画像スペクトルの処理による帯域圧縮の基礎実験

郵政省電波研究所

堀 義明・今 井 信 男

2次元フーリエ変換による画像スペクトルについて数種の特徴の量子化を行ない、再合成画に及ぼす影響を調べた。また、周波数平面を4つの領域に分割し、周波数の高い領域で位相を粗量子化したり、あるいは隣接するいくつかの要素の絶対値を平均化したりすることにより帯域圧縮効果を得る実験を行なった。4枚の画像についての結果は圧縮率が1/2~1/3で、かなり良好な再合成画が得られた。

1. ま え が き

最近、画像の周波数スペクトルの決定が光学的にまた電子計算機によって以前よりはるかに容易にできるようになり、画像のスペクトルを伝送対象とする帯域圧縮方式に対する関心が高まってきた。

すでにいくつかの研究^{1)~3)}が発表されているが、それらの結果は、このようなアプローチがかなり有望なものであり、さらにくわしく研究する価値があることを示している。

画像スペクトルをデジタル的に伝送するためには、まずこれを量子化する必要があるが、画像スペクトルの分布は通常極端に低エネルギー部分にかたよっているので、ひずみを少なくするためにはどうしても非直線量子化を行なうことが必要である。上記各論文でも、それぞれ何らかの非直線量子化特性を使っているが、その根拠について納得のいく説明はされていないようである。

画像スペクトルの処理、伝送をする場合、どのような非直線量子化特性を採用するかということは基本的に重要であると考えられる。そこで、われわれは実際の画像についてスペクトルの性質を定量的に求め、また、どのような量子化特性が望ましいかを実験的に調べたので、ここに報告する。また、この結果を使って高周波スペクトルの粗量子化と平均化処理による帯域圧縮方式について予備実験をしたので、これについても述べる。

なお、本研究はすべて128×128の画素の画像についてFFT（高速フーリエ変換）を使って計算機シミュレ

ーションで行なったものである。

2. スペクトルの分布

画面を2次元的に並んだ $N \times N$ の画素の集まりとみなし、それらの画素の輝度レベルを $f(j, k)$ ($j, k=0, 1, 2, \dots, N-1$)として、その2次元の離散的フーリエ変換を、

$$F(m, n) = \frac{1}{N^2} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} f(j, k) \exp \left\{ -\frac{2\pi i}{N} (jm + kn) \right\} \quad (1)$$

$$m, n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad i^2 = -1$$

とする。このときの逆変換は、

$$f(j, k) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} F(m, n) \exp \left\{ \frac{2\pi i}{N} (mj + nk) \right\} \quad (2)$$

となる。

写真1に示す4枚の画像を(1)式によってスペクトルに変換した。 $f(j, k)$ は0~999の値である。(1)、(2)式の変換は1次元のFFTをそれぞれ $2N$ 回行なうことによって得られる。 $N=128$ として(1)式あるいは(2)式の変換に要する計算時間はNEAC-2200/500で約24 secであるが、コアメモリーの容量の関係で補助記憶装置を使うので、全体で約1 minかかる。

また実験によると、変換による誤差は逆変換も含めて後述のSD比にして約192dBあるので、変換の精度については充分であると思われる。

図1は各画像のスペクトルを実数部、虚数部で表わしたときのそれぞれの成分と、絶対値と位相で表わしたときのそれぞれの成分の分布である。横目盛は各成分の大きさであり、縦目盛は横目盛の範囲を100等分したとき

“Fundamental Experiments on the Bandwidth Compression by Processing Image Spectra” by Yoshiaki Hori and Nobuo Imai (Radio Research Laboratories, Ministry of Post Office, Tokyo)

(a) No. 1

(b) No. 2

(c) No. 3

(b) No. 4

写真 1 原 画
Original pictures.

表 1 各画像のスペクトルについての統計値
Statistics of spectra of four pictures.

画 像			No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
輝度レベル平均			631.09	459.03	394.79	647.45
実数成分	最 小		−63.317	−37.299	−39.279	−22.973
	平 均		−0.009	−0.004	−0.010	0.006
	最 大		46.585	22.883	47.255	21.454
	rms		1.250	1.074	1.343	1.079
	絶対値平均		0.240	0.345	0.444	0.586
虚数成分	最 小		−55.386	−46.586	−30.305	−8.344
	平 均		−0.000	−0.000	−0.000	−0.000
	最 大		55.386	46.586	30.305	8.344
	rms		1.019	1.253	1.237	0.840
	絶対値平均		0.226	0.364	0.441	0.497
絶対値成分	最 小		0.0003	0.002	0.005	0.003
	平 均		0.362	0.556	0.693	0.815
	最 大		84.122	49.839	49.611	22.999
	rms		1.612	1.650	1.826	1.367

各分割に含まれるサンプル数の百分率である。表 1 に各画像の各成分についての最小値、平均値、最大値、rms、絶対値平均を示した。位相成分は各画像とも最小値 0、

平均値 π 、最大値 2π なので省略した。なお、直流成分、すなわち(1)式の $F(0,0)$ は輝度レベルの平均値で 500 前後の値をもち、他の周波数成分にくらべて異常に大きいことと、逆変換して再合成画を得るときに平均値の変動は好ましくないで別に伝送することにして、処理の対象から除いてある。

表 1 からわかるように、位相成分以外の各成分の広がり是非常に大きい、分布としての特徴はほとんど図 1 の横目盛の範囲にある。百分率が端で上昇しているのは、横目盛の外の部分を含ませたからである。同一の画像に対して実数成分の分布と虚数成分の分布はほとんど同じで、また原点に対してほとんど対称である。分布の形は図 1 ではガウス分布に近いようであるが、横目盛を大きくするとラプラス分布に近いようにも見える。また、絶対値成分の分布はレーレー分布に似ている。これに対して位相成分はほぼ一様に分布している。

写真 2 は各画像のスペクトルの絶対値を白黒の濃淡で表示したもので、絶対値の大きいほうが白いほうに対応

(a) 実数成分 real part.

(b) 虚数成分 imaginary part.

(c) 絶対値成分 magnitude.

(d) 位相成分 phase.

図1 各画像のスペクトル分布
Distribution of spectra of four pictures.

(a) 指数形特性
exponential
characteristics.
 $m=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,$
 $10, 12, 15, 20$

(b) 対数形特性
logarithmic
characteristics.
 $\mu=10, 20, 50, 100, 200, 500,$
 $1000, 2000, 5000, 10000$

(c) 双曲線形特性
hyperbolic
characteristics.
 $h=2, 3, 4, 5, 7, 10,$
 $15, 20, 30, 50$

図2 各量子化特性の様子
Quantization characteristics.

(a) No. 1

(b) No. 2

(c) No. 3

(d) No. 4

写真 2 各画像のスペクトルの絶対値
Magnitudes of the Fourier transforms.

している。また、周波数座標の原点は中央になっている。これからわかるように、エネルギーの大きい周波数成分は低周波領域と座標軸に沿った部分に集中している。No. 1 の画像は輪郭のあまりはっきりしていない画像であるが、この傾向が特に著しい。

3. 空間周波数領域における量子化

3.1 量子化特性

量子化は、アナログ信号をデジタル的に伝送するときには必要にして重要な過程である。非線形量子化特性として次の3つについて実験した。

(1) 指数形量子化特性

$$\frac{y}{b} = \frac{1 - e^{-m(x/a)}}{1 - e^{-m}}$$

(2) 対数形量子化特性

$$\frac{y}{b} = \frac{\log\left(1 + \mu \frac{x}{a}\right)}{\log(1 + \mu)}$$

(3) 双曲線形量子化特性

$$\frac{y}{b} = \frac{(1+h)x}{a+hx}$$

ここに a は入力 x の最大許容値を、 b は出力 y の最大値を、 m, μ, h は圧伸パラメーターを示す。また、入力 x が負のときは x の代りに $|x|$ を使い、左辺は $-y/b$ とするものとする。

図2に各特性の様子を示した。図2から、これら3つの特性はいずれも入力レベルが大きくなるにつれて量子化ステップを粗くするが、その程度が対数形、双曲線形、指数形となるにつれて、よりはなはだしくなっていることがわかる。

3.2 量子化誤差

実験は、スペクトルを実数部と虚数部で表わした場合と、絶対値と位相で表わした場合について行なった。画像としてはスペクトルの分布で4種類の画像の中で中間の傾向をもつ No. 2 を主に使った。量子化レベル数は輝度信号では 64 レベル (6 ビット) であれば充分とい

図3 No. 2の画像のスペクトルの実数成分、虚数成分を各特性で量子化したときのSD比 ($a=100$, 6ビット)
SD ratios as errors in quantizing real and imaginary parts of spectra of No. 2 picture ($a=100$, 6 bits)

われているので、このスペクトルの量子化の実験においても6ビット以下で良好な再合成画を得ることを目標にした。

(1) 実数部と虚数部の量子化

はじめにスペクトルを実数部と虚数部で表わした場合であるが、量子化は両成分に対して同一の特性で行なった。図3はNo. 2の画像について $a=100$ として各特性で6ビット量子化したときの圧伸パラメータの変化に対する量子化誤差の変化である。ここにSD比とは最大輝度レベル(S)と原画に対する再合成画の誤差のrms値(D)との比で、

$$SD \text{ 比} = 20 \log_{10}(S/D) \quad (\text{dB})$$

である。Persevalの関係式から D とスペクトルの量子化誤差は同等であることがわかる。すなわち $\{F(m, n)\}$ を量子化して $\{F'(m, n)\}$ 、これらを逆変換して $\{f(j, k)\}$, $\{f'(j, k)\}$ となったとすると、

$$\begin{aligned} N^2 D^2 &= \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} |f(j, k) - f'(j, k)|^2 \\ &= N^2 \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} |F(m, n) - F'(m, n)|^2 \end{aligned}$$

が成立する。

また図の m, μ, h の値は、横軸上でそれらが同一の位置にあるときは、そのときの特性曲線の曲がり具合がほぼ同一になるように目盛ったものである。

SD比は単に原画に対する再合成画の誤差の物理的の大きさを示すものであって、眼の周波数に対する視感度特

性を考慮に入れた評価は含まれていない。誤差の周波数特性を考慮してほんとうに視覚に合う評価値を得たいが、2次元の周波数ということも含んだ適当な評価方法は見当たらない。そこで画像スペクトルの量子化誤差は、同量のランダム雑音とみなせると仮定してCCIR*のノイズ周波数評価曲線を使って評価SD比を計算し、その様子を図3につけ加えた。これは水平方向の周波数スペクトルに対する量子化誤差に $1/(1+(2\pi\tau f)^2)$ の重みをつけたもので、 $\tau=0.415\mu\text{s}$ 、最大の周波数を4.0MHzとしたものである。

図3で m, μ, h が小さいところでは単なるSD比と評価SD比の差が大きいことからわかるように、高周波成分の誤差が大きく、再合成画ではスノーノイズのように見える。均一量子化でこの傾向が特に著しい。また m, h の大きいところでSD比が急にながっているのは、大きな振幅の成分がクリップされ低周波成分の誤差が大きくなるからである。 m, h をさらに大きくすると、再合成画上で低周波成分の誤差による輝度変化のうねりでまだら模様ようになる。 μ に関しては、極端に大きくしないかぎりこのようなことはない。

視覚によると、どの特性に関しても、評価SD比の最大のところの再合成画は高周波成分の誤差によるノイズが目立ち、あまり良くない。特に指数形、双曲線形では、むしろSD比が下がりはじめたところのほうが良いように思われる。これは、この付近でクリップされ、誤差が大きくなるのは最も低い周波数の成分なので、その影響は直流レベルの変動に近く、あまり目立たないからと思われる。このように、評価方法としては2次元の周波数で考慮したもっと適切なものが望まれる。

写真3はNo. 2の画像に対して $a=100$ として $m=10$, $\mu=500$, $h=20$ の各特性と均一特性で量子化した場合の再合成画である。

量子化特性としては対数形、双曲線形、指数形の順に良好で、対数形特性では μ が200~1000位であれば充分良好な再合成画が得られる。双曲線形特性では $h=20$ 位のところで良好な再合成画が得られるが、背景のような輝度変化の少ないところで、注意すればわかる程度の誤差がある。指数形では $m=10$ 位のところでSD比は最大であるが、その再合成画は双曲線形の場合よりも劣っている。指数形、双曲線形ともパラメータをこれより少し大きくすれば高周波のノイズはやや減るが、対数形に及ばないようである。

以上はNo. 2の画像について $a=100$ と固定した場合であるが、これらを変えた場合について次に少し検討

* CCIR, 1963, SG-XI, Recommendation 421

写真 3 スペクトルの実数成分, 虚数成分を各特性で量子化したときの再合成画 ($a=100$, 6ビット)
Reconstructed pictures with quantized real and imaginary parts of spectra. ($a=100$, 6 bits)

する。

図 4 は圧伸パラメータを $m=10$, $\mu=500$, $h=20$

図 4 No. 2 の画像スペクトルの実数成分, 虚数成分を各特性で a を変えて量子化したときの SD 比 (6ビット)
SD ratios versus a in quantizing real and imaginary parts of spectra of No. 2 picture. (6 bits)

として a を変えたときの SD 比の変化である。これからわかるように, 対数形特性で量子化したときは a の変化に対しても良好である。これは入力画像が変わってもその変動にたえられるということを示すものと思われる。 a の値については, あまり小さいと大きな振幅の成分がクリップされ, あまり大きいと SD 比が高くとれないので, はっきりはきめられないが, 最大入力 of 2 倍ぐらいが良いようである。また a の値を変えた場合, 指数形, 双曲線形特性については m, n を多少変えなければ最良の量子化は得られない。

画像の種類については, そのスペクトルが No. 1 の画像のような傾向をもつものほど量子化はむずかしく, No. 1 の画像に対しては h を最良に選んだ双曲線形特性でも, 対数形特性にくらべてかなり劣る。しかし No. 3, No. 4 の画像に対しては, 最良のパラメータを選べば双曲線形でも対数形と同じくらい良好である。表 2 は $a=100$ として No. 2 の画像に対しては最良と思わ

表 2 各画像のスペクトルの実数成分, 虚数成分を各特性で量子化したときの SD 比 ($a=100$, 6 ビット)
 SD ratios in quantizing real and imaginary parts of spectra. ($a=100$, 6 bits)

量子化特性	SD 比 (dB)			
	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
指数形 $m=10$	27.5	33.3	34.0	35.2
対数形 $\mu=500$	39.6	37.3	36.7	39.1
双曲線形 $h=20$	33.3	36.2	36.8	39.6
均 一	11.8	12.4	12.7	13.0

れる $m=10$, $\mu=500$, $h=20$ の各特性で 6 ビット量子化したときの各画像の SD 比である。

また, 量子化レベル数については, 6 ビットが最低限必要のようである。

(2) 絶対値と位相の量子化

次に, スペクトルを絶対値と位相で表わして, それぞれの成分を量子化した場合について述べる。位相成分は前に述べたように, ほぼ一様な分布をしているので均一量子化を, 絶対値成分については上述の量子化を行なった。

図 5 に No. 2 の画像についてこのように量子化したときの圧伸パラメータの変化に対する量子化誤差の変化を示す。ただし $a=100$ で量子化レベルは両成分についてともに 6 ビットである。また図 6 は圧伸パラメータを図 5 で最良と思われる $m=10$, $\mu=200$, $h=10$ として a を変えたときの SD 比の変化である。

これからわかるように, 同じ 6 ビットでも実数部, 虚

図 5 No. 2 の画像のスペクトルの絶対値成分を各特性で量子化したときの SD 比 ($a=100$, 6 ビット, 位相成分は均一量子化)
 SD ratios in quantizing magnitudes of spectra of No. 2 picture. ($a=100$, 6 bits, phases are uniformly quantized)

図 6 No. 2 の画像のスペクトルの絶対値成分を各特性で a を変えて量子化したときの SD 比 (6 ビット, 位相成分は均一量子化)
 SD ratios versus a in quantizing magnitudes of spectra of No. 2 picture. (6 bits, phases are uniformly quantized)

表 3 各画像のスペクトルの絶対値成分を各特性で量子化したときの SD 比 ($a=100$, 6 ビット, 位相成分は均一量子化)
 SD ratios in quantizing magnitudes of spectra. ($a=100$, 6 bits, phases are uniformly quantized)

量子化特性	SD 比 (dB)			
	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
指数形 $m=10$	25.7	41.3	40.4	42.0
対数形 $\mu=200$	42.4	42.2	41.8	42.9
双曲線形 $h=10$	39.8	41.1	40.9	41.9
均 一	22.0	24.0	24.7	24.8

数部について量子化したときより量子化誤差は小さくなる。また, 各特性に対する傾向は, 実数部, 虚数部について量子化した場合とほとんど同じである。量子化誤差が少ないので, 各特性について最良のパラメータを選べば, その再合成画は充分良好で原画と区別がつかない。また, 絶対値成分を均一量子化した場合でも, 実数部, 虚数部についての場合ほどは悪くない。

表 3 に各画像について以上のように量子化したときの SD 比を示す。

また, 量子化レベル数については, 以上のように 6 ビットあれば充分であるが, 5 ビットにしても輝度信号の場合のように偽輪郭が現われることはなく, かなり良好な再合成画が得られる。

4. 伝送帯域圧縮の実験

N^2 個のサンプルを (1) 式によって変換すると N^2 個のスペクトルになり, それらは複素数なので, 伝送すべきサンプル数は見かけ上 2 倍になるが, 周波数の正負に関して共役になっているので, 実質的には同じである。

帯域圧縮の具体例として, 画像スペクトルの低周波傾

域にエネルギーが集中していることに着目して低周波成分のみを伝送するという方式¹⁾や、振幅があるレベル以上のスペクトル成分のみを伝送するという方式²⁾が試みられている。前者は low pass filter を通したことと等価で画がぼける。後者は画質は良いが位置の情報として余分のビットが必要になる。これらのほかに、画像を適当な寸法の小画面群に分割し、各区域ごとにスペクトルを求めて、そのうち重要な成分のみ送る方式³⁾も発表されている。これは画像内容の局所の変化にもある程度適応した処理をすることができる点ですぐれているが、そのかわり処理は複雑になる。

スペクトルの高周波成分は主として画像の輪郭部分を表わしているので、その大きさを相当粗く近似しても、それほど再生画の画質劣化を起さないという性質がある。このことを利用して、次のように高周波成分をなるべく少ない情報量で伝送することを考えた。すなわち、高周波スペクトルの絶対値と位相について、絶対値は隣接するいくつかの周波数スペクトルの平均値で置きかえ、位相は粗量子化するという方式である。

具体的には、周波数平面を図7のように4つの領域に分割し、各領域ごとに位相成分については量子化レベル

図7 周波数平面の分割
Partition of spatial frequency plane.

表4 圧縮処理の方式とそのときの圧縮率および各画像に対するSD比

Bandwidth compression methodes, compression ratios and SD ratios for four pictures.

方式	絶対値成分*1				位相成分*2				圧縮率*3	SD 比 (dB)			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV		No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
1	1	1	4	16	6	5	4	3	1/2.0	38.8	34.5	32.7	27.5
2	1	1	16	64	6	4	2	1	1/3.1	35.6	30.4	28.6	23.7

*1 各領域で表の数のサンプルを平均化することを示す。

*2 各領域で表の数のビットで量子化することを示す。

*3 全領域を6ビットで量子化するときに対する圧縮率

数を変え、絶対値成分については平均化の程度を変える

(a) No. 1

(b) No. 2

(c) No. 3

(d) No. 4

(e) No. 4 (2次元 LPF による)

Through two-dimensional low pass filter.

写真4 圧縮処理をして得た再合成画 (圧縮率 1/2)

Compressed pictures with processed spectra. (Compression ratio is 1/2)

というようにした。領域Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの面積比は1 : 3 : 5 : 7で，周波数が高くなるほど面積が大きく，高周波領域での平均化は圧縮率に関して効果的である。

種々の組合せの中で代表的な例を表4に示す。なお，絶対値成分は $a=100$ として $\mu=200$ の対数形特性で6ビット量子化した。写真4は各画像について表4の例の中の圧縮率 1/2.0 の場合の再合成画である。また No. 4 の画像については2次元 low pass filter を通して得られた同じ圧縮率の再合成画を比較のためにつけ加えた。

圧縮率 1/2.0 の場合は，背景のノイズが少しわかる程度で，かなり良好な再合成画が得られた。特に No. 4 の画像では2次元 low pass filter による再合成画と比較すればわかるように，同じ 1/2 の圧縮率でも解像度は下がっていない。また No. 1 の画像については，もともと高周波領域のエネルギーが大きくないので，この方式による 1/2 の圧縮処理をしても原画とほとんど同じである。

圧縮率 1/3.1 の場合の再合成画はノイズが少し目につき，ややぼけたような感じになるが，ほぼ良好である。

また，Ⅱ領域で平均化を行なうと圧縮率はさらに良くなるが，画質の劣化がはげしい。

5. 検 討

図1のスペクトルの実数成分，虚数成分の分布の形から，その分布はガウス分布またはラプラス分布に近いと考えられ，ラプラス分布ならば理論的には指数形特性量子化が誤差を最小にする⁴⁾ はずである。しかし，実験では指数形特性はあまり良くなく，対数形特性のほうが良いというのは，大きな振幅の成分が理論的な分布よりも多いからと考えられる。平均値を0とすると（絶対値平均/rms）の値は分布によってきまり，ラプラス分布では $1/\sqrt{2}=0.707$ ，ガウス分布では $1/\sqrt{2\pi}=0.798$ になるが，各画像のスペクトルの虚数成分について表1の数値で計算すると，画像 No. 1 から順に 0.22, 0.29, 0.36 0.59 となる。平均値が0ではないが，実数成分について計算してもほとんど同じである。

また，周波数平面を図7のように分割して，各領域内

で同様に調べてみると，領域Ⅱ，Ⅲ，Ⅳではスペクトルの実数成分または虚数成分の（絶対値平均/rms）の値は画像 No. 1～No. 3 では 0.7～0.8，画像 No. 4 では 0.6～0.7 で，ラプラス分布またはガウス分布での値に近い。そこで，これらの領域では指数形特性または双曲線形特性でも，量子化誤差を対数形特性と同程度あるいはそれ以下に小さくできるものと思われる。

写真2からも予想されるが，どの画像の場合もスペクトルの低周波領域と高周波領域ではその分布にかなりの差が存在する。そこで，量子化特性のパラメータを周波数に対して適当に変化させれば，誤差をさらに小さくできるはずである。

6. む す び

4枚の画像について2次元フーリエ変換によるスペクトルの分布を調べ，また，それを量子化して再合成画に及ぼす影響を調べた。スペクトルの絶対値と位相について量子化したほうが，実数部と虚数部について量子化したときより誤差を小さくできた。量子化特性としては対数形特性が最も良好であった。

伝送帯域圧縮の面から，スペクトルの高周波成分が近似されるような処理を，位相成分の粗量子化および絶対値成分の平均化という方式で実験した。結果は 1/2～1/3 の圧縮率で，かなり良好な再合成画が得られた。

画質の評価方法として，眼の視感度特性を考慮した適切な方法が望まれる。

終りに，日頃ご指導いただく尾方情報処理部長はじめ情報処理部の方々に感謝する。（昭和47年2月18日受付）

（参 考 文 献）

- 1) H.C. Andrews and W.K. Pratt: Television Bandwidth Reduction by Encoding Spatial Frequencies, J. SMPTE, **77**, 12 (1968) 1279-1281
- 2) P. Marane and P.Y. Schwartz: Compression d'information sur la transformée de Fourier d'une image, Onde Elec., **50**, 11 (1970) 908-919
- 3) Grant B. Anderson, Thomas S. Huang: Piecewise Fourier Transformation for Picture Bandwidth Compression, IEEE Trans., **COM-19**, 2, Apr. (1971) 133-140
- 4) B. Smith: Instantaneous Companding of Quantized Signals, Bell System Tech. J., May (1957) 653