ホ ロ グ ラ フ ィ ー

大阪大学工学部 鈴木 達 朗

ホログラフィーは、ホログラムの作成および像再生の2段階に分けて行なわれる。ホログラムのもつ像の分離作用、レンズ作用は、物体からの回折波に参照波を加えることによって生ずる。参照波は搬送波を生じ、回折波はその側帯波として解釈される。以上についてホログラフィーの原理、形式、倍率、分解能、搬送波周波数の選択、乾板に要求される分解能などの基礎的事項を解説した。

1. ホログラフィーの歴史とその原理

最近、ホログラフィーが光学界のみならず、多くの研究分野の人達の大きな話題となってきた。実質的には、ホログラフィーは主としてアメリカで1962年以降大きく発展してきたものであるが、その原理はすでに1949年、イギリスのGabor¹⁾によって提案されていたものである。ホログラフィーの形式はいろいろあるが、ここではまず1962年、ミシガン大学のLeith, Upatnieks²⁾によって行なわれた方法を例にとり、レンズを用いた結像方法との差異から説明してみよう。

図1において、(a)はレンズを用いた結像系であって、物体は裏面から照明されているとする。照明光はコヒーレント光またはインコヒーレント光、あるいは、その中間であってもさしつかえない。たとえば、点光源から出た単色波はコヒーレントであり、このような光で照明された物体面上の任意の点から回折された光は、互いに干渉して鮮明な干渉縞を作る。光源の大きさが増大するにつれて、またスペクトル幅が増大するにつれて、コヒーレンシは減少し、干渉縞のコントラストは低下する。このような光を部分的にコヒーレントな光という。コヒーレンシが零となれば、もはや干渉を起こすことはなく、このような光をインコヒーレント光と称する。レーザーを用いれば、水銀灯その他一般の光源にくらべて格段にコヒーレンシの良い光が得られる。

さて、レンズを用いた結像系においては、照明光のコヒーレンシは根本的な問題ではなく、得られた像に多少の影響を与えるにすぎない。

さて、物体面上任意の点において回折されて生じた球面光波は、レンズに入射してその幾何学的像点 P' を中心とする球面波に変換され、 P' に集束してここに P の像 P' を結ぶ。物体をこのような点 P の集りと考えれば、これで任意の物体の像が得られたことになる。すなわち、一般に(レンズを用いた場合においても、ホログラフィーにおいても)、像が得られるための条件は、物体面上任意の点 $P(x, y)$ から出た光波がその幾何学的像点 $P'(Mx, My)$ 、 M =倍率、に充分小さな広がりをもつ

(a) レンズを用いた結像系

(b) ホログラム作成過程

(c) 像再生過程

図1 レンズを用いた結像系とホログラフィーとの比較

筆者紹介

すずき たつろう
鈴木達朗 昭和18年、大阪大学工学部精密工学科卒業。昭和21年より大阪大学工学部に勤務、光学レンズの設計法、光学レンズの像評価、軟X線分光、眼球水晶体の屈折率分布測定などの研究に従事、昭和40年からホログラフィーの研究を開始。現在、工学部応用物理教室所属、教授、工学博士。

"Holography" by Tatsuhiro Suzuki (Faculty of Engineering, Osaka University)

て集束することである。この広がり小さいほど鮮明な像が得られることはもちろんであり、レンズの開口数が大となるにしたがって、また、収差が小さくなるにしたがってこの広がりも小さくなる。なお、レンズを用いた光学系においては、入射光の波長が λ_1 であれば、物体による回折波、レンズによる屈折波の波長は、いずれも λ_1 (照明空間、物体空間、像空間の媒質の屈折率が一樣として) であることを注意を要する。

ホログラフィーにおいては同図 (b), (c) に示したように結像は2段に分けて行なう。(b) はホログラム作成過程である。物体面上任意の点から回折された光波は (a) のレンズと同じ位置におかれた乾板Hに到達する。これと同時にこれら回折波と干渉しうる、すなわちコヒーレントな光波を回折波とは別に加えて乾板Hを照射する。この別に加えた光波を参照波と称する。参照波と回折波は必ずコヒーレントでなければならない。このようにして感光した乾板を現像処理したものをホログラム*と称し、 H_m と書くことにする。

この参照波を加えることは、乾板上に単に物体からの回折波の強度のみを記録させるだけでなく、その位相成分をも記録させるために必要である (後記)。(b) 図の場合、この参照波は入射光の一部をプリズムによって曲げることによって与えた。(c) は像再生の過程である。(b) によって得られたホログラム H_m を波長 λ_2 のコヒーレント光 ($\lambda_2 \neq \lambda_1$ であってもさしつかえない) で照明する。この H_m がもし (b) のように傾いた参照波を加えることによって作成されたものであれば、その像も (c) のように光源から傾いた方向に生じ、したがって、像面は光軸から離れた位置 P'_1 に生ずる。また、(b) のホログラムからは P'_1 と対称の位置 P'_2 に虚像を生ずる。したがって、実像の位置に乾板をおけばその像を撮影でき、また、眼を図のようにおけば虚像 P'_2 を見ることができる。

上にのべたように、ホログラフィーにおいては、物体を照明すると同時に、物体からの回折波と干渉しうる参照波を加えなければならない。したがって、ここに物体の照明方式、参照波の加え方、および光源、物体、乾板の相互位置関係にしたがって種々の形式、性質をもったホログラフィーが生まれ出てくるわけである。

さて、レンズを用いた結像方式にくらべて、ホログラフィーにおいては、これを2段に分けて行なった。このことは一見余計な手数をかけたように思われるかも知れないが、実はこのようにすることによって、レンズ方式にくらべて自由度が大きく増大したことになり、レンズ系のみでは得られない多くの可能性を生み出してきたの

である。たとえば、光の波長の選択である。(a) のレンズ系においては、結像システム全体を通して波長はすべて λ_1 であった。しかしながら、ホログラフィーにおいては、ホログラム作成過程と像再生過程において使用される光の波長の間には本質的に何らの拘束もない。たとえば、もし前者の過程において、波長 λ_1 の光を、後者の過程において λ_2 の光を用いれば、像の倍率 M は

$$M = K \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (1)$$

となる。ここに K はホログラム形式、装置の幾何学的構成から定まる定数である。そこで、たとえば $K=1$ として、 λ_1 として波長 $1 \text{ \AA}$ の電子線、 λ_2 として $6328 \text{ \AA}$ を用いれば、 $M=6328$ を得る。実はこのことが Gabor が 1949 年にホログラフィーを提案した動機であったと思われる。当時の電子顕微鏡においては、電子レンズのもつ大きな球面収差のために、電子波の波長に相当する分解能を得ることは至難のことであった。ホログラフィーにおいては、レンズを用いずに高倍率の結像系を作ることができるので、この難点をさけうと考えたのである*。

またたとえば、(b) のホログラムから (c) によって像再生を行なう場合、像は光軸からはずれた位置に生ずる。この像の横移動量は参照波が光軸となす角度に比例する。したがって、1 個の物体に対してある角度で参照波を加えて乾板Hを露光した後、その物体を取り除き別個の物体を置き、参照波の傾きを適当に増大して再び同一乾板上に露光すれば、このようにして得られた同一乾板から2 個の物体像を、同一像面上別個の位置に分離して同時に再生することができる。

このようにしてホログラフィーは、単にレンズと同様の働きをさせるほかに、多重情報処理、立体像の再現、パターン認識、分光、ひずみ測定への応用など、多くの分野に著々と成果をあげてきた。また、Gabor の夢であった電子線、X線ホログラフィーに対しても、多くの研究者がその研究を押し進めている。立体テレビなどの夢も真剣に考えられるようになってきた。

さきにのべたように、ホログラフィーは Gabor の提案によるものであるが、当時、コヒーレントでかつ輝度の大きな光源が得られなかったこと、および、その方式においては物体に制限があり、また得られた像が良質でなかったなどの理由により、以後 10 余年の間大きな発展がみられなかった。1962 年、Leith, Upatnieks はガスレーザを用い、かつさきにのべた2 ビーム法と呼ばれる方式を用いることによって、画期的に良質な像を得ることに成功し、以後、ホログラフィーの本格的な発展

* それをさらに反転処理したのもホログラムと呼ぶ。

* ホログラフィーにも収差は存在する²⁾。

への端緒を切りひらいた。

ホログラフィーの理論については Gabor から始めるべきであろうが、上にのべた理由および Gabor の方式は以後の方式の特殊形として取り扱うことができるので、ここでは主として 1962 年以後の発展についてのべていきたい。

2. Leith, Upatnieks のホログラフィー²⁾

ホログラム作成過程は図 2 に示すように、レーザーからの光はコンデンサーレンズによって平行光とされ、物体ならびにプリズムに入射する。物体からの回折波とプリズムからの参照波とは乾板 H 上に重なり、干渉してホログラムを作成する。これらの理論をのべる前に、光波の取り扱い方についてちょっとふれておきたい。点 P に点光源があり、角振動数 ω の単色で連続な球面波が放出されているとする。P から単位距離はなれた点における振幅を A とし、ある瞬間において P から放出される光波の位相を零とすれば、P より距離 s だけ離れた P' 点における光波は

$$\frac{A}{s} \cos \omega \left(t - \frac{s}{c} \right) \quad (2)$$

でもってあらわされる。ただし、 c は光速である。一般に

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

であるから、これを用いれば (2) 式は

$$R \left[\frac{A}{s} \exp \left\{ i \omega \left(t - \frac{s}{c} \right) \right\} \right]$$

と書ける。ここに R は実数部をとることを意味する。光の干渉現象のように光波の重ね合わせを考える場合には、 $R[]$ の代わりに $[]$ の中だけを取り扱い、最後にその実数部をとっても結果は同じである。そこで以後は $R[]$ の代わりに

$$\begin{aligned} \frac{A}{s} \exp \left\{ i \omega \left(t - \frac{s}{c} \right) \right\} &= \frac{A}{s} \exp(i\omega t) \exp \left(-i\omega \frac{s}{c} \right) \\ &= \frac{A}{s} \exp(i\omega t) \exp \left(-2\pi i \frac{s}{\lambda} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

を用いる。ただし $\omega = 2\pi c/\lambda$ 、 λ は光の波長。

光の干渉は同じ周波数の光の間でしか観測されないから、干渉しうべき光波を重ねた場合、(3) 式の $\exp(i\omega t)$ はすべての光波について共通である。したがって (3) 式を

図 2 ホログラム作成過程

$$\left\{ \frac{A}{s} \exp \left(-2\pi i \frac{s}{\lambda} \right) \right\} \exp(i\omega t)$$

と書き、 $\{ \}$ 内を複素振幅と呼び、 u でもってあらわす。すなわち

$$u = \frac{A}{s} \exp \left(-2\pi i \frac{s}{\lambda} \right) \quad (4)$$

光波の干渉現象を取り扱うには、通常この u のみを使うことで充分である。 u を単に振幅と呼ぶこともある。

本題にもどり、物体として図 3 (a) のように最も簡単なピンホール P を考える。P はどこにあっても以後の論は同一であるから、便宜上光軸 PO 上にあるとする。Q は乾板 H 上の任意の点である。式を簡略化するために 2 次元、すなわち紙面上のみについて考え

$$\overline{OQ} = x, \overline{PQ} = s, \overline{PO} = f$$

とする。ピンホール P が充分小さいならば、P からの回折波は球面波となり、Q 点におけるその振幅 u_d は (4) 式より

$$u_d = \frac{A}{s} \exp \left(-2\pi i \frac{s}{\lambda_1} \right) \quad (5)$$

となる。脚符 d は回折波という意味で付した。乾板 H の大きさが f にくらべて充分小さいならば

$$\frac{A}{s} \doteq \frac{A}{f} = A_0 = \text{定数}$$

と考えてよい。また

$$s^2 = f^2 + x^2$$

したがって、 $x \ll f$ であれば

$$s \doteq f + \frac{x^2}{2f} \quad (6)$$

したがって

$$\begin{aligned} u_d &= A_0 \exp \left(-2\pi i \frac{f}{\lambda_1} \right) \exp \left(-\pi i \frac{x^2}{f\lambda_1} \right) \\ &= A_d \exp \left(-\pi i \frac{x^2}{f\lambda_1} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

(a) ピンホールからの球面回折波面 $u_d(x)$

(b) 参照波面 $u_r(x)$

図 3 ピンホールからの回折波面 $u_d(x)$ と参照波面 $u_r(x)$

以上は物体面を基準にして光波をあらわしたわけであるが、乾板Hを基準にしてあらわせば、Q点における位相は光波よりも $\pi x^2/f\lambda_1$ だけ進んでいるといえる。したがって、以後においては光学の習慣にしたがって図3(a)のような発散波を(7)式の代わりに

$$u_d = A_d \exp\left(+\pi i \frac{x^2}{f\lambda_1}\right) \quad (8)$$

と書くことにする。ここに

$$A_d = A_0 \exp\left(-2\pi i \frac{f}{\lambda_1}\right)$$

は、Pにおける透過光の振幅に比例するわけである。

一方、参照波はプリズムによって光軸と角 θ をなすように曲げられた平面波である。そのO点を通過する波面(等位相面)は乾板と角 θ をなす。そこで、(8)式のようにO点における振幅を A_r と書けば、上とまったく同じ取り扱いによってQ点の振幅 u_r は図(b)より

$$u_r = A_r \exp\left(-2\pi i \frac{QQ'}{\lambda_1}\right)$$

と書ける。脚符 r は参照波(reference beam)の意味で付した。一方、

$$\overline{QQ'} = x \sin \theta \doteq x\theta$$

したがって、

$$u_r = A_r \exp\left(-2\pi i \frac{x\theta}{\lambda_1}\right) \quad (9)$$

(8)、(9)式における A_d 、 A_r はいずれも複素数であるが、実数として取り扱っても以後の論には本質的な影響はないので、便宜上実数として取り扱う。

Q点における振幅 u は

$$u = u_d + u_r \quad (10)$$

乾板に記録されるのは強度であるから、 $Q(x)$ の強度 $I(x)$ は

$$I(x) = |u|^2 = u \times u^* \quad (11)$$

ここに u^* は u の複素共軛をあらわす。(8)、(9)式を(10)式に代入して(11)式を計算すれば

$$I(x) = A_r^2 + A_d^2 + 2A_r A_d \cos \pi \left(\frac{2x\theta}{\lambda_1} + \frac{x^2}{f\lambda_1} \right) \quad (12)$$

すなわち、乾板Hに記録された強度は、その平均値が $A_r^2 + A_d^2$ で、振幅が $2A_r A_d$ の cosine 波である。その cosine 波の空間角周波数 $\omega(x)$ は(12)式の()内を x で微分して

$$\omega(x) = 2\pi \left(\frac{\theta}{\lambda_1} + \frac{x}{f\lambda_1} \right) \quad (13)$$

すなわち、記録された強度はその周波数が θ/λ_1 の搬送波が、信号(回折波が球面波であるという情報)によって $x/f\lambda_1$ だけ周波数変調を受けたものであることがわ

(a) 乾板H上に得られた干渉縞、すなわち搬送波(物体が一樣に透明な場合)

(b) 搬送波が物体からの回折波により周波数ならびに振幅変調を受けた状態

写真1 搬送波と、それが信号(物体)によって変調を受けた状態

図4 Fresnel zone plate (フレネル帯板)

かる。搬送波周波数 θ/λ_1 は、参照波の傾角 θ に比例することも明らかである。写真1(a)は物体が一樣で、かつ透明である場合に得られた干渉縞、すなわち搬送波を示す。同(b)は一般の物体を挿入した場合に得られたホログラムで、搬送波が周波数ならびに振幅変調を受けていることがわかる。

そこで、もしこのように参照波を入れなかったとすれば、どのようになるであろうか。その場合の強度 I は(8)式より

$$I = |u_d|^2 = u_d \times u_d^* = A_d^2 = \text{一定} \quad (14)$$

すなわち、単に一樣に感光した乾板である。このような乾板はピンホールからの球面波でなくとも一樣な散光によっても得られ、特にピンホールからの球面波を記録したという特別の情報はなんら含まれていない。参照波を導入することによって初めて、この情報は(12)式で示した干渉縞という形で記録されたことになる。(12)式は1次元 x のみで書いたが、乾板は2次元であり、参照波の傾き θ を零とすれば、これはいわゆる図4に示す Fresnel の zone plate にほかならない。

このようにして感光した乾板Hを現像して、コヒーレントな平面波で図5のように照明したとする。乾板のH-D曲線の直線部を使用したとして、そのガンマを γ

図5 像再生における (16) 式の各項の作用

とかけば、透過光の振幅 $T(x)$ は乾板 H-D 曲線および γ の定義から³⁾

$$T(x) \propto I(x)^{-\frac{\gamma}{2}} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} &= \left\{ A_r^2 + A_d^2 + 2 A_r A_d \cos \pi \left(\frac{2x\theta}{\lambda_1} + \frac{x^2}{f\lambda_1} \right) \right\}^{-\frac{\gamma}{2}} \\ &\propto 2 A_r^2 - \gamma A_d^2 - 2 \gamma A_r A_d \cos \pi \left(\frac{2x\theta}{\lambda_1} + \frac{x^2}{f\lambda_1} \right) \\ &= 2 A_r^2 - \gamma A_d^2 - \gamma A_r A_d \exp \left(2 \pi i \frac{x\theta}{\lambda_1} \right) \exp \left(\pi i \frac{x^2}{f\lambda_1} \right) \\ &\quad - \gamma A_r A_d \exp \left(-2 \pi i \frac{x\theta}{\lambda_1} \right) \exp \left(-\pi i \frac{x^2}{f\lambda_1} \right) \quad (16) \end{aligned}$$

ただし、 $A_r \gg A_d$ とした。

(16) 式の第1項、第2項は定数であり、したがって、 H_m を透過して直進する平面波をあらわす。第4項の $\exp(-2\pi i x \theta / \lambda_1)$ は、(9) 式と比較すれば下方に向けた平面波であり、 H_m のもつプリズム作用をあらわす。 $\exp(-\pi i x^2 / f \lambda_1)$ は(8) 式と比較すれば、 H_m から距離 f の一点に収束する球面波であることがわかる。すなわち、これは H_m のもつ凸レンズ作用をあらわす。その焦点距離は f である。結局、第4項はその光軸が H_m と角 θ だけ傾いた収束の球面波をあらわし、図5の P_r' に P の実像を結ぶ。第3項の $\exp(+2\pi i x \theta / \lambda_1)$ は、その光軸を上方に角 θ だけ曲げるプリズム作用を、 $\exp(+\pi i x^2 / f \lambda_1)$ は(8) 式と比較すれば、点 P から発した発散球面波をあらわすことは明らかである。すなわちこれは H_m のもつ凹レンズ作用をあらわす。

結局、1枚のホログラムは、光軸を下方および上方に曲げるプリズム作用と、下方に曲げられた光束に対しては凸レンズ作用を、上方に曲げられた光束に対しては凹レンズ作用をあわせもつことがわかる。したがって、図5のように実像 P_r' と H_m に対して P_r' の対称の位置に虚像 P_v' を生ずることになる。

以上のことは、乾板は本質的には強度のみしか記録することができず、したがって、それに入射した光波は互いに共軛な2種の光波を発生することからも理解されよう。

(a) 第4項の作用 P_r'

(b) 第3項の作用 P_v'

図6 1枚のホログラムのもつレンズ作用とプリズム作用

(a)

(b)

図7 球面波と参照波の接点 x_0 がフレネル帯板の中心となり、(b)のように光軸から x_0 はなれたレンズとして作用する

以上を図的にあらわせれば図6のようになる。図(a)は第4項を、図(b)は第3項をあらわす。

さて、これらレンズ作用は、先にのべたようにフレネル帯板の作用にもとづくものである。それから考えると、上のことは次のように解釈することもできる。フレネル帯板の周波数は(13) 式より

$$\omega(x) = 2\pi \left(\frac{\theta}{\lambda_1} + \frac{x}{f\lambda_1} \right) \quad (17)$$

帯板の中心 x_0 は $\omega(x) = 0$ の点である。すなわち

$$x_0 = -f\theta \quad (18)$$

この x_0 を中心として図4のようなフレネル帯板を生じていることになる。このことは図7(a)において、光軸上の点 P から発した球面波と、光軸と角 θ だけ傾いた参照波の波面との切点の座標が $-f\theta$ であることから容易にわかるであろう。切点においては両波の位相差は零で、これを中心として同心円からなる帯板を生ずる。この帯板はすでにのべたように凸レンズ作用(16) 式の第4項の $\exp(-\pi i x^2 / f \lambda_1)$ と凹レンズ作用とを有する。そこで簡単のために凸レンズ作用だけを考えれば、同(b)図に示すように、これは焦点距離 f の凸レンズを光軸から $-f\theta$ だけその中心を外して置いたことに相当する。したがって、光軸に平行に入射したビームは図の P_r' に結像して実像を結ぶ。凸レンズの代わりに凹レンズを考えれば P_v' が得られる。

3. ホログラフィーの分解能

ホログラムの結像作用はフレネル帯板によるものであり、フレネル帯板は(16)式でのべたようにレンズ作用をするものであるから、ホログラムの分解能は、このレンズの半径、すなわちフレネル帯板の半径を知られば求められる。(17), (18) 式より、そのフレネル帯板は中心 x_0 を原点とすれば、その角周波数は

$$\omega(x) = 2\pi \frac{x}{f\lambda_1} \quad (19)$$

$\omega = 2\pi\nu$ より、周波数 $\nu = x/f\lambda_1$ 。この ν は空間周波数であり、 x が大となるにしたがって ν が増大する(同心円が図4のように密になる)ことがわかる。したがって、乾板の分解能 N よりも ν が大となれば、乾板はもはやそのような密な同心干渉環を区別して記録することができず、一様な濃度として記録される。したがって、 $\nu = N$ となるような x がフレネル帯板の最大半径となる。これを x_m とすれば、

$$x_m = f\lambda_1 N \quad (20)$$

一方、半径 x_m のレンズによって生じた点光源の像(Airy disk)の半径 ε は

$$\varepsilon = 0.61 \frac{f\lambda_1}{x_m} \quad (21)$$

したがって

$$\varepsilon = \frac{0.61}{N} \quad (22)$$

すなわち、このようなホログラフィーの分解能は、まったく乾板の分解能 N によって定まってしまうことがわかる。

以上はさきにもべた Leith, Upatnieks の平行ビームを用いて物体照明ならびに参照波を与えた場合であって、ホログラフィーの形式が異なれば、この値ははなはだしく異なる。したがって、ホログラフィーを用いる用途、たとえば直視的な立体像を得ようとするのか、顕微

図8 平行2ビームで作成されたホログラムを $\lambda_2 = \lambda_1$ の平行ビームで像再生した場合の倍率関係 ($\lambda_2 = \lambda_1$ で $M=1$)

4. ホログラフィーの倍率

3. においてのべたように、ホログラムがレンズ作用をもつのは、回折波に参照波を加えた結果であり、回折波のみではレンズ作用を有しない。また、像 P_R' と P_V' とを光軸からみて $\pm\theta$ の2方向に分離する作用は、参照波を光軸と角 $-\theta$ だけ傾けて入射させたことによる。ホログラムのもつ焦点距離 f は、参照波として平行ビームを用いるか点光源から生じた発散光を用いるかによって異なるのであるが、これらについては後でのべることにして、ここでは図1(b)のように平行ビームの参照波を用い、それを光軸に対して角 $-\theta$ だけ斜方向から入射させた場合を考える。

物体として図8(a)のように光軸上にあるピンホール P_0 と、それから δ だけ離れたピンホール P_1 の2個を考える。乾板Hは物体面から f の位置にあるとする。 P_0 からの回折光によって生じたフレネル帯板の中心 x_0 は、図7でのべたように $x_0 = -f\theta$ である、まったく同様にして、 P_1 からの回折光によって生じた帯板の中心 x_1 は $x_1 = -f\theta + \delta$ である。このようにして得られたホログラム H_m を光軸に平行で、かつ H_m を作成した場合と同じ波長の光で照射したとすれば、その H_m は焦点距離が f でその中心が光軸からそれぞれ x_0 および x_1 だけ離れた凸および凹レンズ作用をもつことはすでにのべたとおりである。そこで簡単のため、凸レンズ作用のみを考えれば、その像面Rは H_m から f だけ離れた位置にあり、図8で示したように P_0 の像 P_{R0}' は光軸から $-f\theta$ だけ離れた位置に、 P_1 の像 P_{R1}' は光軸から $-f\theta + \delta$ だけ離れた位置に生ずる。したがって像の間隔は

$$(-f\theta + \delta) - (-f\theta) = \delta$$

すなわち、このようなホログラフィーの倍率 M は $M = 1$ である。以上の関係を図8(a), (b)に示した。

次に、図8(a)のようにして作られた先と同じ H_m を、図(b)のように平行ビームでもって像再生を行な

図9 平行2ビームで作成されたホログラムを点光源で像再生した場合の倍率関係 $M = (a+b)/a, (1/a) + (1/b) = 1/f$ λ_1 の代わりに λ_2 の光を使えば $f' = f(\lambda_1/\lambda_2)$

う代わりに、図9のように、 H_m より左側、距離 a にある点光源からの発散光で像再生を行なった場合を考える。 H_m の焦点距離は f であるから（焦点距離 f は図1(b)の場合は物体面と乾板面との距離と同じである）、光源 P に対する像面距離 b (H_m から像面 R までの距離) は

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (23)$$

で定まる。物体 P_0 に対しては H_m 上の帯板は光軸からその中心が x_0 だけ離れた位置に生じ、焦点距離 f のレンズと同じ作用をするから、 P の像 $P_{R0'}$ は図9から

$$\overline{P'P_{R0'}} = x_0 \times \frac{a+b}{a} = f\theta \times \frac{a+b}{a} \quad (24')$$

とできる。この $P_{R0'}$ がピンホール P_0 の像にほかならない。物体 P_1 に対しては同様にしてその像 $P_{R1'}$ は

$$\overline{P'P_{R1'}} = x_1 \times \frac{a+b}{a} = (f\theta - \delta) \times \frac{a+b}{a} \quad (24'')$$

に生ずる。したがって像間隔 Δ は

$$\Delta = \overline{P'P_{R0'}} - \overline{P'P_{R1'}} = \delta \times \frac{a+b}{a} \quad (24)$$

倍率 M は

$$M = \frac{\Delta}{\delta} = \frac{a+b}{a} \quad (25)$$

(23) 式と (25) 式から a を消去すれば

$$M = \frac{b}{f} \quad (26)$$

とも書ける。すなわち、像面位置は (23) 式から、倍率 M は (26) 式から求められる。以上は物体としてピンホールを考えたが、一般の物体についても同様である。

以上は像再生を H_m 作成と同じ波長の光で行なった場合である。そこで H_m は波長 λ_1 の光で、像再生は波長 λ_2 の光で行なった場合を考えよう。像再生を同じく波長 λ_1 の光で行なえば、図1(b)の H_m の焦点距離は f であった。これを波長 λ_2 の光で像再生を行なえば、その焦点距離は f' に変わる。この f' を求めるために次のようなことを考えてみよう。図10(a)のように物体として光軸上のピンホール P_0 を考え、波長 λ_1 の

光を用いて P_0 を照明し、 P_0 から距離 f の所にある乾板 H 上の複素振幅 u_d を考える。(8) 式より

$$u_d = A_d \exp\left(+\pi i \frac{x^2}{f\lambda_1}\right) \quad (27)$$

次に同じく (b) 図のように波長 λ_2 の光を用いて P_0 を照明し、 P_0 より距離 f' にある乾板 H 上の複素振幅 u_d' を求めると、(8) 式より

$$u_d' = A_d' \exp\left(+i\pi \frac{x^2}{f'\lambda_2}\right) \quad (28)$$

A_d , A_d' は単に光波の強度に関係し、したがって、これに参照波を加えたときに生ずる帯板の濃度のみに関係し、その帯板のフリッジ間隔とは無関係な量であるから、これを無視して考える。もし、 u_d と u_d' が同一の x に対して同じであれば u_d に波長 λ_1 の参照波を、 u_d' に波長 λ_2 の参照波を加えたときはまったく同一のフレネル帯板を生ずることは明らかである。したがって、その場合は

$$f\lambda_1 = f'\lambda_2 \quad (29)$$

でなければならない。換言すれば、波長 λ_1 の光を用いて生じた帯板 (λ_1 の光に対して焦点距離 f) を波長 λ_2 の光で照明すれば、その帯板の焦点距離は

$$f' = f \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (30)$$

に変化することである。

したがって、像再生に波長 λ_2 の光を用いるならば、像面位置は (23) 式の f を f' と書きかえて

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f'} \quad (31)$$

倍率 M は (26) 式より

$$M = \frac{b'}{f'} = \frac{b'}{f} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (32)$$

したがって、(26) 式と比較して、 $b'=b$ となるように光源位置 a' を調整するならば、 $\lambda_2 \gg \lambda_1$ であれば、はなはだ大きな倍率 M が得られることがわかる。

もちろん、結像系において単に倍率が大きいということとは意味がなく、倍率に似合う分解能が伴わなければならない。一方、分解能は図1(b)のような平行2ビーム系のホログラフィーでは、(22) 式でのべたように乾板の解像本数 N によってまったく定まってしまう。したがって、このような方法によって Micro-Holography を実現するためには、解像力の良い乾板が得られることが先決問題となる。コダック社の乾板 649 F では解像本数 2000 本/mm に達する。アメリカでホログラフィーが大きな発展を遂げた理由のひとつは、この乾板を自由に利用できたことにある。

以上においては、ホログラフィーの結像作用を説明す

図10 入射光の波長、距離 P_0O と複素振幅との関係

 図 11 点光源 S, S_c を用いた 2 ビームホログラム作成

図 12 像再生

るために、もっぱら Leith, Upatnieks が発展させた初期の平行 2 ビーム法についてのべたが、ホログラフィーはその後種々の形式をとって発展してきた。次にそれらについて簡単にふれてみよう。

5. ホログラフィーの一般的な取扱い⁴⁾

図 11 において S, S_c はそれぞれ点光源とする。物体 O と S, S_c および乾板 H までの距離をそれぞれ p₁, p_c, q₁ とし、S は光軸上にあるとする。S_c と光軸までの距離を r_c、光軸と物面 O との交点を原点として、O 上の座標を r'、H 上の座標を r とする。もし p₁, p_c が無限大となり tan θ = r_c/p_c であれば、平行 2 ビーム系となる。S および S_c からの光はコヒーレントであるとして、その波長を λ₁ とする。像再生は図 12 のようにして行なう。光源 S_r の波長は λ₂ とする。以下、簡単のためすべて紙面内の 2 次元の取り扱いとする。距離 p₁, q₁ は物体の大きさ 2a よりも充分大きいとすれば、H 面上の複素振幅の計算には Fresnel-Kirchhoff の第 1 近似式を用いることができる。もし物体が完全に透明であれば、光源 S によって H 上に生じた振幅 u₀ は (8) 式とまったく同様にして

$$u_0 = A_0 \exp \left\{ i\pi \frac{r^2}{\lambda_1(p_1 + q_1)} \right\} \quad (33)$$

〔(注) (8) 式の f の代わりに p₁+q₁, x の代わりに r とおけばよい〕。また、S_c によって H 上に生ずる振幅 u_c は同様に

$$u_c = A_c \exp \left\{ i\pi \frac{(r - r_c)^2}{\lambda_1(p_1 + q_1)} \right\} \quad (34)$$

H 上の合成振幅は u₀+u_c となる。ここに A₀ は H と光軸との交点における光波の振幅で、S から単位距離における光波の振幅を A' とすれば、S からは球面波が出るから

$$A_0 = \frac{A'}{p_1 + q_1} \exp \left\{ i\frac{2\pi}{\lambda_1}(p_1 + q_1) \right\}$$

そこで同様に、S から発して O 上の点 P(r') に達した光波の振幅は

$$\frac{A'}{p_1} \exp \left(i\frac{2\pi}{\lambda_1}p_1 \right) \exp \left(i\frac{\pi}{\lambda_1 p_1}r'^2 \right)$$

そこで、物体の振幅透過率を t(r') とすれば、これが上記の光波によって照明され、透過、回折された光波が H 上の点 Q(r) に与える合成振幅 τ'(r) は Fresnel-Kirchhoff の回折積分から⁵⁾

$$\begin{aligned} \tau'(r) &= -i \frac{A'}{p_1 \lambda_1 q_1} \exp \left(i\frac{2\pi}{\lambda_1}p_1 \right) \int t(r') \exp \left(i\frac{\pi}{\lambda_1 p_1}r'^2 \right) \\ &\quad \times \exp \left(i\frac{2\pi}{\lambda_1}q_1 \right) \exp \left\{ i\frac{(r - r')^2}{\lambda_1 q_1} \right\} dr' \\ &= -i \frac{1}{\lambda_1 q_1} \frac{A'}{p_1} \exp \left\{ i\frac{2\pi}{\lambda_1}(p_1 + q_1) \right\} \\ &\quad \times \int t(r') \exp \left(i\frac{\pi}{\lambda_1 p_1}r'^2 \right) \exp \left\{ i\frac{(r - r')^2}{\lambda_1 q_1} \right\} dr' \\ &= -i \frac{1}{\lambda_1 q_1} \frac{p_1 + q_1}{p_1} A_0 \int t(r') \exp \left(i\frac{\pi}{\lambda_1 p_1}r'^2 \right) \\ &\quad \times \exp \left\{ i\frac{(r - r')^2}{\lambda_1 q_1} \right\} dr' \\ &= -i \frac{M_1}{\lambda_1 q_1} u_0 \int t(r') \exp \left(i\frac{\pi}{\lambda_1 p_1}r'^2 \right) \exp \left\{ i\frac{(r - r')^2}{\lambda_1 q_1} \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ -i\frac{r^2}{\lambda_1(p_1 + q_1)} \right\} dr' \\ &= -i B u_0 \int t(r') \exp \left\{ i\frac{\pi}{\lambda_1} \frac{r'(p_1 + q_1) - p_1 r}{p_1 q_1(p_1 + q_1)} \right\} dr' \end{aligned} \quad (35)$$

$$\text{ただし } M_1 = \frac{p_1 + q_1}{p_1} \quad (36)$$

は図 11 において物体 O の H 面上における影の倍率であり、

$$B = \frac{M_1}{\lambda_1 q_1} \quad (37)$$

ここで r = ρM₁ と変数変換を行なう。すなわち ρ は H 上の点 Q(r) と S とを結んだ直線が O 面と交わる点の座標である。これより (35) 式は

$$\begin{aligned} \tau'(r) &= -i B u_0 \int t(r') \exp \{ i\pi B(r' - \rho)^2 \} dr' \\ &= u_0 \tau(\rho) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\text{ただし } \tau(\rho) = -i B \int t(r') \exp \{ i\pi B(r' - \rho)^2 \} dr' \quad (37)$$

これを t(r') のフレネル変換と称し、記号的に次のようにあらわす。

$$\tau(\rho) = t(\rho) * Z(\rho) \quad (38)$$

$$\text{ここに } Z(\rho) = -i B \exp(i\pi B \rho^2) \quad (39)$$

で、* はたたみこみ積分をあらわす。

要するに、物体 $t(r')$ を挿入した場合、H上の複素振幅は $u_c + u_0\tau(\rho)$ であらわされ、 $\tau(\rho)$ は (37) 式または (38) 式であらわされるということである。

乾板Hは強度を記録するから、強度 $I(r)$ は

$$I(r) = |u_c + u_0\tau(\rho)|^2 \\ = \{u_c + u_0\tau(\rho)\} \{u_c + u_0\tau(\rho)\}^* \quad (40)$$

肩符 * は { } 内の複素共軛をあらわす。このようにして生じたホログラム H_m を波長 λ_2 の平行ビームで照明したとして、簡単のためにその透過光の振幅は $I(r)$ に比例するとすれば (実際は (15) 式のように $-1/2$ 乗しなければならないが、以下の論では、このことは本質的に大きな意味をもたないので、このようにした)、その透過光の振幅 u_m は

$$u_m = |u_c|^2 + |u_0\tau|^2 + u_R + u_V \quad (41)$$

ここに

$$u_V = u_R^* = C i(r) \exp(i 2 \pi F r) \quad (42)$$

$$i(r) = \tau(\rho) \exp\left(-i \pi \frac{r^2}{\lambda_2 f_1}\right) \quad (43)$$

$$\frac{1}{f_1} = \mu \left[\frac{1}{p_c + q_1} - \frac{1}{p_1 + q_1} \right] \quad (44)$$

$$\mu = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (45)$$

$$F = \left(\frac{1}{\lambda_1} \right) \frac{r_c}{p_c + q_1} \quad (46)$$

$$C = u_c^* u_0 \exp\left[-i \pi \frac{r_c^2}{\lambda_1 (p_c + q_1)}\right] \quad (47)$$

以上の (42) 式は (40) 式に (33), (34) 式の u_0, u_c および $\tau(\rho)$ を代入し、 $u_V = u_c^* u_0 \tau$, $u_R = u_c u_0^* \tau$ とおけば得られる。

(41) 式の第1項は直進光 (零次光)、第2項が零次光の周囲に広がるいわゆる distortion 項で、やはり無意味な像を、第3項、第4項がそれぞれ物体に対応する2個の像を与えるわけである。

そこで、たとえば u_R を見てみよう。定数 C を除外して考えるならば、これは $i^*(r) \exp(-i 2 \pi F r)$ 、また u_V は $i(r) \exp(i 2 \pi F r)$ である。この $\exp(\quad)$ 内の F は (46) 式よりみられるとおり、 r_c によって生ずる。すなわち S_c が光軸から離れて存在することによって生ずる。換言すれば、参照波を光軸に対して角度をもって入射させたことから生じ、図1(b)の θ を与えたことに対応する。この F を搬送波周波数と称する。物体が存在しない場合、H上に生ずる干渉縞の空間周波数である。

このように、 r の1次の項は入射ビームを下または上方に曲げるプリズム作用をもつことは、すでにのべたとおりであり、 F が大きいほどその偏角は大きい。 u_R と

u_V で $\exp(\quad)$ の $(\quad)$ 内の符号が逆転することから、 u_R と u_V とは上下に分離されることがわかる。これら u_R, u_V によって生ずる像が互いに分離され、かつ光軸近傍に $|u_c|^2 + |u_0\tau|^2$ によって生ずる無意味な光像とも分離されるためには、 F に適当な大きさを、したがって r_c を適当な大きさにしなければならない。要するに $\exp(i 2 \pi F r)$ は2個の像を分離するための項であり、ホログラフィーの画像の性質は $i(r)$ の中に含まれている。そこで次に、これら $i^*(r)$ および $i(r)$ の性質を調べてみよう。

まず、 S と S_c が一致した場合を考える。これが最初 Gabor が取り扱ったものであり、参照波は物体Oを素通りした光波、つまり零次回折光そのものによって与えられる。 $p_c = p_1$ であるから (44) 式より $1/f_1 = 0$ 、したがって (43) 式より $i(r) = \tau(\rho)$ 、また $r_c = 0$ であるから、(46) 式より $F = 0$ 、すなわち、2個の像の偏角は零であって重なり合う。このようなホログラム $\tau(\rho)$ の焦点距離 f_G を求めてみよう。図13において、物体が存在しなかった場合のH面上の振幅は

$$u_0 \exp\left\{ \frac{i \pi r^2}{\lambda_1 (p_1 + q_1)} \right\}$$

また、光軸上にピンホール P_0 を置いたときH上に生ずる振幅は

$$u_0' \exp\left(\frac{i \pi r^2}{\lambda_1 q_1} \right)$$

合成振幅は

$$u = u_0 \exp\left\{ \frac{i \pi r^2}{\lambda_1 (p_1 + q_1)} \right\} + u_0' \exp\left(\frac{i \pi r^2}{\lambda_1 q_1} \right)$$

強度は

$$I(r) = u u^* = u_0^2 + u_0'^2 \\ + 2 u_0 u_0' \cos \frac{\pi r^2}{\lambda_1} \left(\frac{1}{q_1} - \frac{1}{p_1 + q_1} \right)$$

このようなフレネル帯板は λ_1 の波長の光に対して焦点距離 $f = \{1/q_1\} - \{1/(p_1 + q_1)\}$ をもつことはすでにのべた。この帯板は波長 λ_2 の光に対しては (29) 式より $f \lambda_1 = f_G \lambda_2$ 。これより

$$\pm \frac{1}{f_G} = \pm \frac{\mu}{M_1 q_1} \quad (48)$$

$\pm$ は帯板が正負レンズの作用をなすことから付した。これより像再生において、与えられた p_2 に対する像面位

置 q_2 は

$$\pm \frac{1}{f_G} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} \quad (49)$$

から求められる。注意すべきことは S と S_c が一致した、すなわち、1 個の点光源からなる H_m が焦点距離 $\pm f_G$ のレンズ作用をもつことである。総合倍率は

$$M = M_1 M_2 = \pm \mu \frac{q_2}{q_1} \quad (50)$$

次に、 S と S_c がともに光軸上に存在し、かつその位置が異なる場合を考えよう。 S_c が光軸上にない場合 ($r_c \neq 0$) は F が存在して 2 個の像が分離することであるから、ここでは簡単に、ともに光軸上にある場合を考えよう。この場合は $p_c \neq p_1$ 、したがって (44) 式より $1/f_1 \neq 0$ 。したがって (43) 式の $\exp(-i\pi r^2/\lambda_2 f_1)$ の () 内は零とは異なり、かつ r^2 の項であるから、これは焦点距離 f_1 の凸レンズ作用をもつことがわかる〔注：焦点距離 f の凸レンズに波長 λ の、光軸に平行な光束が入射した場合、屈折光の H 上の複素振幅は $\exp(-i\pi r^2/\lambda f)$ 〕。したがって、 u_R, u_V の $\tau(\rho)$ はそれぞれ $+f_G, -f_G$ の焦点距離をもち、かつ i^* 、 i はそれぞれ $-f_1, +f_1$ の焦点距離をもつから、 u_R, u_V に付随する焦点距離 $+f_L, -f_L$ は、これら 2 個のレンズを密着させた場合と同様となって、 u_R に対して：

$$\frac{1}{f_L} = \frac{1}{f_G} - \frac{1}{f_1} \quad (51a)$$

u_V に対して：

$$-\frac{1}{f_L} = -\frac{1}{f_G} + \frac{1}{f_1} \quad (51b)$$

(44) 式と (48) 式より結局

$$\frac{1}{f_L} = \frac{\mu}{f_G q_1} \quad (52)$$

となり、像面位置 q_2 は

$$u_R \text{ に対して } \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_L}, \quad (53a)$$

$$u_V \text{ に対して } \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2} = -\frac{1}{f_L} \quad (53b)$$

で与えられる。

総合倍率 M は

$$M = M_c M_2 \quad (54)$$

ただし

$$M_c = 1 + \frac{q_1}{p_c} \quad (55)$$

6. ホログラムの分類

まず、分類を行なう前に次のようなことを考えてみよう

表 1 $\tilde{t}(r)$ の 4 種の特種形式およびそのフーリエ変換 $\tilde{T}(R)$

ホログラムのタイプ	$\tilde{t}(r)$	$\tilde{T}(R)$
Fresnel transform	$t(\alpha r) * \exp(i\pi \beta r^2)$	$T(\alpha^{-1}R) \exp(-i\pi \beta^{-1}R^2)$
Geometrical shadowgram	$t(\alpha r)$	$T(\alpha^{-1}R)$
quasi-Fourier transform	$T(\alpha r) * \exp(i\pi \beta r^2)$	$t(\alpha^{-1}R) \exp(-i\pi \beta^{-1}R^2)$
Fourier transform	$T(\alpha r)$	$t(\alpha^{-1}R)$

(注) 本表は文献 4) より転載。* はたたみこみ積分をあらわす。

う。たとえば、四角な孔を後方より点光源からの球面波または平面波で照明したとする。スクリーンを孔の前方直前に置いたとすれば、明瞭な孔の影の像が得られるであろう。

このように明瞭な影の像が得られる範囲の距離を shadow 領域という。それから離れるにしたがって、物体にかけられた孔の端による回折現象が目立ち、スクリーンに生じた影の端は次第にぼやけてくる。こうしてなお原形が認められるような領域を Fresnel 領域という。さらにスクリーンを離せば、孔の形はもはや認められず、スクリーン上には物体の形のフーリエスペクトラム、すなわち Fraunhofer 回折像がみられる。この領域を Far-Field 領域という。Winthrop⁴⁾ らはこれを数量的に次のようにあらわしている。

(a) Fresnel-transform hologram
 S と S_c は同一平面内にある

(b) quasi-Fourier-transform hologram
 S と O は同一平面内にある

(c) Fourier-transform hologram
 S_c と O は同一平面内にある
 O はレンズ L の後側主平面内にある
 $O = t(r)$

図 14 ホログラムの 3 種の代表形 (一般形は図 11 に示した (文献 4) より転載)

いずれの場合においても S と S_c は必ず同一の点光源から得られたビームを 2 個のビームに分割したもののから与えられる。

物体の大きさは最大 $2a$ で、物体の含む最大空間周波数を R_0 とする。また、次のような長さ l を定義する。

$$l = \left(\frac{\lambda_1 q_1}{M_1} \right)^{1/2} \quad (56)$$

そうすれば

$$\left. \begin{array}{ll} l < R_0^{-1} & \text{Shadow 領域} \\ l > a & \text{Far-Field 領域} \\ R_0^{-1} < l < a & \text{Fresnel 領域} \end{array} \right\} \quad (57)$$

したがって、物体 O と乾板 H との距離 q_1 、波長 λ_1 、倍率 M_1 、 R_0 、 a の相互関係から、そのホログラムがいずれの領域に属するかを知ることができる。しかしながら、それぞれの領域においても光源 S 、 S_c と物体 O からの距離 p_1 、 p_c との相互関係によって、さらに基本的な分類を行なうことができる*。たとえば、Shadow 領域においても、もし乾板 H を物体にきわめて接近させたならば、 $i(r)$ は物体 $t(r')$ の単なる拡大像 $t(\alpha r)$ となるであろう。また、物体が Far-Field 領域にあって、その物体の最大周波数がある範囲内にあれば、そのようにして生じたホログラムの $i(r)$ は、 $t(r')$ のフーリエ変換と考えることができる。結局、ホログラムは表 1 のように 4 種に大別される⁴⁾。 $\tilde{T}(R)$ は $i(r)$ のフーリエ変換である。

ここに注意すべきは Shadow, Fresnel, Far-Field 領域においても、 p_1 、 p_c 、 R_0 、 a などの相互関係によって、上の 4 種のうちの何個かの形式をとることができることである。たとえば、Far-Field 領域においても Shadowgram あるいは準フーリエ変換形ホログラム**を作ることができることである。図 14 (a), (b), (c) にこれらのうち 3 種の標準的なホログラム作成形式をあげた。

像再生は Shadowgram の場合、密着プリントで、Fresnel hologram は図 12 のような Fresnel 変換で、準ならびに Fourier transform hologram は次の図 15 (b) のべるようなフーリエ変換系でもって行なうことができる。Shadowgram の場合は、要するに密着プリント焼であるから、ホログラムのもつ立体像の再生、多重情報処理などの利点を備えていないことはもちろんである。

7. フーリエ変換ホログラフィー

図 14 (c) にあげたフーリエ変換ホログラム、および、その像再生を例にとって、ホログラム作成、像再生を少し説明してみよう。物体 $t(r')$ はレンズと接して置かれる。レンズを平行ビームで照射した場合、乾板 H 上の振幅は

$$u_0(r) = -i \frac{1}{\lambda_1 q_1} \int_{-a}^{+a} t(r') \exp \left(-i \frac{2\pi}{\lambda_1} s \right) dr' \quad (58)$$

* これについては文献 4) の特性長 l , l_F , l_{GS} , l_{FF} を参照されたい。

** quasi-Fourier-transform hologram の意味。

q_1 はレンズの焦点距離である。 $u_0(r)$ は焦点の近傍でのみ大きな値を有するから r^2/q_1^2 の項を省略して s を展開すれば

$$s \doteq q_1 - \frac{rr'}{q_1}$$

これを (58) 式に代入して整理し、かつ $t(r')$ が $\pm a$ の範囲において $t(r')$ 、それ以外において零であるとすれば、結局

$$u_0 = A_0 T \left(\frac{r}{\lambda_1 q_1} \right) \quad (59)$$

(a) 参照ビームとして光軸と角 θ になす平行ビームを用いた Fourier-transform hologram

(b) 平行ビームによる像再生
 H_m は L の後側主平面にある

図 15 平行ビームを用いたホログラムと像再生

写真 2 フーリエ変換ホログラフィーの一例
(応用物理 41 年度春季講演会で筆者が発表)

原面の長さ 2 mm, H はミニコピーフィルム使用
 $\lambda_1 = \lambda_2 = 6328 \text{ \AA}$ (ヘリウムネオンガスレーザー)

ただし

$$T\left(\frac{r}{\lambda_1 q_1}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} t(r') \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_1} \frac{r r'}{q_1}\right) dr' \quad (60)$$

すなわち, T は t のフーリエ変換である。また

$$u_c = A_c \exp\left\{\frac{(r_c - r)^2}{\lambda_1 q_1}\right\} \quad (61)$$

強度は $I(r) = u \times u^*$, ただし $u = u_0 + u_c$

これより, (41) 式と同様に $u_v = u_c^* u_0$, $u_R = u_c u_0$ を求めれば, 同様にして

$$u_v = CT\left(\frac{r}{\lambda_1 q_1}\right) \exp\left(-i\pi \frac{r^2}{\lambda_1 q_1}\right) \exp\left(2i\pi \frac{r_c r}{\lambda_1 q_1}\right) \quad (61a)$$

$$u_R = C^* T^*\left(\frac{r}{\lambda_1 q_1}\right) \exp\left(i\pi \frac{r^2}{\lambda_1 q_1}\right) \exp\left(-2i\pi \frac{r_c r}{\lambda_1 q_1}\right) \quad (61b)$$

ただし

$$C = A_c^* A_0 \exp\left(-i\pi \frac{r_c^2}{\lambda_1 q_1}\right)$$

以上において, ホログラムの照射光の波長は λ_1 とした。もちろん, 以上の結果は (42) 式以下において

$$i(r) = T\left(\frac{r}{\lambda_1 q_1}\right) \exp\left(-i\pi \frac{r^2}{\lambda_1 q_1}\right),$$

$$p_c = 0, p_1 = \infty, \lambda_2 = \lambda_1$$

においても求められる。ここに注意すべきは u_v , u_R がともに凸レンズ項 $\exp(-i\pi r^2/\lambda_1 q_1)$, 凹レンズ項 $\exp(i\pi r^2/\lambda_1 q_1)$ を有することであり, すなわち, ホログラム自体が u_v , u_R に対して $\pm q_1$ の焦点距離をもつわけで, 図 12 のような方法で像再生を行なうことができ, 実像と虚像を生ずる。

もし参照波を図 15 (a) のように角 θ の平行ビームでもって与えたとすれば

$$\left. \begin{aligned} u_v &= A_0 A_c^* T\left(\frac{r}{\lambda_1 q_1}\right) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_1} r \theta\right) \\ u_R &= A_0^* A_c T^*\left(\frac{r}{\lambda_1 q_1}\right) \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_1} r \theta\right) \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

図 16 ホログラム H_m の空間周波数スペクトル
 F_c : 搬送波周波数, N : 乾板 H に必要な解像本数

表 2 半径 a でその含む最大空間周波数が R_0 の物体を再生, 分離するために必要な最小の搬送波周波数 F_m ならびに乾板 H の解像本数

ホログラムのタイプ	$F_m(\text{mm}^{-1})$	$N(\text{lines/mm})$
Fresnel transform	$3 R_0 M_c ^{-1}$	$R_0 M_c ^{-1} + F_m$
Geometrical shadowgram	...	$R_0 M_1 ^{-1}$
quasi-Fourier transform	$3a 1 - M_1 M_c^{-1} (\lambda_1 q_1)^{-1}$	$a 1 - M_1 M_c^{-1} (\lambda_1 q_1)^{-1} + F_m$
Fourier transform	$3a(\lambda_1 q_1)^{-1}$	$a(\lambda_1 q_1)^{-1} + F_m$

(注) 本表は文献 4) より転載。

すなわち, レンズ項を有してない。この場合の再生は図 15 (b) のように凸レンズ L を付して行なう必要がある。

この場合は (62) 式から明らかなように, 光軸に対して対称な 2 個の実像が得られる。その一例を写真 2 にあげた。凹レンズを用いれば 2 個の虚像を得る。

次に, このような方式において必要な搬送波周波数 $F = \theta/\lambda_1$, ならびに, 乾板に要求される分解能 N を求めてみよう。物体に含まれている最大周波数を R_0 , 物体の大きさを光軸に対称に $\pm a$ の範囲とする。このためには, (41) 式の u_m のフーリエスペクトルを調べればよい。すなわち, 図 15 (b) のように H_m に平行ビームを入射させ, 凸レンズ L の焦点面における振幅分布を調べればよい。これはさきにのべたように, 焦点面上の振幅分布は H_m の透過光 u_m のフーリエ変換にほかならないからである。 H_m が図 15 (a) のように平行参照波で作られたものであれば, この焦点面上のフーリエスペクトルが同時に再生像の振幅分布でもあるわけである (像の強度分布はその絶対値の自乗)。簡単のため, 図 15 (b) のレンズの焦点距離を q_1 , 再生光の波長を λ_1 とする (q_2 , λ_2 としても再生像の相対位置は不変で全体として倍率が変化するのみである)。

このようにしてスクリーン R 上の再生像, すなわちスペクトルを求めるならば, (41) 式の第 1 項は振幅の絶対値は無視して形だけを考えるならば $\sin(2\pi r a/\lambda_1 q_1)/ (2\pi r a/\lambda_1 q_1)$, すなわち半価幅 $\lambda_1 q_1/2a$ の線スペクトルを与える。第 3 項, 第 4 項はいまの場合, (62) 式の第 2 項, 第 1 項に相当し, T が t のフーリエ変換であることから, この u_R , u_v のフーリエ変換は図 15 (b) のように光軸から角 θ 傾いた点 A, B を中心とした光軸に対して対称な 2 個の像 $t(r')$ にほかならない。その最大の大きさ, つまり T に含まれている最大空間周波数は, 物体の最大の大きさに比例する (A, B を中心として $\pm a$)。

一方, (41) 式の第 2 項は τ (本例では T と同じ) の自乗の項を含む。したがって, その含む最大空間周波数は T の含むその 2 倍である。したがって, 第 2 項は光軸を中心として最大 $\pm 2a$ の広がりをもつ無意味な像, すなわちハローを与える。これははずみ項と称せられる。したがって, 上下 2 個の像がこれらはずみ項と分離されるためには $q_1 \theta \geq 3a$, したがって, 図 15 (a) の

参照波ビームの傾き θ は最小 $3a/q_1$ ラジアン必要である。搬送波周波数であらわせば $F_m = \theta_m/\lambda = 3a/\lambda_1 q_1$ 。脚符 m は必要な最小値をあらわす。

また、物体（大きさ $\pm a$ 、最大周波数 R_0 ）の像が完全に再生されるためには、図 16 から H_m には搬送周波数 $F_c \geq F_m$ に像再生のための周波数 $a/\lambda_1 q_1$ が側帯波として加わっていなければならない。結局、 H_m には $F_c + a/\lambda_1 q_1$ の周波数を含んでいなければならない。これが乾板 H に要求される最小解像本数である。以上のことを図 16 に示した。

以上のことから、大きさ $\pm a$ の物体像を得るためには、最小 F_m の搬送波が必要であり、もし乾板がきわめて高解像力であれば、何個かのさらに大きな搬送波を加えることができ（参照波の傾き θ を大きくする）、それぞれの搬送波にそれぞれ別個の物体の側帯波を乗せうることはラジオ放送と同一である。乾板は 2 次元であるから、2 次元搬送波を用いることができ、原理的には 1 枚の乾板上に非常に多くの画像を同時に記録して、これらを 2 次元的に同時に再生することが可能である。

8. 必要な最小搬送波周波数 F_c と乾板の解像本数 N

以上、7. においてはフーリエ変換ホログラフィーの場合のみについてのべたが、他の場合についても同様に求めうる。Winthrop⁴⁾ によれば表 2 のようである。

必要な F_m がわかれば、平行参照波の場合、ビームの傾角 θ は $\theta_m = \lambda_1 F_m$ 、その他の場合は (46) 式より r_c 、 p_c が求められる。

9. む す び

本編は主として光学的取り扱いになじんでおられない

方に、ホログラフィーを理解していただくために書いたものである。これはホログラフィーが決して光学の分野のみのものではなく、計測、情報処理、テレビジョンその他のいわゆる Opto-electronics における広い分野において、今後きわめて大きな役割を演ずるものと思われるからである。応用分野についてもものべるべきであったが、これについては田中⁶⁾⁷⁾、小瀬氏⁸⁾らがすでにくわしく紹介しておられることでもあり、また、許された紙面の都合もあって、本編においては主として基礎的な取り扱いにとどめた。

ホログラフィーには多くの迷信ともいえるべき先入感、たとえば、解像力は乾板のそれのみによってきまるなどがあり、これらを打破し、また、新しい応用分野を開拓していただくためには、基礎的事項を良く理解していただくことが大切と愚考したことにもよる。いつかまた紙面をかりて応用分野、最近の発展などについてのべ、その責を償うことができれば幸いである。

末筆ながら、本編を書くに当たり、その論文の中から多くを引用あるいは参考させていただいた Leith, Upatnieks, Stroke, Winthrop, 小瀬、田中の各氏に厚く御礼申上げる。

(昭和 42 年 1 月 10 日受付)

〔参 考 文 献〕

- 1) D. Gabor: Proc. Roy. Soc., **A 197** (1949) 454
- 2) E. N. Leith and J. Upatnieks: J. Opt. Soc. Am., **52** (1962) 1123
- 3) G. W. Stroke: An Introduction to Coherent Optics and Holography, Academic Press (1966) 98-161
- 4) J. T. Winthrop and C. R. Worthington: J. Opt. Soc. Am., **56** (1966) 1362
- 5) M. Born and E. Wolf: Principles of Optics, Pergamon Press (1964) 381
- 6) 田中俊一: 計測と制御, **5** (1966) 242
- 7) 田中俊一: 光学技術コンタクト, **3**, 12 (1966) 6
- 8) 小瀬輝次: 応用物理, **35** (1966) 661

第 2 回 テレビジョン学会全国大会講演予稿集

41 年 10 月 20 日～22 日に開催された表記大会の講演予稿集（部門講演 8 件、シンポジウム講演 86 件収録総 204 ページ）の残部が若干あります。まだ入手されておられない方は事務局までお申し込み下さい。

頒布価格 900 円（送料当会負担）