ドットによる直線および円弧発生器

日本電信電話公社武蔵野電気通信研究所

釜江 尚彦・星野 肇夫・鈴木 正雄

テレビ、ファクシミリに代表される順次走査形式の表示機器に図形をドットで表示させるため、直線発生については勾配加算法を、円弧発生については変位比較法を考案した。これらをハードウェアで試作したところ IC 約 160 個で実現でき、実際に直視型蓄積管に順次走査させて図形を表示したところ良好な画品質であった。

1. ま え が き

電子計算機の発達とともに図形を使うことの重要性が増しつつある。このため出力装置として XY プロッター、グラフィックディスプレイ装置が開発されている。これらの機器は図形を構成する線（ストローク）にそって画く方法、すなわちランダム走査形式をとる。ところが画像機器としてはテレビやファクシミリに代表される順次走査形式をとるものが標準的である。これらの画像機器が計算機出力の表示装置として使用できることは当然のことであり、たとえば通常の放送用のテレビ受像機を計算機出力用文字表示装置として使用するためのアダプターが製品化されている。

また、順次走査形式の画像機器に図形を表示する試みとしては Bresenham¹⁾、Metzger²⁾、Danielsson³⁾ などの研究がある。順次走査の場合、走査線間隔と同程度の間隔で走査線を画素に分割し、その画素を光らせるか（黒くプリントするか）否かを制御することによって図形を構成する。したがって、正方格子を形成する画素によっていかに図形を構成するかが中心的な問題となる。

一般に図形の表示方法としては、両端の点を与えて決まる線分と、両端と中心の 3 点で決まる円弧を基本図形とし、その組合せで一般図形を近似的に表示する。したがって、線分や円弧を画素の組合せのみで近似する方法の確立が先決である。

線分には Bresenham の方法、円弧のためには Metzger の方法があるが、これらは最も近い近似点を選ぶ点では問題はないが、その過程で若干の計算を必要とす

る。Danielsson の方法は線分にも円弧にも適用でき操作手順も簡単であるが、必ずしも最も近い点を選択しない。筆者らは手順が短く簡単な論理で構成でき、しかも最も近い点を選ぶ方法として、勾配加算法や変位比較法をすでに発表している⁴⁾。これらは簡単な論理で実現でき、直線発生器や円弧発生器などとしてハードウェア化するのに適している。

本論文は文献⁴⁾に示してあるアルゴリズムを視覚に不自然さを感じさせない程度に変更して経済的にハードウェア化する方法、さらに対称図形、面図形を表示する方法、ラスタ走査型表示装置にあった図形表示信号に変換する方法、これらのアルゴリズムをハードウェアで具体化した試験結果について記したものである。

2. 直 線 発 生 器

2.1 勾配加算法

順次走査形式の場合、主走査と副走査の方向をそれぞれ x 方向と y 方向と考えると、各画素は直角座標系の格子点になる。このとき y を独立変数と考えたとき、 y 方向に 1 画素進んだときの x 方向の変位を直線の“勾配”¹⁾と呼ぶことにする。図 1 に示すように線分 PQ を画くと

図 1 勾配加算法によるドット選択 (勾配=2)
Dot selection according to the slope cumulation method.

"A Straight Line and a Circular Arc Generators for a Dot-Display" by Takahiko Kamae, Toshio Hoshino and Masao Suzuki (Musashino Electrical Communication Laboratory, Nippon Telegraph and Telephone Public Corporation, Tokyo)

きその勾配を a とし, P, Q の座標を $(x_0, y_0), (x_n, y_n)$ とすると $y=y_0$ の走査線では PA 間すなわち $x_0 \leq x \leq x_0 + a/2$ なる格子点, $y=y_0+1$ の走査線では CE 間すなわち $x_0 + a/2 \leq x \leq x_0 + 3a/2$ なる格子点を選択する. この走査を $y=y_{n-1}$ の走査線まで継続し, $y=y_n$ では GQ 間すなわち $x_0 + (2n-1)a/2 \leq x \leq x_n$ なる格子点を選択する. このようにすることにより表示する直線に最も近いドットを選択することができる. このように線分をドットで表示する方法を勾配加算法とよぶ. この方法は順次走査形式に適した方法であるが, マトリックス型の表示装置 (たとえばプラズマディスプレイパネル) にも適用できる. なお a が負数のときには不等号の向きを逆にすればよい.

2.2 直線発生器

勾配加算法は原理的には, 勾配を累加算する前のレジスターと, 勾配を累加算した後のレジスターで挟まれた点を求めればよい. これを使った直線発生器は線分の始点の x アドレスと y アドレス, 終点の y アドレスおよび勾配より線分を発生させるものである. そのとき 2.1 節に述べたアルゴリズムでは勾配の $1/2$ と勾配それ自身が必要になる. そこで始点のある走査線から終点のある走査線まで一定の勾配を始点の座標に累加算すればすむように新しい勾配 a' を次のように定義する.

$$\left. \begin{aligned} a' &= \frac{x_n - x_0 + 1}{y_n - y_0 + 1} & (x_n \geq x_0 \text{ のとき}) \\ \text{または } & \frac{x_n - x_0 - 1}{y_n - y_0 + 1} & (x_n < x_0 \text{ のとき}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで分母に新たに $+1$ を行なっているのは, 始点のある走査線から終点のある走査線まで勾配を $y_n - y_0 + 1$ 回累加算するからである. そして $x_n > x_0$ のとき分子に $+1$ を行なっているのは終点のある走査線上で勾配 a' を加えた最終の x アドレスが終点の x 座標より 1 だけ大きくなるようにしておくためである. このようにしておく, 最終アドレスのところを走査したときただちに出力ゲートを閉じるだけでよいので回路構成が簡単になる. また, $x_n < x_0$ のとき分子に -1 を行なっているのは, 始点の x 座標を 1 だけ大きくすれば上記と同様に動作させることができ, 回路構成を簡単に行うことができるからである.

こうして $y=y_0$ の走査線上では $x_0 \leq x \leq x_0 + a'$, $y=y_0+1$ の走査線上では $x_0 + a' \leq x \leq x_0 + 2a'$ なる点というように一律に選択することができる. このような勾配 a' を用いることは, 数学的に考えると始点と終点のある走査線上で最大の誤差となる. しかし勾配 a を用いた場合と, 勾配 a' を用いた場合の表示例を主観評価により比較すると, その差は認められなかったので問題

ないといえる.

次に, 上記勾配 a' を用いた勾配加算法にもとづく直線発生器の系統図を図 2 に示す. 図 2 において X カウンターは画素クロックをカウントアップするカウンターで横方向の走査位置 (X アドレス) を示すものであり, Y カウンターは X カウンターのフルカウントパルスをカウントアップするカウンターで, ラスター画面の縦方向の位置 (y アドレス) を示すものである. 勾配レジスターは上記勾配の値を保持するレジスターで, y アドレスが 1 増すごとに第 2 X レジスターに累加算される. 第 1 X レジスターは第 2 X レジスターが変化する直前の内容を保持するレジスターである.

一致検出回路 (1), (2) は X カウンターの内容 (x アドレス) と第 1 X レジスターおよび第 2 X レジスターの内容を比較し, 一致検出が行なわれると切換回路を通して出力フリップフロップ (出力 F/F) を on, off する. 切換回路は 2 つの一致検出回路から発する各一致検出パルスの間だけ出力 F/F を on にする回路である. 始点および終点 Y レジスターは発生する直線の始点, 終点 $+1$ の y アドレスを保持するレジスターで, その内容と Y カウンターの内容とを一致検出回路 (3), (4) が比較している. そして出力制御は Y カウンターの内容が始点のある走査線と一致してから終点を発生し終るまでゲートを制御して上記第 1 X レジスター, 第 2 X レジスターに勾配を順次累加した値を入れる.

このようにして各走査線において直線表示信号を発生する. ここで勾配レジスター, 終点 Y レジスターにシフトレジスターを採用し, 終点 y アドレスを次の線分の始点 Y アドレスと見なせば, 直線発生器とすることができる. そして折れ線の一部を表示させたり, 表示させなかったりするには, 出力ゲートを制御する表示指定シフトレジスターを付加すれば実現できる.

この表示指定が可能な折れ線発生器を試作したところ, IC 約 90 個 (NAND 換算で約 1,200 ゲート) を要した. この発生器は $1,024 \times 1,024$ のドットマトリックスを想定して設計し, 処理速度を上げるため並列加算方式を採用している. なお処理速度の上限は IC の駆動速度によって決まるが, 一般に表示機器の駆動速度が桁違いに遅いので, 後者によって決まってしまう.

2.3 マトリックス型表示装置への拡張

勾配加算法をラスタ走査型表示装置に適用する方法について述べたが, マトリックス型表示装置にも適用できる. この場合は勾配が 1 以下になるように x 座標と y 座標を入れかえる. たとえば図 2 において, 勾配の絶対値が 1 より小さい場合には第 1 X レジスターと第 2 X レジスターの差は高々 1 になるので, 第 1 X レジスターを

図 2 ラスター走査用直線発生器
The straight line generator for a raster displaying device.

とり去り第2 Xレジスタは小数部だけを用意して、これのオーバーフローのみを監視し、それによって表示位置を制御する X カウンターをプラスまたはマイナス1すればよい。したがって図2の一致検出(1),(2), 切換回路, 出力 F/F, 第1 Xレジスタなどが不要となり, 第2 Xレジスタのオーバーフローで X カウンターや Y カウンターを直接駆動させればよく, 回路構成がかなり簡単になる。

3. 円弧発生器

3.1 変位比較法

円周を連立方程式,

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 \quad (2)$$

$$f(x, y) = 0 \quad (3)$$

で表現する。すなわち回転放物面 $z = f(x, y)$ と XY 平面との交線が円弧であると考え。一方図3に示すように, 円弧を近似する点として現在点を P とすれば Q_1, Q_2 が候補点としてあげられるが, 通常は d_1 と d_2 のうち短い方の点を選ぶことになる。実際は d_1, d_2 を求める

図 3 近似点の選択

Dot selection according to the displacement comparison method.

図 4 変位比較法

The principle of the displacement comparison method.

過程が複雑であるので, 変位比較法は図4に示すように z_1, z_2 で比較する。すなわち XY 平面上の Q_1, Q_2 から回転放物面に至る Z 軸方向の変位 z_1, z_2 を比較することによって d_1, d_2 の比較を代行するものである。このようにしても候補点が円弧の外側または内側に2つとも存在する場合は明らかに問題はないが, 候補点の一方が円弧の内側にあり, 他方が外側にある場合でも, 以下のように証明することができる。

すなわち, 図4の横軸を X 軸とすれば $z_1 = (r - d_1)^2 - r^2$, $z_2 = (r + d_2)^2 - r^2$ となるので $|z_1|, |z_2|$ の大小比較の判別式 D は,

$$D = z_1 + z_2 = (d_1 - r)^2 + (d_2 + r)^2 - 2r^2 \quad (4)$$

(ただし, $d_1 + d_2 \leq \sqrt{2}$)

($D > 0$ のとき内部点 Q_1 を選択)
($D \leq 0$ のとき外部点 Q_2 を選択)

となる (図5参照)。ところで図5から明らかに $d_1 > d_2$ にもかかわらず $D > 0$ となる場合が存在し, それゆえ本来外部点 Q_2 を選択すべきところを内部点 Q_1 を選択する場合があることになる。このように候補点を誤って

図 5 誤り範囲 (斜線部)
Error area.

選択する範囲の判別式の値を D_e とすれば、図 5 より、
 $0 < D_e < 1$ (5)
 となる。しかし円弧を表示する始点を格子点上にとり、候補点を現在点 P から X 方向または Y 方向のいずれか一方に 1 だけ変化したドットすなわち Q_1, Q_2 とするならば、

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= f(x_i - 1, y_i) = (x_i - 1)^2 + y_i^2 - r^2 \\ &= f(x_i, y_i) - 2x_i + 1 = z_p - 2x_i + 1 \\ z_2 &= f(x_i, y_i - 1) = x_i^2 + (y_i - 1)^2 - r^2 \\ &= f(x_i, y_i) - 2y_i + 1 = z_p - 2y_i + 1 \end{aligned} \right\} (6)$$

(ただし、 z_p は現在点の変位)

となるので、判別式 D の値は始点を円弧上にとれば偶数となり、(5)式で示す D_e の値をとることはしない。したがって誤った候補点を選択することなく、しかも簡単な演算のみで選択が可能となる。

3.2 円弧発生器

図 6 ラスター走査用円弧発生器
The circular arc generator for a raster displaying device.

円弧発生器の系統図を図 6 に示す。図 6 において①の部分をもつて説明する。カウンタ X 、カウンタ Y は円の中心を原点に移動させたときの現在点の相対座標を示し、加算器 (1) (2) は (6) 式の変位を計算する。加算した結果はレジスタ (1) (2) にそれぞれ入り、比較回路はこれら 2 つのレジスタの絶対値を比較する。この比較結果と増分方向を指定する制御回路からの情報とから、増分発生回路は X 方向または Y 方向の増分パルスを出し現在点を更新し、円を発生する。

たとえば $1/4$ 円を始点 $P(0, 10)$ として時計方向に発生させるには、カウンタ X とカウンタ Y に始点の座標を、終点 X レジスタに終点の X 座標 10 を、制御回路の方向指定には時計方向を設定し、レジスタ (1) (2) はクリアしておく。そしてまず制御回路は加算器を制御して変位を演算させる。すなわち、制御回路は始点座標と方向指定から次の候補点は右横 $(1, 10)$ または真下 $(0, 9)$ であることを判断し、レジスタ (1) には x が +1 変化したときの変位、すなわち $0 + 2 \times 0 + 1 = 1$ を、レジスタ (2) には y が -1 変化したときの変位すなわち $0 - 2 \times 10 + 1 = -19$ を入れるように加算器を制御する。

上記計算の先頭の 0 は始点における変位 $f(0, 10)$ が 0 であることを示している。比較回路はレジスタ (1) とレジスタ (2) の絶対値を比較し、レジスタ (1) の方が絶対値が小さいことを増分発生回路に伝える。増分発生回路は比較回路からの情報と、制御回路からの方向指定から x の正方向の増分を発生する。これを制御回路に入れ、制御回路はカウンタ X を $0 + 1 = 1$ とする。そして絶対値の小さい方のレジスタの内容を他のレジ

ターに移す。すなわちレジスター(1)の内容をレジスター(2)に移す。これで1つの格子点を選択する動作が終了する。2番目以降の格子点を選択する方法は上記と同様である。これをカウンタ X の内容が終点 X レジスターの内容と一致し、しかも表示終了信号がくるまで行ない、1/4 円を発生する。

次に図6の②について説明する。これは①をラスタ走査型表示装置に適用するため Y 方向の増分が一定周期となるようにするアダプターである。up-down カウンタは、直線発生器の勾配レジスターに相当するもので、円弧発生器が発生する X 増分パルスを正方向ならば up、負方向ならば down するようになっている。また円弧発生器はラスタ走査型表示装置が Y アドレスを常に増す方向にしか動作しないので、Y 方向は負の増分パルスのみを発生する。

いま表示期間信号が論理“1”となると、円弧発生器がただちに動作を開始する。円弧発生器は1本前の走査線を走査しているとき、つぎの走査線上の円弧信号は発生を終了するようにする。そして円弧発生器が Y 方向の移動を伴う点を選択し、Y の負方向に増分パルスを発するとフリップフロップ (F/F) をリセットし、ゲートを閉じて円弧発生器の動作を一時中断させる。その後、次の走査線に移るとフリップフロップはセットされるので、再び円弧発生器は前と同様に動作する。図6の③の信号送出回路は前章の直線発生器と同様に動作するが、円弧の場合は勾配が刻々変化することになる。

このようにしてラスタ走査型表示装置に円弧を表示できるが、Y アドレスが小から大にしか変わらないので、1回の走査で高々半円しか発生できない。したがって実用的には、このような発生器を複数個用意するか、もしくはメモリーを使用して発生のみを送出信号に先んじて行なう必要がある。この発生は図6の①②合わせて約 IC 70 個 (NAND 換算で約 1,000 ゲート) である。

4. 発生器の機能の拡張

4.1 対称図形への拡張

完全な円周のように Y 軸に平行な直線に関して線対称な図形を表示するために円弧発生器にアダプターを付加する。その方法は、各走査線ごとに左半円の切片の左端と右端の画素より対称の中心線までに存在する画素数をカウントアップし、中心線を越えるとカウントダウンし、0になった時点で円弧信号を発生するようなアダプターを付加すればよい。このようにして円周を画くことができる。

このアダプターは直線発生器にも適用でき、2等辺三角形のような図形を簡単に画くことができる。

4.2 ぬりつぶしと濃淡レベル

いままでは線図形について主として述べてきたが、線図形で囲まれた部分をぬりつぶすことも比較的簡単に行なうことができる。ラスタ走査の場合、ぬりつぶしのためのフリップフロップを用意し、このセット端子とリセット端子を直線または円弧発生器の出力ゲートに接続すればよい。また4.1節に述べた対称図形の場合は、左端と右端をセットとリセットに対応させればよい。このようにして、あるエリアをぬりつぶすことが簡単に実施できる。

このぬりつぶしをすべての走査線で行なえば完全にぬりつぶしができるが、走査線を適当に選んでぬりつぶすことによって中間調の表示も可能になる。

5. 直視型蓄積管による実験

5.1 実験回路

直視型蓄積管をラスタ走査型表示装置として使用するためアダプターを付加した。ラスタ走査のための信号形式としては 48 kHz 帯域のファクシミリ信号と同様に位相信号を各ラスタのはじめに送出し、その後に画像信号を続ける。この実験回路はファクシミリと違って1画面分が終了すると走査は画面の上部に戻り、画面の重ね書きが可能になっている。

一方、直線および円弧発生器の出力は、論理和をとりファクシミリ信号として上記蓄積管用アダプターに送り込む。したがって複雑な図形では重ね書きをくり返すことによって1枚の画像を作成することになる。

画素としては 1,024×1,024 のマトリックスにとり、画素間隔は約 0.2 mm である。

5.2 表示例

直線表示の例を写真1に示す。写真1(a)にあるように水平または垂直方向から少し傾いた直線がぎざぎざした感じになる。

対称図形としての円弧表示の例を写真2に示す。直線の場合と同様、水平方向および垂直方向に近い部分がぎざぎざする。

ぬりつぶしの例として写真3に直線と円弧ではさまれた部分をぬりつぶした例を示す。

最後に中間調表示の例を写真4に示す。(a)には階調パターンを示すが、4～6階調程度はとれることがわかる。(b)には中間調表示の効果を示すものとして3次元像の表示例を示す。

6. む す び

ドットによる図形表示装置の基本となる基本図形発生器の試作と、それによる表示実験結果について述べた。

写真 1 直線表示例
Examples of straight lines.

写真 2 対称図形表示例
An example of symmetric patterns.

写真 3 ぬりつぶし表示例
An example of solid patterns.

写真 4 濃淡図形表示例
Examples of half-tone pictures.

本方法はプラズマディスプレイや液晶パネルのように蓄積性のマトリックス表示パネルに最も効果的であり、走査変換も不要で、表示セルを直接制御できる利点がある。これらをテレビに利用するときは、1画面分のドットパターンを記憶するビデオメモリーへの書き込みのさい適用可能であろう。また、ファクシミリ受信機の場合、順次走査で1回しか走査せず、しかもビデオメモリーのようなメモリーを使用するには、画素数が莫大であるという特徴がある。この場合、本論文で述べた図形発生器を使用するには適用なバッファメモリーが必要と思われる、検討の余地がある。

本論文の研究を通じて御指導いただいた電電公社武蔵

野電気通信研究所画像通信研究部 大田正光部長ならびに表示機器研究室 大和淳二室長に感謝致します。

(昭和48年4月18日受付、昭和48年7月2日再受付)

【参 考 文 献】

- 1) J.E. Bresenham: Algorithm for computer control of a digital plotter, IBM System Journal, 4, 1 (1965) 25-30
- 2) R. Metzger: Computer generated segments in a raster display, AFIPS SJCC (1969) 161-172
- 3) PER. E. Danielsson: Incremental curve generation, IEEE Trans., C-19, 9, Sept. (1970) 783-793
- 4) 釜江, 小杉, 星野: 図形のドット表示, 信学論誌, 56-A, 7, (1973) 401-408
- 5) 釜江, 小杉: 円弧による曲線の近似表現, 情報処理, 12, 12 (1971) 754-760