分布写像に基づくガウス性情報源の効率的符号化

Efficient Gaussian Source Coding Based on Distribution Mapping

正会員 高村 誠之[†], 正会員 八島 由幸[†]Seishi Takamura[†] and Yoshiyuki Yashima[†]

Abstract Gaussian sources are commonly found in the fields of mathematics and engineering. There is instantaneous code for geometric and two-sided geometric distributions; however, there is no simple, instantaneous code for normal distributions. Therefore, we have developed a method of mapping a normal distribution onto a geometric distribution before applying Golomb codes. Experimental results showed that our method consistently yielded coding efficiency of more than 98% for quantized Gaussian sources, which is comparable to the coding efficiency of second-order Huffman codes. For actual video coding residual signals, our codes were more efficient by six points than straightforward Golomb codes. Furthermore, we developed and demonstrated an accurate estimation method for determining optimal Golomb parameters, and we investigated the use of hybrid coding to enhance the coding performance.

キーワード：情報源符号化, ガウス性信号源, Golomb 符号, Huffman 符号, 指数分布

1. ま え が き

生起確率が正規分布に従うガウス性信号(以後離散・零平均とする)は理学・工学の様々な場面で現れる極めて重要な信号である。

整数信号の符号化方式は多数知られているが, うち Golomb 符号¹⁾は, 指数分布に従う信号を最も高効率に符号化でき, 符号化・復号いずれにも符号表が不要で, 処理が極めて簡易であり, さらに任意に大きな整数入力値を符号化できるという特長があり, 広く用いられている。しかしながらガウス性信号に対しては, 符号化効率が低下してしまうという問題があった。

Golomb 符号のように符号表を必要としない符号には, Fibonacci 符号, Elias 符号, Exp-Golomb 符号など様々な存在するが, 信号の生起確率が正規分布に従うことを仮定した符号は存在しない²⁾。例えば, MPEG-4 AVC³⁾で用いられている Exp-Golomb 符号は, 指数分布およびこれよりも急峻な分布に向けた符号である。Xue ら⁴⁾の Hybrid Golomb 符号は, 構成が複雑であり, かつ一般化正規分布のうち指数分布よりも急峻な分布が対象であるため, 緩やかな分布であるガウス性信号に対しては効率が低下する。また Malvar⁵⁾の一般化正規分布の学習型連長/Golomb 符号は, 正規分布に対する効率が Golomb 符号よりも劣る。これらは,

Golomb 符号が想定している信号生起確率が, 正規分布ではなく指数分布に一致していることに起因する, 本質的な問題である。

Huffman 符号は可変長符号中最も効率がよく, 算術符号は定常的信号源を理論効率限界まで圧縮可能な符号であるが, いずれも符号表あるいは生起頻度表の伝送と, より多量の計算量が必要である。

従来ガウス性信号源の符号化において「処理の簡易さ」を優先する場合, 効率を犠牲にし Golomb 符号化されていた²⁾。本論文では, ガウス性信号源を指数分布に可逆写像する方法を提案し⁶⁾, これを実際のガウス性信号源に施した後に Golomb 符号化することで, 符号化効率が改善されることを示す。

2. Golomb 符号の基本的性質

Golomb 符号は, 1 以上の整数値をとる Golomb パラメー

表 1 自然数 $z = 0 \dots 10$ に対する Golomb 符号表の例, $m = 1 \dots 6$ は Golomb パラメータ

Example of Golomb codes for input integers of $z = 0$ to 10 with Golomb parameters of $m = 1$ to 6 .

z	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$
0	0	00	00	000	000	000
1	10	01	010	001	001	001
2	110	100	011	010	010	0100
3	1110	101	100	011	0110	0101
4	11110	1100	1010	1000	0111	0110
5	111110	1101	1011	1001	1000	0111
6	1111110	11100	1100	1010	1001	1000
7	11111110	11101	11010	1011	1010	1001
8	111111110	111100	11011	11000	10110	10100
9	1111111110	111101	11100	11001	10111	10101
10	11111111110	1111100	111010	11010	11000	10110

2006 年 12 月 12 日, 冬季大会で発表

2007 年 2 月 23 日受付, 2007 年 6 月 19 日再受付, 2007 年 7 月 11 日採録

[†] 日本電信電話株式会社 NTT サイバースペース研究所
(〒239-0847 横須賀市光の丘 1-1 Y-517A, TEL 046-859-2371)

[†] NTT Cyber Space Laboratories, NTT Corporation
(Y-517A, 1-1 Hikarino-oka, Yokosuka, Kanagawa, 239-0847 Japan)

タ (m と呼ぶことにする) により, その符号表現が変化する. 表 1 は, 自然数 $z = 0 \dots 10$ に対する Golomb パラメータ $m = 1 \dots 6$ における Golomb 符号である. m が増すにつれ符号長の増加は緩やかになるため緩やかな分布の符号化に向き, 逆に m が減少するにつれ符号長の増加は急になるため 0 に集中する急峻な分布の符号化に向く.

指数分布に従う信号としては, 画像信号中, 時空間的に隣接する画素間の輝度差や, 画素輝度値の直交変換係数などがあり, 例えば, 静止画可逆・準可逆符号化方式である JPEG-LS⁷⁾ も予測誤差信号の符号化に Golomb 符号を用いている.

表 1 からわかるように, Golomb 符号には被符号化整数 z の値が m 増すと符号長が 1 ビット増す (生起確率が $1/2$ になることに等価), という性質がある. したがって, z の生起確率において

$$\text{Prob}(z) \propto 2^{-z/m} \quad (1)$$

$$= \exp(-\log 2 \cdot z/m) \quad (2)$$

という関係が成り立つ場合, パラメータ m の Golomb 符号が最適符号となる.

3. 提案手法

3.1 可逆正規-指数分布写像

本写像では, 整数入力信号を 2 要素ずつの対 (x, y) と見做し, これに一意の番号付けを施した結果として, 0 以上の整数値 $z(x, y)$ を得る. z が満たすべき条件は

$$\min_{x,y} z(x, y) = 0 \quad (3)$$

$$l(x, y) < l(a, b) \implies z(x, y) < z(a, b) \quad (4)$$

$$z(x, y) = z(a, b) \iff (x, y) = (a, b) \quad (5)$$

である. ここで $l(x, y)$ は原点と点 (x, y) の距離を求める関数で, 例えば, ユークリッド距離

$$l(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (6)$$

を用いる. 原点からの距離が等しい格子点は一般に複数存在するが, それらの z 値への対応付けは任意である. 図 1 は, 反時計回りを保つ対応例である. この写像は明らかに可逆である.

また距離関数としてユークリッド距離 (6) 式の代わりに平方根を含まない

$$l(x, y) = x^2 + y^2 \quad (7)$$

を用いても写像結果は不変である.

3.2 分布写像に関する考察

まず格子点 (x, y) の z 値は, 半径 $\sqrt{x^2 + y^2}$ の円周内の格子点数にほぼ等しく, それは円の面積にほぼ等しい. したがって

$$z \approx \pi(x^2 + y^2) \quad (8)$$

$$\approx \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{z}{2\pi\sigma^2}\right) \quad (10)$$

を得る。

(10) 式は z に関する指数分布に他ならない。したがって、Golomb 符号による効率的な符号化が期待できる。

3.3 最適 Golomb パラメータの推定

分散 σ_e^2 の指数分布

$$\text{Prob}(z) = \frac{1}{\sigma_e} \exp\left(-\frac{z}{\sigma_e}\right) \quad (11)$$

と (10) 式とを比較し

$$\sigma_e = 2\pi\sigma^2 \quad (12)$$

を得る。

(11) 式に従う分布の符号化効率を最も高めると期待される Golomb パラメータ m_{est} は、(2) 式と (11) 式を比較し得られる

$$-\log 2/m = -1/\sigma_e \quad (13)$$

を満たす m に等しいので、(12) 式より

$$m_{\text{est}} = 2 \log 2 \cdot \pi\sigma^2 \quad (14)$$

が得られる。

この推定の良否は、4.3 節において計算機実験により確認する。

3.4 ガウス性信号源符号化アルゴリズム

我々が提案するガウス性信号源の符号化アルゴリズムは以下ようになる。

- (1) 入力される信号を逐次 2 個ずつまとめ (x, y) とする
- (2) (x, y) を 3.1 節の方法で自然数 z に写像する
- (3) x の分散に従い適切な Golomb パラメータ m_{est} を 3.3 節の方法で求めこれに基づき z を Golomb 符号化する、あるいは符号化効率を最大化するパラメータ m_{opt} により z を Golomb 符号化する

以降 m_{opt} は複数回の符号化試行の結果得られた「最良な」パラメータを指すものとする。

4. 計算機シミュレーション

符号化評価用信号源として、現実世界にて観測された実際のガウス性信号および理想的なガウス性信号のそれぞれについて、提案方式の符号化効率を検証した。

提案手法は 2 入力を 1 信号に写像しているが、これは情報源の 2 次拡大を行っていることに相当する。そこで符号化効率の比較検証においては、

- 提案手法、
- 情報源拡大を行わない場合の Huffman 符号、
- 情報源拡大を行わない場合の Golomb 符号²⁾、そして
- 情報源の 2 次拡大を行った場合の Huffman 符号 (可変長符号における効率上限を与える)

表 2 ビデオ符号化パラメータとその残差信号特徴諸量。QP 値はベースレイヤのもの、m.e. は平均零次エントロピー (bit)。Video coding settings and characteristics of the residual signal. QP values are of the base layer. m.e. stands for the mean (zeroth-order) entropy in bits.

	GOP 構造	QP 値	平均*100 分散		尖度	m.e.
data1	III...	I:22	-1.17	1.58	3.08	2.37
data2	III...	I:12	-1.15	0.317	3.39	1.22
data3	IPP...	I:17, P:10	-1.40	0.250	4.20	1.06
data4	IPP...	I:17, P:20	-1.66	1.19	3.04	2.17
data5	IBP...	I:17, P:15, B:11	-1.72	0.446	3.07	1.46
data6	IBP...	I:17, P:15, B:19	-2.66	0.760	3.80	1.83

の四手法の効率を比較した。

特に断らない限り Golomb 符号化においては符号化効率を最大化する Golomb パラメータ、 m_{opt} を用いるものとする。ここで、符号化効率は次のように定義する：

$$\text{符号化効率} = \frac{\text{零次エントロピー}}{\text{平均符号長}} \times 100 (\%) \quad (15)$$

4.1 実際の信号源に対する符号化性能

まず工学的現場で実際に発生した信号源 (ビデオ信号を符号化復号し重畳する符号化雑音) について、提案手法の符号化性能の評価を行った。

符号化映像は CITY 4CIF 60Hz であり、MPEG-4 AVC のスケーラブル拡張方式の参照ソフトウェア JSVM[®] により、RD 最適化 ON、ピクチャタイプ毎 QP 固定、FGS 機能による一段階 SNR エンハンス符号化を行った。得られた 6 種のデータの特徴量は表 2 に示す通りである。サンプル数は 1,700 万点から 3,000 万点の間であった。エンハンスメントレイヤの QP 値は、表に示した QP 値より 6 小さな値に相当する。データを取得したピクチャタイプは、III 構造では I のみ、IPP 構造では P のみ、IBP 構造では B のみであり、ベースレイヤにて 8×8 変換が選ばれたブロックにおいて、エンハンスメント後の復号信号と原画像との輝度差分信号を実験データとした。

信号源 data1 の分布を図 3(a) に示す。縦軸は対数確率で、明らかな放物線形状がみてとれる (正規分布も縦対数グラフでは放物線となる)。実際表 2 によれば data1 の尖度は 3.08 であり、正規分布の尖度 3 に近い (分布が急峻になるほど尖度が大きくなり、例えば、指数分布の尖度は 6 である)。

この信号を入力順に二つずつ対とした場合の分布を図 3(b) に示す。明らかな回転放物面をなしていることが、グラフ形状からも等高線 (グラフ下部) からもうかがえる。

さらにこの信号に対し、提案の分布写像を施した結果の分布グラフを図 3(c) に示す。また $m = 6, 7, 8$ における (2) 式のグラフ (正規化後) も重畳した。本写像により、図 3(a) で放物線状であった分布が Golomb 符号向きの直線的な分布に変換できていることがわかる。

提案手法および比較三手法による符号化効率を表 3 に示す。同表には m_{opt} も記した。2 次拡大 Huffman 符号は常に 98% を超える最も高い符号化効率を与えており、提案手法はそれに次ぐ効率となっている。平均エントロピーがそれぞれ 1.22 および 1.06 と低い data2 および 3 については、情

図3 ビデオ符号化残差信号の分布。縦軸は全て対数確率。(a) 個別分布 (1次元), (b) 入力順に対した場合の分布 (2次元), (c) 写像後分布および指数分布グラフ

Actual video coding residual data distribution. Vertical scales, which mean probability, are all in log-scale. (a) singular data distribution (1-dimensional), (b) coupled data distribution (2-dimensional), (c) distribution after distribution mapping, and some geometric PDFs.

報源を拡大しない場合、符号長が 1 bit/symbol 以上の制約のある可変長符号化の効率低下が観察される。提案手法の符号化効率は最低でも約 90%を達成しており、平均では提案手法が 94.86%, Golomb 符号は 88.65%と約 6 ポイントの差があった。data1 については図 3(c) で視覚的に明らかであったように、Golomb パラメータとして $m = 7$ が最適

表3 ビデオ符号化残差信号に対する符号化効率 (%) および m_{opt} Coding efficiency (in percentage) for video coding residual data sets and m_{opt} values.

情報源	提案手法	Golomb	2次拡大 Huffman	Huffman	m_{opt}
data1	99.27	93.00	99.39	97.90	7
data2	89.32	82.90	98.33	83.04	2
data3	90.16	76.96	98.42	77.20	1
data4	98.46	94.47	99.16	95.71	6
data5	94.69	89.24	98.25	89.57	2
data6	97.27	95.32	99.05	95.85	3
平均	94.86	88.65	98.77	89.88	—

図4 量子化ガウス性信号に対する符号化効率 Coding efficiency comparison for quantized Gaussian sources.

である。

4.2 量子化ガウス性信号に対する符号化性能

Malvar は提案符号 (学習型連長/Golomb 符号) の検証用に、一般化正規分布を数値計算により量子化した信号を用いている⁹⁾。本論文でも検証用信号源の一つとして、量子化正規分布を用いることとする。すなわち分散 1 の正規分布をステップサイズ d で量子化し、各 bin に中心を 0 とする量子化値 (... , -2, -1, 0, 1, 2, ...) を割り振る。

様々な d に対する量子化ガウス信号の符号化結果を図 4 に示す。2 次拡大 Huffman 符号が当然ながら最も高効率であり、次いで提案手法、拡大なしの Huffman 符号、Golomb 符号の順となっている。提案手法の符号化効率は常に 98.3%以上であり、特に $d < 0.6$ の領域では 2 次拡大 Huffman 符号とほぼ等しい 99%以上の効率を与えている。

4.3 量子化ガウス性信号源における m_{est} の最適性評価

信号源の分散 σ^2 と d の間には

$$\sigma^2 = 1/d^2 + 1/12 \quad (16)$$

という関係があるので、(14) 式は

$$m_{est} = 2 \log 2 \cdot \pi(1/d^2 + 1/12) \quad (17)$$

とも表せる。

(17) 式の関係を用いることで、符号化効率を高めると思われる Golomb パラメータ m_{est} が求められる。ただしこれは理論式であるので、実際に符号化効率を最高にする Golomb パラメータ m_{opt} とは必ずしも一致しない。この理

(a)

(b)

図5 m_{opt} の推定誤差. (a) 様々な d に対応する量子化ガウス性信号の m_{est} および実際に符号化し得られた m_{opt} , (b) m_{est} の推定誤差

Estimation of m_{opt} . (a) estimated m_{est} for a given quantized Gaussian source and actual m_{opt} , (b) estimation error of m_{est} .

由としては、Golomb パラメータは疎な離散値 (整数値) しかとらないが実際の分布の分散は連続値となること、また、 $m = 2^q$ (q は自然数) の場合の Golomb 符号 (いわゆる Rice 符号) は、 $m \neq 2^q$ の場合の Golomb 符号よりも符号化効率がわずかに高いことなどが考えられる。

まず定性的に、 m_{est} が m_{opt} のどの程度良い推定になっているかを確認するために、量子化ガウス性信号について両者の関係を調べた結果を図5に示す。図から明らかなように、両者の値が互いに極めて近いことがわかる。

より定量的に、Golomb パラメータとして m_{est} と m_{opt} を用いた場合の符号化効率をそれぞれ求めた。結果を図6に示す。 m_{est} が十分に良好な推定であることが明白に観察される。

4.4 ハイブリッド符号による効率改善

図4を見ると、比較的大きな d (> 0.6) の値において (すなわち分布がより急峻な場合)、提案方式と2次拡大 Huffman 符号との性能差が大きい。この理由としては、(8) 式は近似であり一般に成り立たっておらず、(特に生起確率が高く符号化効率に大きな影響を及ぼす) z 値が小さな領域において、図2(b)に示されるように z の理論値からの乖離が相対的に

図6 Golomb パラメータの推定値および最適値における符号化効率比較。実線は図4のそれと同一である。 d が小さい領域 ($d < 0.1$) は両者に違いが殆ど見られないため省略
Coding efficiency comparison for estimated and optimal Golomb parameters. The solid line is the same as the solid line in Fig. 4. Small d area (i.e., $d < 0.1$) is omitted since two graphs are almost identical.

大きいことから、被符号化整数に対し対数確率が線形であることを前提としている Golomb 符号は効率が低下してしまうことが考えられる。図2の分布は解析的モデルにより表現することが困難であるため、Merhav らの最適符号化設計⁹⁾のような解析的アプローチで対処することが難しい。

この問題に対する一つの簡易改善策として、 $|x|, |y| \leq H$ の領域 (図7の黒格子点) については2次拡大 Huffman 符号化を施し、残りの部分 ('OB' と呼ぶことにする) については

- OB 符号,
- 領域符号 (2 ビット),
- 後述の写像で得られる値 z に対応する Golomb 符号

を結合した符号により符号化することを試みた。ここで Huffman 符号表の設計において OB 領域全体の生起確率和も考慮しつつ OB 符号を得ておくことに注意する。符号表作成不要という元々の提案手法の利点は薄れるが、 H の値をできるだけ小さな値とすることで符号表作成はできる限り小規模に抑えることとした。

いくつかの写像例を図7中に付記した。距離関数を定式化すると次のようになる:

$$l(x, y) = \max(|x|, |y|) + \frac{\min(|x|, |y|)}{\max(|x|, |y|) + 1} \quad (18)$$

領域 A を例にとると、正写像 $(x, y) \mapsto z$ は次のようになる:

$$z = n_{x-H-1} + 2|y| + \begin{cases} 0 & (y > 0) \\ 1 & (y \leq 0) \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{ただし } n_k = k^2 + (2H + 1)k - 1 \quad (20)$$

逆写像 $z \mapsto (x, y)$ は次のようである:

$$x = k_z + H \quad (21)$$

$$y = (-1)^{z+1} \left\lfloor \frac{z - n_{k-1}}{2} \right\rfloor \quad (22)$$

図7 ハイブリッド Huffman/Golomb 符号化 ($H = 2$) の模式図。
領域 A における最初のいくつかの z 値も付記した
Hybrid Huffman/Golomb coding ($H = 2$). Some of the first z values in
Region A are embedded.

図8 ハイブリッド符号の符号化効率
Coding efficiency of hybrid codes.

となる。ここで k_z は、 k に関する 2 次方程式 $n_k = z$ の正の解に基づき

$$k_z = \left\lceil \frac{-(2H+1) + \sqrt{(2H+1)^2 + 4(z+1)}}{2} \right\rceil \quad (23)$$

として与えられる。このように、この写像は正方向・逆方向ともに解析的であり $o(1)$ のオーダーで計算ができる。図1のような円周状の写像ではないが、2次元 $\mapsto$ 1次元の写像ではあるため、やはりガウス分布を定性的に指数分布に変換することができる。

$H = 3$ および 4 の場合のハイブリッド符号の符号化効率を、2次拡大 Huffman 符号および元々の提案手法と比較したものを図8に示す。 $d > 0.6$ において、 $H = 4$ のハイブリッド符号の性能は大きく改善し2次拡大 Huffman 符号と殆ど遜色のない効率が得られていることがわかる。この結果より、 $((2H+1)^2 + 1)_{H=4} = 82$ 個の符号語の作成を許せば、 $d > 0.6$ つまり (16) 式により分散が 2.86 未満ではこのハイブリッド符号が効果的であるといえる。

5. む す び

本論文では、正規分布を指数分布に可逆写像を施す新手法を提案し、Golomb 符号と組合せることで、従来簡易に高効率符号化ができなかったガウス性信号を、符号表の伝送や生成をせずに高効率に符号化できることを示した。さらに、最適な Golomb パラメータを求める方法についても考察し、符号化実験を通し推定でも十分に良い効率を与えることを示した。また、特に分散が小さく急峻な分布を符号化する際の性能低下は、部分的に2次拡大 Huffman 符号を用いることにより緩和できることも示した。

$(x, y) \mapsto z$ の対応付けは計算機プログラムにより簡易に生成可能であるし、 x および y の最大値がわかっているならば予め対応表を作り記憶しておいてもよい。送受信側で写像 $z(x, y)$ を定義しておけば無論この表は伝送不要である。

〔文 献〕

- 1) S. W. Golomb: "Run-length encodings", IEEE Trans. Inf. Theory, **12**, 3, pp. 399–401 (July 1966)
- 2) P. Boldi and S. Vigna: "Compressed perfect embedded skip lists for quick inverted-index lookups", Proc. SPIRE 2005, **3772**, pp. 25–28 (2005)
- 3) ISO/IEC 14496-10:2003 "Information technology – Coding of audio-visual objects – Part 10: Advanced Video Coding", (2003)
- 4) S. Xue, Y. Xu and B. Oelmann: "Hybrid Golomb codes for a group of quantised GG sources", IEE Proc. Vis. Image Signal Process., **150**, 4, pp. 256–260 (Aug. 2003)
- 5) H. S. Malvar: "Adaptive run-length / Golomb-Rice encoding of quantized generalized gaussian sources with unknown statistics", Proc. Data Comp. Conf. (DCC 2006), pp. 23–32 (2006)
- 6) 高村, 八島: "ガウス情報源の最適符号", 2006 年映像情報学冬季大会, 1-11 (Dec. 2006)
- 7) ISO/IEC 14495 "Information technology – Lossless and near-lossless compression of continuous-tone still images, Part 1: Baseline" (1999)
- 8) ITU-T and ISO/IEC JTC 1, "JSVM 4 software", JVT-Q203 (Oct. 2005)
- 9) N. Merhav, G. Seroussi and M. J. Weinberger: "Optimal prefix codes for sources with two-sided geometric distributions", IEEE Trans. Inf. Theory, **46**, 1, pp. 121–135 (Jan. 2000)

たかむら せいし
高村 誠之 1991 年、東京大学工学部電子工学科卒業。1996 年、同大学院工学系研究科電子工学専攻博士課程修了。同年、日本電信電話(株)入社。以来、画像・映像の高効率圧縮符号化アルゴリズムの研究開発、MPEG 国際標準化活動などに従事。現在、日本電信電話(株)NTT サイバースペース研究所 画像メディア通信プロジェクト 映像符号化技術グループ主任研究員。2005 年～2006 年スタンフォード大学客員研究員。博士(工学)。正会員。

やしま よしゆき
八島 由幸 1981 年、名古屋大学工学部電子工学科卒業。1983 年、同大学院工学研究科電子工学専攻修士課程修了。同年、日本電信電話(株)入社。以来、主として画像信号の高効率符号化アルゴリズム、HDTV 信号符号化装置、動画信号処理、MPEG 関連システムの研究開発に従事。現在、日本電信電話(株)NTT サイバースペース研究所 画像メディア通信プロジェクト 映像符号化技術グループリーダー、主幹研究員。2004 年より東京工業大学客員教授。博士(工学)。正会員。