θ_i : 関節 i の相対回転角

I_m : $m \times m$ 単位マトリクス

本論ではとくに断らない限りベクトルは慣性系において表現するものとする。またベクトルや Euler パラメータの上に $\cdot$ をつける場合は各成分ごとに時間微分をとることを意味する。

2. アームの運動計画

2.1 アームの 1 回転にともなう本体の姿勢変動

宇宙ロボットが 1 本の回転関節からなるアームを有する場合を対象に、各関節に衛星本体側から順に $1, \dots, n$ と番号をつける。アームの運動中、宇宙ロボットには外力が作用せず、全体の角運動量は零に保たれるものとする。ここではアームを複数回転させて衛星本体に比較的大きな姿勢変動を生じさせるような場合を考える。まずアームが微小に 1 回転する場合を対象に Euler パラメータ ϵ の変化を求める⁶⁾。衛星本体の姿勢 ϵ と衛星本体の角速度 ω との間にはつぎの関係がある。

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{2} \Lambda(\omega) \epsilon \quad (1)$$

ここで $\Lambda(\bullet)$ は付録の (57) 式に示すように任意のベクトル v から構成される 4×4 マトリクスである。一方、宇宙ロボット全体の角運動量が零に保たれることから、衛星本体の角速度 ω はアームの関節角速度 $\dot{\theta}_i$ を用いてつぎのように表すことができる。

$$\omega = - \sum_{i=1}^n x_i \dot{\theta}_i \quad (2)$$

さて、これらの関係からアームの微小 1 回転にともなう衛星本体の姿勢変動を求める。数学的取り扱いを容易にするために微分形式を導入する。つぎの 1 次微分形式 α を考える。

$$\alpha = d\epsilon - \Omega \wedge \epsilon \quad (3)$$

ただし Ω はつぎの 1 次微分形式である。

$$\Omega = \frac{1}{2} \Lambda(\sigma), \quad \sigma = - \sum_{i=1}^n x_i d\theta_i \quad (4)$$

(3) 式で d は外微分を表し、 $\wedge$ は微分形式間の外積を表す。この微分形式 α は (2) 式を (1) 式に代入して形式的に分母 dt を払えば得られるもので、 ϵ の微小変動を求める際の基礎となるものである。 α の可積分条件は

$$\begin{aligned} d\alpha &= d^2\epsilon - d\Omega \wedge \epsilon + \Omega \wedge d\epsilon \\ &= -(d\Omega - \Omega \wedge \Omega) \wedge \epsilon = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

となるが、このことから上式における 2 次微分形式 (曲率形式) $d\Omega - \Omega \wedge \Omega$ が零とならない場合には ϵ が関節角 θ_i の関数では表されない。実際、具体的に計算すると、この形式は零とはならず、関節角 θ_i が微小回転をしてもとの姿勢にもどるとき、Euler パラメータ ϵ の変化 $\Delta\epsilon$ を次式で表すことができる¹⁴⁾。

$$\Delta\epsilon = (d\Omega - \Omega \wedge \Omega) \epsilon \quad (6)$$

(4) 式を (6) 式に代入すると次式が得られる。

$$\Delta\epsilon = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Lambda(v_{ij}) \epsilon d\theta_i \wedge d\theta_j \quad (7)$$

ここで v_{ij} はつぎのベクトルである。

$$v_{ij} = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta_j} - \frac{\partial x_j}{\partial \theta_i} + x_i \times x_j \right) \quad (8)$$

さて (7) 式は 2 次微分形式であり、関節角 θ_i が 2 変数の空間において閉曲線を描けばそのうえで積分することができ、そのときの ϵ の変動 $\Delta\epsilon$ の値を求めることができる。ただし (7) 式における v_{ij} の値は θ_i によって変動するのでこうして評価できるのは微小閉曲線の場合に限られる。ここでは θ_i を 2 変数 p_1, p_2 でつぎのように表す場合を考えよう。

$$\theta_i = a_i p_1 + b_i p_2 + c_i \quad (9)$$

このとき

$$d\theta_i = a_i dp_1 + b_i dp_2 \quad (10)$$

となるから、これを (7) 式に代入すれば次式が得られる。

$$\Delta\epsilon = \Lambda(a^T D b) \epsilon \quad (11)$$

ただし

$$a = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]^T, \quad b = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n]^T$$

であり、 D はその (i, j) 成分をつぎのベクトルとするようなマトリクスである。

$$D_{ij} = 2v_{ij}dp_1 \wedge dp_2 \quad (12)$$

ここで $dp_1 \wedge dp_2$ は変数 p_1, p_2 の描く閉曲線の (向き付きの) 面積を表している. (11) 式の計算はこの D_{ij} をマトリクスの一成分とみなして行う. これより望ましい姿勢変動 $\Delta \epsilon$ を与えるような $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ を求めることができる. たとえば $\mathbf{a}^T \mathbf{a} + \mathbf{b}^T \mathbf{b}$ を最小化するような解を求めるアルゴリズムが与えられている⁶⁾.

2.2 アームの複数回の回転による姿勢変動

つぎにアームの微小回転を複数回繰り返すことによる姿勢変動を考える. k 回目のアームの回転後の Euler パラメータを ϵ_k とすると次式が得られる.

$$\epsilon_{k+1} = \epsilon_k + \Lambda(\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}) \epsilon_k = \{I_4 + \Lambda(\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b})\} \epsilon_k \quad (13)$$

さて Euler パラメータの変動分 $\Lambda(\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}) \epsilon_k$ は微小変動を前提として得られた式なので $\|\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}\| \ll 1$ であり, 上式右辺はベクトル部を $\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}$ とする Euler パラメータと ϵ_k との, Euler パラメータ間の積とみなすことができる. これより上式をつぎのように表すことができる.

$$\epsilon_{k+1} = E(\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}) \epsilon_k \quad (14)$$

付録の (53) 式を用いて上式をつぎの形に変換する.

$$\begin{aligned} \epsilon_{k+1} &= \epsilon_k \epsilon_k^+ E(\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}) \epsilon_k = \epsilon_k \gamma, \\ \gamma &\equiv \epsilon_k^+ E(\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}) \epsilon_k \end{aligned} \quad (15)$$

上式から $\gamma = \epsilon_k^+ \epsilon_{k+1}$ であり, これは ϵ_k から ϵ_{k+1} に対する姿勢変動を表す Euler パラメータとなる. このベクトル部 $V(\gamma)$ を, γ の定義にしたがって計算すると次式となる.

$$V(\gamma) = U_k^T (\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}) \quad (16)$$

上式で U_k^T は, 衛星本体の姿勢が ϵ_k のときの, 慣性系から衛星系への座標変換マトリクスであり, この関係は付録の (51), (55) 式を用いれば容易に得られる. いま, $\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}$ において (12) 式に示す $\mathbf{D}$ の各成分 (v_{ij}) は慣性系で表現されているので, U_k^T をかけることは v_{ij} を衛星系で表現することを意味している. このとき v_{ij} の値はアームの姿勢だけに依存して決まるが, アームは回転運動を行ってもとの姿勢に戻るなので, その場合には衛星系で表現した v_{ij} は一定値である. v_{ij} を衛星系で表現したときの $\mathbf{D}$ を $\mathbf{D}_0$ とおく. すると (16) 式はつぎの形になる.

$$V(\gamma) = \mathbf{a}^T \mathbf{D}_0 \mathbf{b} \quad (17)$$

1 回のアームの回転での Euler パラメータの変動分を等しくとれば, γ は回転の回数によらず一定値と考えること

ができる. したがってアームを N 回回転させて衛星本体の姿勢を望ましい値 ϵ_N にするとすれば次式が成り立つ.

$$\epsilon_N = \epsilon_0 \gamma^N \quad (18)$$

γ を Euler パラメータの定義にしたがって単位ベクトル $\mathbf{e}$ と角度 ψ を用いてつぎのようにおく.

$$\gamma = \begin{bmatrix} e \sin \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\psi}{2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

このとき

$$\gamma^N = \begin{bmatrix} e \sin \frac{N\psi}{2} \\ \cos \frac{N\psi}{2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

となるので, γ は $\epsilon_0^+ \epsilon_N$ より容易に求めることができる. こうして得られる γ が (17) 式を満たすように $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ を求めればアームの回転運動を定めることができる.

2.3 変数 p_1, p_2 の設定

変数 p_1, p_2 はこれらが 2 次元面内で閉曲線を描くように設定すると, アームの初期姿勢に応じて (17) 式の $\mathbf{D}_0$ が決まってベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ を求めることができる. 変数 p_1, p_2 がこの閉曲線上を N 回回転すればアーム運動の N 回の回転が実現される. この N 回の回転運動における変数 p_1, p_2 の時間履歴は (宇宙ロボットの角運動量が零で保存される場合を対象にしている) 本体の最終的な姿勢変動に影響を与えないが, アーム運動を滑らかに実現するためには, 変数 p_1, p_2 の動きも閉曲線上で滑らかである必要がある. ここでは閉曲線を $p_1 p_2$ 平面上の原点から原点にいたるように設定し, その上での p_1, p_2 の時間履歴をつぎのように設定しよう.

まずパラメータ p_1, p_2 はアームの 1 回転に対応させて Fig. 1 に示す $(-1, 0)$ を中心とする単位円上を原点から原点まで反時計回りに動くものとする. この場合 (12) 式に示す $dp_1 \wedge dp_2$ の値は単位円の面積 π となる. Fig. 1 より明らかなように回転角 ϕ における p_1, p_2 の値はつぎのとおりである.

$$p_1 = -1 + \cos \phi, \quad p_2 = \sin \phi \quad (21)$$

アームを N 回回転させるときに, 最初の 1 回転は $\dot{\phi}$ を 0 から一定の加速度で増加させ, $2 \sim (N-1)$ 回の回転時は $\dot{\phi}$ を一定に保ち, 最後の N 回目の回転で $\dot{\phi}$ を一定の加速度で減速させ最終的に 0 にすることにする. この場合 $2 \sim (N-1)$ 回目の各回転に要する時間を T とすれば, 1 回目と N 回目の回転に要する時間は $2T$ となり, 時刻 t における ϕ および $\dot{\phi}$ は次式で表される.

Fig. 1 Motion in p_1p_2 parameter plane

$$\begin{aligned}
 0 \leq t < 2T & : \phi(t) = \frac{\pi t^2}{2T^2} \\
 & \quad \dot{\phi}(t) = \frac{\pi t}{T} \\
 2T \leq t < NT & : \phi(t) = \frac{2\pi(t-T)}{T} \\
 & \quad \dot{\phi}(t) = \frac{2\pi}{T} \\
 NT \leq t \leq (N+2)T & : \phi(t) = \frac{2\pi(t-T)}{T} - \frac{\pi(t-NT)^2}{2T^2} \\
 & \quad \dot{\phi}(t) = \frac{(N+2)\pi}{T} - \frac{\pi t}{T^2}
 \end{aligned} \quad (22)$$

変数 p_1, p_2 の動きはここで述べた形に限定されるものではなくひとつの例にすぎないが、4. の数値シミュレーションではこの形を用いている。

3. 本体姿勢のフィードバック制御

3.1 フィードバック制御の基本形

前述のように、変数 p_1 と p_2 を 2 次元面内で閉曲線を描くように設定してベクトル $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ を求めると、それから (9) 式にしたがってアームの関節角 θ_i の動きが決まる。したがって $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ が得られればアームに回転運動を起こさせることができるが、この運動を N 回繰り返しても正確に望ましい姿勢変動が得られるわけではない。これはつぎの理由による。

- (17) 式は無限小回転に基づく式であり、実際の回転は有限なのでその差が誤差を生じる。
- モデルと実際の宇宙ロボットで質量特性が完全に一致することはありえず、その分の誤差が生じる。

このうち前者については誤差が生じないように数値的に $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ の解を収束させることもできるが⁶⁾、その計算には時間を要するし、後者の分については補償することができない。ここでは (17) 式に基づいて得られた解でアームの回転運動を繰り返しながら、誤差をフィードバックに

よって収束させる方法について考える。ここで用いる方法は、アームの回転運動によって生じる姿勢変動と、その変動の目標値との差に基づいて前記のベクトル $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ に修正を加えるというものである。

目標とする姿勢変動 ϵ_N が与えられたときに (20) 式を満たすような γ を求め、それから (17) 式を満たすような $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ が得られたものとする。この $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ を初期値の意味で $\mathbf{a}_0, \mathbf{b}_0$ とおく。(17) 式より次式が成り立つ。

$$\gamma = E(\eta_0), \quad \eta_0 \equiv \mathbf{a}_0^T \mathbf{D}_0 \mathbf{b}_0 \quad (23)$$

ベクトル η_0 は $\mathbf{D}_0$ を用いているので衛星系での表現となっている。これより k 回目の回転を行った後の望ましい姿勢変動 $\hat{\epsilon}_k$ は次式で求めることができる。

$$\hat{\epsilon}_k = \epsilon_0 \gamma^k \quad (24)$$

一方、 k 回目の回転を行った後から $(k+1)$ 回目の回転を行う後までの、実際に生じる姿勢変動を考えて、 ϵ_{k+1} を (14) 式に付加項を加えた次式で表現する。

$$\epsilon_{k+1} = E(\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b} + \mathbf{d}_k) \epsilon_k \quad (25)$$

ここで $\mathbf{d}_k$ は $(k+1)$ 回目の回転にともなう姿勢変動の誤差を表す微小ベクトル（慣性系表現）であり、ここでは $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ は初期値 $\mathbf{a}_0, \mathbf{b}_0$ とは必ずしも一致しないものと考え、ベクトル $\mathbf{d}_k$ は衛星系で表現すればほぼ一定値と考えられるので、この一定値を $\mathbf{d}$ とおく。 ϵ_{k+1} は (15)、(16) 式と同様につぎのように書き換えることができる。

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{k+1} &= \epsilon_k \epsilon_k^+ E(\mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b} + \mathbf{d}_k) \epsilon_k = \epsilon_k E(\eta + \mathbf{d}), \\
 \eta &\equiv \mathbf{a}^T \mathbf{D}_0 \mathbf{b}
 \end{aligned} \quad (26)$$

また (24) 式より明らかなように $\hat{\epsilon}_{k+1}$ は次式で表すことができる。

$$\hat{\epsilon}_{k+1} = \hat{\epsilon}_k E(\eta_0) \quad (27)$$

さて k 回目の回転を行ったときの衛星本体の姿勢 ϵ_k の誤差を $\hat{\epsilon}_k$ から ϵ_k への Euler パラメータで表現して $\tilde{\epsilon}_k$ とする。すなわち

$$\tilde{\epsilon}_k = \epsilon_k^+ \hat{\epsilon}_k \quad (28)$$

とする。(26) 式と (27) 式を用いれば $\tilde{\epsilon}_{k+1}$ 式をつぎのように表すことができる。

$$\tilde{\epsilon}_{k+1} = \epsilon_{k+1}^+ \hat{\epsilon}_{k+1} = E^+(\eta + \mathbf{d}) \tilde{\epsilon}_k E(\eta_0) \quad (29)$$

この式をさらに展開するにあたってつぎの仮定をおく。

- $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ をそれぞれ

$$\begin{aligned} a &= a_0 + \delta a \\ b &= b_0 + \delta b \end{aligned} \quad (30)$$

とおくとき、 δa , δb は微小量とし、その2次以上の項は無視できる。

- η_0 , η , d はいずれも微小ベクトルであり、2次以上の項は無視したつぎの近似式が成り立つ。

$$E^+(\eta+d)E(\eta_0) \approx E^+(\eta+d-\eta_0) \quad (31)$$

さてこれらの仮定のもとに $\tilde{e}_{k+1}$ はつぎのように表すことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{e}_{k+1} &= E^+(\eta+d)E(\eta_0)E^+(\eta_0)\tilde{e}_kE(\eta_0) \\ &\approx E^+(\delta a^T D_0 b_0 + a_0^T D_0 \delta b + d)E^+(\eta_0)\tilde{e}_kE(\eta_0) \end{aligned} \quad (32)$$

上式において $E^+(\eta_0)\tilde{e}_kE(\eta_0)$ の項は (16) 式に示したように $\tilde{e}_k$ のベクトル部に対して座標変換を行う操作を表す。 $E(\eta_0)$ に対応して $\tilde{e}_k$ の姿勢から $\tilde{e}_{k+1}$ の姿勢への座標変換マトリクスを U_γ とすると次式となる。

$$E^+(\eta_0)\tilde{e}_kE(\eta_0) = E(U_\gamma V(\tilde{e}_k)) \quad (33)$$

いま

$$u = \delta a^T D_0 b_0 + a_0^T D_0 \delta b \quad (34)$$

とおくと (32) 式と (33) 式より $\tilde{e}_{k+1}$ のベクトル部について次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} V(\tilde{e}_{k+1}) &\approx U_\gamma V(\tilde{e}_k) \\ &\quad - (u+d) \times U_\gamma V(\tilde{e}_k) - S(\tilde{e}_k)(u+d) \end{aligned} \quad (35)$$

上式において、さらに次を仮定する。

- 姿勢誤差 $\tilde{e}_k$ のベクトル部 $V(\tilde{e}_k)$ は微小である。
- このとき (35) 式において次の量が微小量と考えられる。

1. U_γ と単位マトリクス I_3 との差
2. $V(\tilde{e}_k)$
3. $u+d$
4. $S(\tilde{e}_k)$ と 1 との差

U_γ は η_0 を用いて付録の (55) 式により求めることができるが、 η_0 を微小量と考えれば、その単位マトリクスとの差はやはり微小量となる。また (34) 式より u は微小量となるので $u+d$ も微小量となる。さらに

$$S(\tilde{e}_k) = \sqrt{1 - V^T(\tilde{e}_k)V(\tilde{e}_k)} \quad (36)$$

より $S(\tilde{e}_k)$ と 1 との差も (2次) の微小量である。以上より (35) 式において2次以上の微小量を省略することになれば、つぎのように単純化できる。

$$V(\tilde{e}_{k+1}) \approx V(\tilde{e}_k) - (u+d) \quad (37)$$

したがって u を

$$u = k_P V(\tilde{e}_k) + k_I \sum_{j=1}^k V(\tilde{e}_j) \quad (38)$$

のような比例積分制御で与えれば $V(\tilde{e}_k)$ の 0 への収束がわかる。ただし k_P , k_I は比例ゲインと積分ゲインであり、(37) 式と (38) 式による系の安定性は z 変換を行うことにより求められる。その特性方程式はつぎようになる。

$$\begin{aligned} k_I \neq 0 : z^2 + (k_P + k_I - 2)z + 1 - k_P &= 0 \\ k_I = 0 : z + k_P - 1 &= 0 \end{aligned} \quad (39)$$

したがって $|z| < 1$ となる条件を求めることにより安定条件はつぎようになる。

$$k_P > 0, \quad k_I \geq 0, \quad 2k_P + k_I < 4 \quad (40)$$

(34) 式と (38) 式から δa , δb は次式で与えればよい。

$$\begin{bmatrix} \delta a \\ \delta b \end{bmatrix} = [-b_0^T D_0 \quad a_0^T D_0]^\# \cdot \left(k_P V(\tilde{e}_k) + k_I \sum_{j=1}^k V(\tilde{e}_j) \right) \quad (41)$$

ここで $\#$ は擬逆マトリクスを表す。また D_0 の歪対称性を用いている。 a_0 , b_0 , D_0 の値は一定なので (41) 式の操作は u に定数マトリクスをかけることに相当している。この (41) 式のように δa , δb が得られると、(30) 式により $(k+1)$ 回目の回転における a , b を定めることができる。これがフィードバック制御の基本形である。

3.2 a, b の値の連続化

a , b が与えられると (9) 式によってアームの関節角 θ_i を求めることができる。つぎにこのときの関節角指令値の連続性について考えてみる。アームの回転はパラメータ p_1 と p_2 が2次元面内で回転することによって与えられるが、この1回転が原点から原点までの回転で与えられるとすれば、 k 回目の回転時と $(k+1)$ 回目の回転時で a , b の値が異なっても関節角の連続性は保たれる。ただし関節角速度については a , b の値が不連続になるので、 k 回目の回転の開始時について $\dot{p}_1$, $\dot{p}_2$ が0でなければ不連続になる。すなわち関節角速度を回転の開始時に0にする必要が生じる。このことはアームを回転させるうえで効率的ではないので a , b の値の不連続性を回避するように、つぎのように a , b を与えることにする。

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{(1+\tau s)^2} \begin{bmatrix} a_0 + \delta a \\ b_0 + \delta b \end{bmatrix} \quad (42)$$

ここで s は微分演算子であり、 δa , δb は (41) 式によって与えるものとする。上式は $a_0 + \delta a$, $b_0 + \delta b$ の値を時定数 τ の 2 次フィルタに通すことによって平滑化することを意味している。2 次フィルタに通すと a , b および $\dot{a}$, $\dot{b}$ が連続となり、アームの回転が $p_1 p_2$ 面内の原点から始まらなくても関節角、関節角速度は連続になる。時定数 τ の値は、アームの 1 回転に要する時間よりは十分に短く、アームの関節角サーボの時定数よりは十分に長くともよい。

このフィルタの影響を簡単に評価する。アームの各周回の初期においてフィルタ入力にステップ的に変動し、フィルタ出力は入力値に徐々に追従するように変動する。この出力値がいまの場合アームの振幅となる a および b を与える。ここで a , b の各成分の変動分の 1 周期にわたる平均値を求めてみる。ある成分のフィルタ入力におけるステップ変動分を δ とする。このときフィルタ出力の変動分を Δx とすると Δx はつぎのように変化する。ただし周回初期における時刻を $t=0$ として、 $t=0$ における Δx の速度は 0 とする。

$$\Delta x(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{t}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \delta \quad (43)$$

アームの 1 周期の時間を T として $\Delta x(t)$ の 1 周期にわたる平均を $\overline{\Delta x}$ とすると

$$\begin{aligned} \overline{\Delta x} &= \frac{1}{T} \int_0^T \Delta x(t) dt \\ &= \left\{1 + e^{-\frac{T}{\tau}} + \frac{2\tau}{T} \left(e^{-\frac{T}{\tau}} - 1\right)\right\} \delta \end{aligned} \quad (44)$$

となり、 $T \gg \tau$ を仮定すると $e^{-\frac{T}{\tau}} \approx 0$ とおけるので上式はつぎのようになる。

$$\overline{\Delta x} \approx \left(1 - \frac{2\tau}{T}\right) \delta \quad (45)$$

したがって 2 次フィルタによってこの制御系は平均的にゲインが減少することになるが、一方上述のように a , b の値が連続になるという効果をもつことになる。

4. 数値シミュレーション

以上のアルゴリズムを用いてアーム運動による衛星本体の姿勢制御の数値シミュレーションを行った。Fig. 2 にここで用いた宇宙ロボットのモデルを示す。この図に示すように、アームは 6 自由度を有しており衛星本体の質量中心からみて $[0.0, 1.0, 0.5]$ [m] の位置に取り付けられている。おもなパラメータの値を Table 1 に示す。

まず宇宙ロボットの初期状態を Fig. 2 におけるアームの各関節角を 0° として θ_1 から順に $[0^\circ, 60^\circ, -60^\circ, 0^\circ, -30^\circ, 0^\circ]$ としたときの状態とする。またこの状態で慣性

Fig. 2 Space robot model

系と衛星系の向きは一致し、Fig. 2 の xyz で表されるものとする。

変数 p_1 , p_2 は 2.3 のように設定し、 a , b の初期値 a_0 , b_0 は参考文献 6) の手法で与えるものとする。ここではアームを 20 回転させて慣性系の y 軸回りに衛星本体の姿勢を 40° 回転させる場合を対象とする ($N=20$)。この場合 (20) 式より明らかなように y 軸回りに 2° 回転させるような a_0 , b_0 を求めればよい。このことからアームを 10 回転させて y 軸回りに 20° 回転させることも 20 回転させて 40° 回転させることも同じ a_0 , b_0 で行うことができるが、アームの回転数の多い方が誤差をフィードバックする回数が増えるので最終的な精度も向上する。

a_0 , b_0 の値は Table 1 に示すノミナル値から設定するが、シミュレーションではアームの先端部 L6 の質量の値を 10[kg], 20[kg] (ノミナル値), 40[kg] の 3 通りに設定する。また制御ゲインの値は $k_P=0.5$, $k_I=0.1$ の場合と $k_P=0$, $k_I=0$ (フィードバック制御なし) の 2 通りに設定する。 $N=20$, $T=5$ [s], $\tau=1$ [s] のときの最終的な衛星本体の姿勢 $V(\epsilon_N)$ の値を Table 2 に示す。 $V(\epsilon_N)$ の目標値 $V(\hat{\epsilon}_N)$ はつぎの値となる。

$$V(\hat{\epsilon}_N) = [0 \sin(\frac{40^\circ}{2}) \ 0]^T = [0 \ 0.3420 \ 0]^T \quad (46)$$

Table 2 の y 成分の () 内の値はこの目標値からのずれを % で示したものである。この表に示すようにフィードバックを行わない場合は先端部の質量がノミナル値であっても姿勢誤差を生じ、質量がノミナル値からずれると誤差も大きくなるが、フィードバックを行うことによっていずれの場合にもほぼ目標値に収束させることができる。

また Fig. 3 と Fig. 4 にはフィードバック制御のない場合とある場合について衛星本体の動きと関節角の動きを示す (先端部質量はノミナル値の場合)。衛星本体の動きは $V(\epsilon)$ の各成分 (ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z) で示し、(24) 式の $V(\epsilon_k)$ の

Table 1 Space robot parameters (nominal)

	satellite	manipulator arm					
		L1	L2	L3	L4	L5	L6
Length [m]	$\phi 2.4 \times 1$	0.2	1	0.5	0.5	0.1	0.2
Mass [kg]	500	10	30	20	20	10	20
Moments of Inertia [kgm ²]	100	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1
	100	0.1	3	0.5	0.5	0.1	0.1
	100	0.1	3	0.5	0.5	0.1	0.1

Table 2 Final attitude change with/without feedback control

No.	Feedback Gain		L6 Mass [kg]	$V(\epsilon_N)$		
	k_P	k_I		x	y	z
1	0	0	10	0.0521	0.2145 (-37.3%)	-0.0887
2	0	0	20	0.0564	0.2982 (-12.8%)	-0.0405
3	0	0	40	0.0564	0.4043 (+18.2%)	0.0301
4	0.5	0.1	10	1.08×10^{-4}	0.3422 (+0.06%)	5.68×10^{-4}
5	0.5	0.1	20	-2.45×10^{-5}	0.3414 (-0.19%)	-3.18×10^{-4}
6	0.5	0.1	40	-4.49×10^{-5}	0.3414 (-0.17%)	-5.48×10^{-4}

Fig. 3 Euler parameters (upper) and joint angles (lower) in case of no feedback control

Fig. 4 Euler parameters (upper) and joint angles (lower) in case of feedback control

成分の値($\hat{e}_x$, $\hat{e}_y$, $\hat{e}_z$)を参照値として示す。この図に示すようにフィードバックがないと徐々に目標値の値はずれが、フィードバック制御によってほぼ目標値に沿った姿勢変動が実現されている。関節角は動きの大きな θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_5 について示す。フィードバックがある場合は a , b の値が変化するので関節角の動きは各回転で必ずしも同じではない。

また Fig. 5 には Table 2 の case 1~6 の N 回目の回転が終わったときの衛星本体の最終的な姿勢を示す。フィードバックがある場合には先端質量によらずほぼ同じ姿勢となるが、フィードバックのないときには姿勢誤差の大きくなるがこの図からもわかる。

Fig. 5 Final attitude of space robot for cases 1~6 in Table 2

5. あとがき

本論では、宇宙ロボットのアームの周回運動による姿勢制御について、フィードバックによって姿勢誤差を減少させる手法を提案した。ここで用いた手法は、アームを複数回回転させて望ましい姿勢変動を生じさせるアームの運動軌道を導き、各回転ごとに姿勢変動の軌道値との誤差をフィードバックして、アームの運動軌道を修正するというものである。この手法を用いれば、宇宙ロボットのモデルに誤差が含まれていても望ましい姿勢変動を得ることが可能である。

参考文献

- 1) R. W. Longman, R. E. Lindberg and M. F. Zedd: Satellite-mounted robot manipulators-New kinematics and reaction moment compensation; *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 6, No. 3, pp. 87-103 (1987)
- 2) Y. Umetani and K. Yoshida: Resolved motion rate control of space manipulators with generalized jacobian matrix; *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 5, No. 3, pp. 303-314 (1989)
- 3) E. Papadopoulos and S. Dubowsky: On the nature of control algorithms for free-floating space manipulators; *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 6, pp. 750-758 (1991)

- 4) Y. Nakamura and R. Mukherjee: Nonholonomic path planning of space robots via a bidirectional approach; *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 4, pp. 500-514 (1991)
- 5) 泉田, 室津, 尾崎: 宇宙ロボットの姿勢制御の一方法(ニューラルネットによるアプローチ); 日本機械学会論文集, Vol. 57, No. 539(C), pp. 2356-2362 (1991)
- 6) 山田: 宇宙ロボットのアーム運動による本体の姿勢制御; 計測自動制御学会論文集, Vol. 29, No. 4, pp. 447-454 (1993)
- 7) 秋山, 坂和: 宇宙ロボットの非線形計画による軌道計画; 計測自動制御学会論文集, Vol. 31, No. 2, pp. 193-197 (1995)
- 8) Z. Vafa and S. Dubowsky: On the dynamics of space manipulators using the virtual manipulator, with applications to path planning; *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 38, No. 4, pp. 441-472 (1990)
- 9) R. W. Longman: The kinetics and workspace of a satellite-mounted robot; *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 38, No. 4, pp. 423-440 (1990)
- 10) K. Yamada: Arm path planning for a space robot; *Proc. IROS'93*, pp. 2049-2055 (1993)
- 11) 鈴木, 中村: スパイラルモーションによる宇宙ロボットの非ホロノミック運動の計画; 第11回日本ロボット学会学術講演会, pp. 49-52 (1993)
- 12) R. Mukherjee and M. Zurowski: Reorientation of a structure in space using a three-link rigid manipulator; *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 17, No. 4, pp. 840-847 (1994)
- 13) 三平, 石川, 清田, 古賀: 時間軸状態制御系を用いた非ホロノミックシステムの制御; 第12回日本ロボット学会学術講演会, pp. 437-438 (1994)
- 14) V. I. Arnold (安藤ほか訳): 古典力学の数学的方法, 岩波書店, p. 351 (1980)
- 15) K. W. Spring: Euler parameters and the use of quaternion algebra in the manipulation of finite rotations: A review; *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 21, No. 5, pp. 365-373 (1986)

付 録

Euler パラメータに関する記号の定義とその基本的な性質¹⁵⁾

Euler パラメータは姿勢を表現するのに用いられる一種の四元数で、三次のベクトル部と一次のスカラー部からなる。ある座標系 b (たとえば衛星本体に固定された座標系) の、基準となる座標系 a に対する姿勢は、これらの座標系の向きの違いによって表すことができるが、座標系 a を単位ベクトル e の回りに角度 ψ だけ回転させたとき座標系 b と向きが一致するものとする。このとき座標系 b の座標系 a に対する姿勢を表す Euler パラメータ ϵ_{ba} を次式で定義する。

$$\epsilon_{ba} = \begin{bmatrix} e \sin \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\psi}{2} \end{bmatrix} \quad (47)$$

e は座標系 a または座標系 b で表現する(どちらで表現しても結果は同じ)。この定義から Euler パラメータに

は Euclid ノルムが 1 であるという性質がある. すなわち

$$\|\epsilon_{ba}\| = 1 \quad (48)$$

である. 座標系 a の座標系 b に対する姿勢 ϵ_{ab} は

$$\epsilon_{ab} = \begin{bmatrix} \text{esin}\left(-\frac{\psi}{2}\right) \\ \text{con}\left(-\frac{\psi}{2}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{esin}\frac{\psi}{2} \\ \text{cos}\frac{\psi}{2} \end{bmatrix} \quad (49)$$

となるが, このようにベクトル部の符号だけを反転させた場合に右肩に+をつけて表すことにする. すなわち

$$\epsilon_{ab} = \epsilon_{ba}^+ \quad (50)$$

とする. さらにもうひとつの座標系 c をとるとき, ϵ_{ca} は ϵ_{ba} と ϵ_{cb} から次式で表すことができる.

$$\epsilon_{ca} = \begin{bmatrix} S(\epsilon_{ba})I_3 + V^\times(\epsilon_{ba}) & V(\epsilon_{ba}) \\ -V^T(\epsilon_{ba}) & S(\epsilon_{ba}) \end{bmatrix} \epsilon_{cb} \quad (51)$$

ここで V は Euler パラメータのベクトル部, S は Euler パラメータのスカラー部を表す記号である. $V^\times$ はベクトル部のベクトル積操作を表す 3×3 マトリクスであり, V^T はベクトル部の転置を表す. (51) 式の操作を Euler パラメータ間の積とみなしてつぎのように略記する.

$$\epsilon_{ca} = \epsilon_{ba} \epsilon_{cb} \quad (52)$$

これより + は Euler パラメータの逆数をとる操作に相当することがわかる. すなわち

$$\epsilon_{ba}^+ \epsilon_{ba} = \epsilon_{ba} \epsilon_{ba}^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (53)$$

である. 上式の右辺は Euler パラメータの積における単位元である. また積の + はたとえば (52) 式においてつぎのように求めることができる.

$$\epsilon_{ca}^+ = \epsilon_{cb}^+ \epsilon_{ba}^+ \quad (54)$$

つぎに座標系 a での表現から座標系 b での表現に変換する座標変換マトリクスを U_{ba} とすると U_{ba} は Euler パラメータ ϵ_{ba} によって次式で表される.

$$U_{ba} = \left\{ S(\epsilon_{ba})^2 - V^T(\epsilon_{ba})V(\epsilon_{ba}) \right\} I_3 + 2V(\epsilon_{ba})V^T(\epsilon_{ba}) - 2S(\epsilon_{ba})V^\times(\epsilon_{ba}) \quad (55)$$

また座標系 b の座標系 a に対する回転角速度を ω_{ba} とし, これを座標系 a で表現して ${}^a\omega_{ba}$, 座標系 b で表現して ${}^b\omega_{ba}$ とすると, これらは Euler パラメータ ϵ_{ba} の時間微分とつぎの関係がある.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ba} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S(\epsilon_{ba})I_3 - V^\times(\epsilon_{ba}) \\ -V^T(\epsilon_{ba}) \end{bmatrix} {}^a\omega_{ba} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S(\epsilon_{ba})I_3 + V^\times(\epsilon_{ba}) \\ -V^T(\epsilon_{ba}) \end{bmatrix} {}^b\omega_{ba} \end{aligned} \quad (56)$$

さらに任意の 3 次のベクトル v に対してつぎの 4×4 マトリクス $A(v)$ を定義する.

$$A(v) = \begin{bmatrix} v^\times & v \\ -v^T & 0 \end{bmatrix} \quad (57)$$

ここで $v^\times$ は v のベクトル積操作を表す 3×3 マトリクスである. すると (56) 式の第一式はつぎのように変形することができる.

$$\dot{\epsilon}_{ba} = \frac{1}{2} A({}^a\omega_{ba}) \epsilon_{ba} \quad (58)$$

また, ある 3 次の微小ベクトル w ($\|w\| \ll 1$) に対して, これを Euler パラメータとして $E(w)$ のように表す. すなわち

$$E(w) = \begin{bmatrix} w \\ \sqrt{1 - w^T w} \end{bmatrix}, \quad E^+(w) = \begin{bmatrix} -w \\ \sqrt{1 - w^T w} \end{bmatrix} \quad (59)$$

である.