モノカラー再生系における空間処理—I

—OTF 修正空間フィルタによるビジコンプリアンプ雑音の効果の低減—

日本コロムビア株式会社 米 山 正 秀

モノカラー再生画像の S/N を改善することを目的として、再生系での空間処理を提案し、システム伝達関数を2次的に修正する空間フィルタについて検討した。理論検討の結果、搬送伝送帯域におけるビジコンプリアンプ雑音の低減率は、低搬送チャネルで約 5 dB、高搬送チャネルで約 9 dB となる。また、実際に空間フィルタを製作し、コヒーレント空間処理実験を行なった結果、ほぼ理論値に近い結果が得られた。

1. ま え が き

1枚の白黒フィルム上に複数の2次元画像を異なった空間周波数で同時に多重記録する方式は、すでにいくつか提案されている。これらの方式のうち、記録系はほぼ同じであるが再生系において単色点光源を用いてフィルムを照射し、純光学的に多重画像から個々の画像を分離再生する方式¹⁾と、一方、テレビ系と組合せてフィルム上の多重画像をテレビカメラの撮像管面上に投影し、いったん電気信号に変換し電気回路系において個々の画像を分離しテレビ受像機上に再現する方式²⁾とがある。

特に多重化する画像情報として、被写体の3個の色彩情報 R, G, B について考えると、前者の再生方式の一例として Mueller の研究³⁾があり、後者の再生方式はモノカラー方式と呼ばれている。

筆者は先にモノカラー記録再生システムのシステム検討を行ない、システム雑音による搬送多重画像の雑音について考察した⁴⁾。

この結果、総合システム伝達関数の特性を電気回路系で修正することにより、高空間周波数領域で多重されている画像の S/N が極度に劣化することを示した。

そしてさらに、写真乳剤に対する線形記録の条件としては、低コンスラスト露光と低ガンマ処理であり、この結果、 S/N はますます劣化する傾向にあることが指摘された。

したがって、モノカラー方式の画質を実用的なレベルにまで向上させるためには、従来よりも S/N を改善さ

せる必要がある。本論文はモノカラー再生像の S/N を向上させることを目的として、再生システムにおいてコヒーレント空間処理を行なうことを提案する⁵⁾。

そして、システムの伝達関数を2次的に修正する OTF 修正空間フィルタについて検討し、この空間フィルタを採用することによる雑音低減効果について考察した。

本論文においても、前回の報告⁴⁾の結果に従い、次の仮定に基づいている。

(1) モノカラーシステムの総合伝達関数はフィルムのレスポンス関数とビジコンビームアパーチャーレスポンス関数によって決定され、それらはガウス誤差関数によって近似できる。

(2) フィルムに対しては線形記録の条件を満たすことにより、フィルムをはじめ、システム構成要素はすべて線形であると考える。

(3) システム雑音としては、フィルム粒状性雑音とビジコンプリアンプ雑音に限定する。

2. 再生システムにおける空間処理

2.1 OTF*修正空間フィルタの検討

従来のモノカラー方式における多重信号の通過経路のモデルを示すと図1になる⁴⁾。

図1において、

$H_1(u, v)$; フィルムのレスポンス関数
 $H_2(u, v)$; ビジコンビームアパーチャーレスポンス関数
 $F(u, v)$; 多重化画像の空間周波数スペクトル
 $T(u)$; 電氣的補正回路系の伝達関数

* Spatial Filtering Process in Monocolor Reproducing System (I) —The Reduction of the Vidicon Pre-amplifier Noise by OTF Correcting Spatial Filter—by Masahide Yoneyama (Nippon Columbia Co., Ltd., Kawasaki)

* Optical transfer function の略。

図 1 従来のモノカラー方式の主要部のシステムモデル
System model for the mainparts of the usual Monocolor System.

図 2 空間修正系を有する主要部のシステムモデル
System model for the mainparts of the spatial correcting Monocolor System.

$W_1(u, v)$; フィルム粒状性雑音のパワースペクトル
 $W_2(u)$; プリアンプ雑音のパワースペクトル

ただし u, v はフィルム面における x 方向および y 方向の空間周波数を表すものとする。

図 1 のシステムに対し、今度はフィルム系とビジコン系の間に空間的修正伝達系を挿入するようなシステムを新たに提案する。

このシステムのモデル図を図 2 に示している。

図 2 において、 $T(u, v)$ は修正伝達系の伝達関数である。 $T(u, v)$ は図 2 のシステム伝達関数がフラットであるという条件より決定され、(1) 式のようになる⁶⁾⁷⁾。

$$T(u, v) = \frac{1}{H_1(u, v) \cdot H_2(u, v)} \quad (1)$$

ここで、 $H_1(u, v)$ および $H_2(u, v)$ はガウス誤差関数で近似でき、(2) 式のように表現できる⁴⁾。

$$\begin{aligned} H_1(u, v) &= \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{2\sigma_1^2}\right) \\ H_2(u, v) &= \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{2\sigma_2^2}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 式を (1) 式に代入すると $T(u, v)$ の伝達関数を得る。

この場合、 $H_1(u, v)$ 、 $H_2(u, v)$ が u, v に対して等方的であるので $T(u, v)$ も等方的となる。

$$T(u, v) = \exp\left(\frac{u^2 + v^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

ただし、

$$\sigma = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \quad (4)$$

いま、(3) 式の $T(u, v)$ の特性を考えると u, v の増大とともに高い相対利得を要求されるので、ある限定

図 3 $T(u, v)$ の特性
The characteristic of $T(u, v)$.

した u, v の範囲内でしか実現性がない。

したがって、有効伝達領域を (5) 式に限定する。

$$\sqrt{u^2 + v^2} \leq 2\sigma \quad (5)$$

(5) 式の等号の成立する空間周波数では、 $H_1(u, v)$ と $H_2(u, v)$ の積の伝達関数は $u=v=0$ のときに比較して 13.5% に低下する。これは $H_1(u, v) \cdot H_2(u, v)$ に $\sqrt{u^2 + v^2} = 2\sigma$ を代入すると 0.135 を得るからである。結局、 $T(u, v)$ としては、

$$T(u, v) = \begin{cases} \exp\left(\frac{u^2 + v^2}{2\sigma^2}\right), & \sqrt{u^2 + v^2} \leq 2\sigma \\ 0, & \sqrt{u^2 + v^2} > 2\sigma \end{cases} \quad (6)$$

のような特性を要求される。

(6) 式で示される $T(u, v)$ の特性を図示すると図 3 に示すようになる。

2.2 OTF 修正空間フィルタによる搬送伝送帯域の雑音低減効果

電氣的修正系 $T(u)$ の代わりに空間修正伝達系 $T(u, v)$ を用いると、ビジコンプリアンプ雑音は補正特性の影響を受けないので、大幅に低減させることが期待される。

この低減効果は、高い周波数で搬送されている伝送帯域ほど著しくなることは容易に想像しうる。

ここでは、高空間周波数における搬送伝送信号の電氣的帯域フィルタ通過後の雑音量が、空間フィルタ $T(u, v)$ による空間処理によりどの程度低減するかを検討する。

この場合のシステム図を図 4 に示す。

図 4 において、 $B(u)$ は多重信号よりおのおのの信号を分離するための電氣的帯域フィルタであり、その伝達特性は (7) 式のように理想化できる。

図 4 搬送信号経路のモデル

System model for the passing way of a carrier signal

$$|B(u)| = \begin{cases} 1 & u_0 - \Delta u \leq u \leq u_0 + \Delta u \\ 0 & u < u_0 - \Delta u, u > u_0 + \Delta u \end{cases} \quad (7)$$

また、 N_t はフィルム粒状性雑音およびビジコンプリアンプ雑音による分離フィルター出力端での雑音パワーであり、(8)が成立する

$$N_t = N_{t1} + N_{t2} \quad (8)$$

ただし、 N_{t1} 、フィルム粒状性雑音による雑音パワー
 N_{t2} 、ビジコンプリアンプ雑音による雑音パワー

さらに、 N_{t1} および N_{t2} は (9), (10) 式によってそれぞれ示される

$$\begin{cases} N_{t1} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_1(u, v) |T(u, v) \cdot H_2(u, v) \cdot B(u)|^2 du dv & (9) \\ N_{t2} = \int_{-\infty}^{\infty} W_2(u) |B(u)|^2 du & (10) \end{cases}$$

ここにおいて、 $W_1(u, v)$ および $W_2(u)$ は、先の論文⁴⁾でも指摘したように、いま考えている伝送領域 $\sqrt{u^2 + v^2} \leq 2\sigma$ においては両方とも平坦であると考えられるので (11) 式が成立する。

$$\begin{cases} W_1(u, v) = A_1 \\ W_2(u) = A_2 \end{cases} \quad (11)$$

いま (2), (6), (7), (11) 式を (9) 式, (10) 式に代入すると (12), (13) 式を得る (付録)。

$$\begin{aligned} N_{t1} &= A_1 \iint_S \exp\left(\frac{u^2 + v^2}{\sigma_1^2}\right) du dv \\ &= A_1 \sigma_1^2 \left[\exp\left(\frac{2\sigma^2}{\sigma_1^2}\right) (\alpha_1 - \alpha_2) + S(\alpha_2) - S(\alpha_1) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$N_{t2} = A_2 \int_{u_0 - \Delta u}^{u_0 + \Delta u} du = 2A_2 \Delta u \quad (13)$$

ただし、

$$S(\alpha) = \int_0^\alpha \exp\left(\frac{2\sigma^2}{\sigma_1^2} \cos \alpha \cdot \sec \theta\right) d\theta \quad (14)$$

(12) 式における α_1, α_2 は空間フィルター $T(u, v)$ の有効空間周波数領域と分離帯域フィルター $B(u)$ の領域と $u-v$ 平面で図 5 の関係にある。

次に図 1 に示す従来のモノカラー方式と、空間処理をする方式との雑音量の比較を行なう。

図 5 積分領域と α_1, α_2 の関係

The relation between α_1, α_2 and integral region.

この場合、雑音量としては、電気的帯域フィルターの出力端で考える。筆者の過去の報告によれば⁴⁾、1次元補正伝達関数 $T(u)$ による従来のモノカラー方式の分離帯域フィルター出力での雑音パワーは (15), (16) 式で示される

つまり $\begin{cases} N_{01}, \text{ フィルム粒状性雑音によるパワー} \\ N_{02}, \text{ ビジコンプリアンプ雑音によるパワー} \end{cases}$ とすると、

$$N_{01} = A_1 \sigma_2 \sqrt{\pi} \Phi_1(u_0) \exp\left(\frac{u_0^2 \tan^2 \phi}{\sigma^2}\right) \quad (15)$$

$$N_{02} = A_2 \Phi_2(u_0) \exp\left(\frac{u_0^2 \tan^2 \phi}{\sigma^2}\right) \quad (16)$$

ただし、

$$\begin{cases} \Phi_1(u_0) = \int_{u_0 - \Delta u}^{u_0 + \Delta u} \exp\left(\frac{u^2}{\sigma_1^2}\right) du \\ \Phi_2(u_0) = \int_{u_0 - \Delta u}^{u_0 + \Delta u} \exp\left(\frac{u^2}{\sigma^2}\right) du \end{cases} \quad (17)$$

また、 ϕ は変調格子の傾き角度である

いま、従来のモノカラー方式に比較して、空間処理モノカラー方式の搬送伝送帯域における雑音低減率を次のように定義する

$$\begin{cases} \text{粒状性雑音の低減率, } \rho_{t1} = \sqrt{N_{t1}/N_{01}} \\ \text{プリアンプ雑音の低減率, } \rho_{t2} = \sqrt{N_{t2}/N_{02}} \end{cases} \quad (18)$$

(12), (13), (15), (16), (18) 式より、それぞれの低減率は、

$$\rho_{t1} = \sqrt{\frac{\sigma_2 \sqrt{\pi} \Phi_1(u_0) \exp\left(\frac{u_0^2 \tan^2 \phi}{\sigma^2}\right)}{\sigma_1^2 \left[\exp\left(\frac{2\sigma^2}{\sigma_1^2}\right) (\alpha_1 - \alpha_2) + S(\alpha_2) - S(\alpha_1) \right]}} \quad (19)$$

$$\rho_{t2} = \sqrt{\frac{2\Delta u}{\Phi_2(u_0) \exp\left(\frac{u_0^2 \tan^2 \phi}{\sigma^2}\right)}} \quad (20)$$

表 1 数値計算のためのパラメーターの値
The value of parameters for numerical calculus.

σ_1	30(1/mm)	σ_2	22(1/mm)	Δu	2.4(1/mm)
------------	----------	------------	----------	------------	-----------

となる。

2.3 ρ_{i1} , ρ_{i2} の数値計算による評価

数値計算を行なう前提としての各パラメーターの決定は、前回の報告⁴⁾と同じ考え方に基づいている。

つまり写真フィルムとしては 16 mm 白黒フィルム、ビジコンとしては 1 インチビジコン 8507 を用い、それぞれの代表的なカタログデータより σ_1 および σ_2 を決定した。

さらに、すべて 16 mm フィルム面上の空間周波数に統一して検討した。パラメーターの値を表 1 に示す。

表 1 のパラメーターの値を用いて、 ρ_{i1} , ρ_{i2} を IBM のシステム 360 モデル 75 で数値計算を行なった。この結果を図 6, 図 7 に示している。

コンピューター解析の結果を概観すると、空間処理により従来にくらべリアンプ雑音の影響は大幅に減少す

図 6 空間処理による粒状性雑音の低減率

The rate of reduction to film granularity noise by spatial filtering process.

図 7 空間処理によるブリアンプ雑音の低減率

The rate of reduction to vidicon pre-amplifier noise by spatial filtering process.

る。

この傾向は多重するキャリア空間周波数 u_0 が高くなるほど、また変調格子の傾斜角 ϕ が大きくなるほど(つまり v_0 が大きいほど)顕著である。たとえば $u_0=25$ 1/mm, $\phi=10^\circ$ (通常のモノカラーの higher channel に相当) では、約 9 dB の改善となる。また $u_0=20$ 1/mm, $\phi=15^\circ$ (通常のモノカラーの lower channel に相当) では、約 5 dB の改善となる (図 7 参照)。

しかしながら、フィルム粒状性雑音に対する改善効果はないことが示されている (図 6 参照)。

これは空間処理を行なっても粒状性雑音は相変わらず補正特性の影響を受けるからである。

3. 実 験

3.1 実験光学系

前章までに議論した空間処理は非常に概念的なものであったが、これはコヒーレント光の回折現象を利用して具体化することができる⁸⁾⁹⁾。

Fraunhofer 回折について考えると、開口面の座標と回折面の座標を図 8 のように設定すると、開口面の振幅透過率分布 $a(x, y)$ と回折像の振幅分布 $W(\xi, \eta)$ は (21) 式の関係がある¹⁰⁾。

$$W(\xi, \eta) = \text{const} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(x, y) \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda f} (\xi x + \eta y) \right\} dx dy \equiv \text{const} A(u, v) \quad (21)$$

(21) 式において

$$\begin{cases} \lambda; \text{光源の波長} \\ f; \text{レンズの焦点距離} \\ A(u, v); a(x, y) \text{ のフーリエ変換} \end{cases}$$

つまり、Fraunhofer 回折像の振幅分布は透過物体の振幅透過率分布のフーリエ変換に比例する。

以上の議論に基づき、空間処理を実現するための光学

図 8 開口面と回折面の座標

The coordinate of the aperture plane and the diffraction plane.

系を図9に示す。図9の光学系は再回折光学系として一般によく知られたものである。

(21) 式の議論より、図9の回折面に空間フィルタ $T(u, v)$ を配置すると、フィルタリングされた像がビジコン面に再結像される。

(21) 式からも推察されるように、図9の光学系においては、開口面の物体の空間周波数 u, v と回折面のスペクトル分布の寸法 ξ, η とは (22) 式の関係になる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \lambda f u \\ \eta &= \lambda f v \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

現在のモノカラーフィルムの多重周波数は約 20 (1/mm) と 25 (1/mm) である。また、光源としては He-Ne レーザー ($\lambda=6,328 \text{ \AA}$) を用いた。

したがって、実用的な寸法を持つ空間フィルタを得るためには、 f を相当大きくする必要がある。

実験には $f=500 \text{ mm}$, $f'=635 \text{ mm}$ の L_2, L_3 2枚のレンズを用いた。これにより、25 (1/mm) の変調格子に対しては、回折面で中心から約 8 mm の点に 1 次スペクトルが現われることになり、空間フィルタの製作も比較的容易となった。

写真1に実験に用いた光学系の写真を示す。

3.2 空間フィルタの製作

図9の光学系の開口面に振幅透過率分布 $\hat{a}(x, y)$ の多重記録されたフィルムをおき、回折面に振幅透過率 $\hat{T}(u, v)$ の空間フィルタをおくと、レンズ L_3 の後側焦点面であるビジコン面にフィルタリングされた像が得られる。

(ここにおいて、 $\wedge$ 印は振幅に対する値を示し、 $\wedge$ 印のないものは強度に対する値を示し、一般に強度=|振幅|²の関係がある)。

この像の振幅分布 $\hat{i}(x', y')$ に対するフーリエ変換を $\hat{I}(u, v)$ とすると (23) 式が成立する。

$$\hat{I}(u, v) = \hat{T}(u, v) \cdot \hat{A}(u, v) \quad (23)$$

写真1 実験光学系の写真

The photograph of optical system used by experiments.

図9 実験に用いたフィルタリング光学系

The spatial filtering optical system used by experiments.

図10 実験に用いた空間フィルタの特性の一例

An example of spatial filter characteristic used by experiments.

ただし、 $\hat{A}(u, v)$ は $\hat{a}(x, y)$ のフーリエ変換である。

ここにおいて、撮像管などの受光器は一般に面上の光強度分布に感じるので実効的には、

$$I(u, v) = |\hat{I}(u, v)|^2 = T(u, v) \cdot A(u, v) \quad (24)$$

(24) 式において、 $T(u, v)$ は前章で議論した空間フィルタの伝達関数、 $\hat{T}(u, v)$ はコヒーレント空間処理の実験のための空間フィルタの特性で、(25)式の関係がある。

$$\hat{T}(u, v) = \sqrt{T(u, v)} \quad (25)$$

図10に実験に用いた $\hat{T}(u, v)$ の特性の一例を示す。また、写真2に実際の空間フィルタの写真を示す。

この空間フィルタはガラス板にインコーネルを蒸着して製作したものである。全体のサイズは約 50 mmφ であるが、インコーネルの蒸着されている有効サイズは約 16 mmφ である。また、この空間フィルタは蒸着物質

写真2 実験に用いた空間フィルタ

The spatial filter used by experiments.

がインコーネルであるため、分光透過率特性はほぼ平坦である。

3.3 実験結果

空間フィルタ $\hat{T}(u, v)$ による搬送信号レベルの増大率について測定した。

手順としては最初に空間フィルタを用いずに、フィルムの像を直接ビジコン面に投影し、電気信号に変換した後、色信号分離帯域フィルタ出力端での搬送信号レベルを測定する。このとき同時に低域の非搬送信号レベルも測定する。次に、空間フィルタを挿入すると光量が低下するので、フィルムを照射するレーザー強度を増加し、低域フィルタ出力の非搬送信号レベルが空間フィルタを使用しないときの値と等しくなるように調整する。

この状態で、色分離フィルタ出力端での搬送信号レベルを測定し、前回のレベルと比較する。

以上のようにして得られた測定結果を表2に示す。

表2 搬送信号増大率の実験結果
(プリアンプ雑音低減率の実験結果)

The experimental results of rate of increasement of the carrier signals.

チャンネル	搬送周波数 u_0	信号増大率
低 域	—	0 dB
搬送チャンネル (低)	20 (1/mm)	3~4 dB
搬送チャンネル (高)	25 (1/mm)	6~8 dB

表2に示している信号増大率は、空間処理によるビジコンプリアンプ雑音の低減率に等しいことになる。つまり、空間フィルタを挿入し、非搬送信号レベルを合わせた状態で、各搬送信号レベルを空間処理しないときの値に等しくするためには、各搬送チャンネルの利得を表2に示す値だけ低下させなければならない。このとき、電気的雑音(ビジコンプリアンプ雑音)の量は表2に示す値だけ減少することになるので、表2は電気的雑音の低減率を示すことになる。

実験によって求めた低減率は、理論値 ρ_{i2} と比較的よい一致が得られた。従来のモノカラー方式の S/N 値については、高搬送チャンネルの帯域フィルタ出力端でのビジコンプリアンプ雑音による S/N が約 26 dB であるという実験結果が報告されている²⁾。

参考として、16 mm SMPTE 解像度フィルムを用いて空間処理をしたときと、しないときの再生画像を比較した。

写真3は空間フィルタを使用しないとき、写真4は空間フィルタを用いてフィルタリングしたときのテレビ受像機上の再生画像である。使用したフィルムおよび印画紙のレスポンス特性のため、この写真では大きな差は認められないが、テレビ画面で直接比較すると、クサ

写真3 16 mm SMPTE 解像度フィルムの TV 受像機再生画像 (空間フィルタなし)

The reproduced image of 16 mm SMPTE resolution film. (Without spatial filter)

写真4 16 mm SMPTE 解像度フィルムの TV 受像機再生画像 (空間フィルタあり)

The reproduced image of 16 mm SMPTE resolution film. (With spatial filter)

ビ部分のコントラストが大幅に増大するのがわかる。

なお、画面中央左下にスペクルノイズパターンが現われているが、これはレーザーのようにコヒーレンシの高い光源を使用しているために生じる量子雑音である。

4. む す び

モノカラーシステムを構成する2次元伝達要素のうち、フィルム乳剤とビジコンの伝達特性が最も問題のあることに注目し、フィルムレスポンス関数およびビジコンビームアパーチャレスポンス関数を等方的な2次元ガウス関数で近似できると考えて、これらのレスポンス関数を空間処理により2次的に修正する空間フィルタ $T(u, v)$ を提案した。また、この空間フィルタによる搬送伝送帯域の雑音低減率について検討し、数値計算結果を求めた。

この結果、ビジコンプリアンプ雑音は大幅に低減するが、フィルム粒状性雑音に対しては効果がないことが明

らかとなった。次に、実際に空間フィルターを製作し、コヒーレント光学系で空間処理実験を行なった結果、プリアンプ雑音低減率は理論値とよい一致が得られた。

しかし、よりいっそう画質を改善するためには、フィルム粒状性雑音も低減する必要がある、これが残された問題点である。この件については、本論文では触れなかったが、次の論文Ⅱで報告する。

最後に、日頃ご指導、ご鞭撻をいただいております慶応義塾大学 藤田広一教授、栗田正一教授、および本研究発表の機会を与えて下さった高木研究部長に謝意を表するとともに、特に本研究に対して有益なご意見、ご討論をいただきました早稲田大学 大頭 仁教授に深謝します。

(昭和 47 年 9 月 4 日受付)

【参 考 文 献】

- 1) P. F. Mueller: Linear Multiple Image Storage, Appl. Opt., **8**, 2 (1969) 267
- 2) 井口, 副島: 白黒フィルムを用いたモノカラー方式, 放送技術, **12** (1966)
- 3) P. F. Mueller: Color Image Retrieval from Monochrome Transparencies, Appl. Opt., **8**, 10 (1969) 2051
- 4) 米山正秀: モノカラー記録再生系のシステム研究〔2 次元領域における検討〕, テレビ誌, **27**, 2 (1973) 25
- 5) 米山, 高木: モノカラーシステム再生系における空間情報処理, テレビ全大予, **12-1** (1972)
- 6) 辻内順平: 最近の像修正, 応物, **37**, 3 (1968) 274
- 7) J. L. Horner: Optical Spatial Filtering with the Least Mean Square Error Filter, JOSA, **59**, 5 (1969) 553
- 8) 三橋慶喜: アナログ光演算, 応物, **39**, 7 (1970) 688
- 9) 辻内順平: 光の空間情報の処理, 昭 45 年電気四学会連大予, **S 9-7**
- 10) 井上, 佐柳編: 印写工学 I, 共立出版

〈付 録〉

(13) 式の方は問題ないので、(12) 式の誘導について考える。(9) 式は次のようになる。

$$N_{i1} = A_1 \int_{u_0 - \Delta u}^{u_0 + \Delta u} \int_{-\phi(u)}^{\phi(u)} \exp\left(\frac{u^2 + v^2}{\sigma_1^2}\right) dv du \quad (\text{付} \cdot 1)$$

ここにおいて、図 5 より、

$$\phi(u) = \sqrt{4\sigma^2 - u^2} \quad (\text{付} \cdot 2)$$

(付・1) 式の変数を (付・3) 式のように極座標に変換すると、

$$\begin{cases} u = r \cos \theta \\ v = r \sin \theta \end{cases} \quad (\text{付} \cdot 3)$$

(付・1) 式は (付・4) 式のように書きかえられる。

$$N_{i1} = 2A_1 \iint_D \exp\left(\frac{r^2}{\sigma_1^2}\right) r dr d\theta \quad (\text{付} \cdot 4)$$

(付・4) 式の積分領域 D は図 5 の斜線部分 S と次の関係にある。

$$D = S/2 \quad (\text{付} \cdot 5)$$

いま、 D を付・図 1 に示すように 4 分割すると、 D は、

$$D = D_3 + D_4 - (D_1 + D_2) \quad (\text{付} \cdot 6)$$

さらに、

$$\begin{aligned} \iint_{D_1} \exp\left(\frac{r^2}{\sigma_1^2}\right) r dr d\theta &= \int_0^{2\sigma} \exp\left(\frac{r^2}{\sigma_1^2}\right) r dr \int_{\alpha_1}^{\pi/2} d\theta \\ &= \frac{\sigma_1^2}{2} \left\{ \exp\left(\frac{4\sigma^2}{\sigma_1^2}\right) - 1 \right\} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1 \right) \end{aligned} \quad (\text{付} \cdot 7)$$

$$\begin{aligned} \iint_{D_3} \exp\left(\frac{r^2}{\sigma_1^2}\right) r dr d\theta &= \int_0^{2\sigma} \exp\left(\frac{r^2}{\sigma_1^2}\right) r dr \int_{\alpha_2}^{\pi/2} d\theta \\ &= \frac{\sigma_1^2}{2} \left\{ \exp\left(\frac{4\sigma^2}{\sigma_1^2}\right) - 1 \right\} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) \end{aligned} \quad (\text{付} \cdot 8)$$

$$\begin{aligned} \iint_{D_2} \exp\left(\frac{r^2}{\sigma_1^2}\right) r dr d\theta &= \int_0^{\alpha_1} \int_0^{R(\theta)} \exp\left(\frac{r^2}{\sigma_1^2}\right) r dr d\theta \\ &= \frac{\sigma_1^2}{2} \int_0^{\alpha_1} \exp\left(\frac{4\sigma^2}{\sigma_1^2} \cos^2 \alpha_1 \sec^2 \theta\right) d\theta - \frac{\sigma_1^2}{2} \alpha_1 \end{aligned} \quad (\text{付} \cdot 9)$$

ここにおいて、 $R(\theta)$ は付・図 2 に示すように、

$$R(\theta) = 2\sigma \cos \alpha_1 \sec \theta \quad (\text{付} \cdot 10)$$

$$\begin{aligned} \iint_{D_4} \exp\left(\frac{r^2}{\sigma_1^2}\right) r dr d\theta &= \int_0^{\alpha_2} \int_0^{R(\theta)'} \exp\left(\frac{r^2}{\sigma_1^2}\right) r dr d\theta \\ &= \frac{\sigma_1^2}{2} \int_0^{\alpha_2} \exp\left(\frac{4\sigma^2}{\sigma_1^2} \cos^2 \alpha_2 \sec^2 \theta\right) d\theta - \frac{\sigma_1^2}{2} \alpha_2 \end{aligned} \quad (\text{付} \cdot 11)$$

(付・11) 式の $R(\theta)'$ は、付・図 2 より同様に、

付・図 1 積分領域の分割

The division of the integral region,

付・図 2 $R(\theta)$ および $R(\theta)'$ の説明図The explanation of $R(\theta)$ and $R(\theta)'$.

$$R(\theta)' = 2\sigma \cos \alpha_2 \sec \theta \quad (\text{付} \cdot 12)$$

したがって, (付・6), (付・7), (付・8), (付・9),
(付・11) 式より雑音パワー N_{i1} は求まる. つまり,

$$N_{i1} = A_1 \sigma_1^2 \left\{ \exp\left(\frac{4\sigma^2}{\sigma_1^2}\right) (\alpha_1 - \alpha_2) \right.$$

$$+ \int_0^{\alpha_2} \exp\left(\frac{4\sigma^2}{\sigma_1^2} \cos^2 \alpha_2 \sec^2 \theta\right) d\theta$$

$$\left. - \int_0^{\alpha_1} \exp\left(\frac{4\sigma^2}{\sigma_1^2} \cos^2 \alpha_1 \sec^2 \theta\right) d\theta \right\} \quad (\text{付} \cdot 12)$$

となり, 本文中 (12) 式が得られる.

新講座連載予告

〔講座〕 半導体物性とデバイス

昭和 47 年 5 月以来 9 回にわたり連載いたしました「雑音」は本年 6 月号をもちまして終了いたしますが, 7 月からは標記新講座を下記のとおり 11 回にわたって連載いたします. 引き続きご愛読のほどお願いいたします.

(表 題)	(筆 者)	(掲載予定)
第 1 回 半導体物性概論	青木 昌治 (東大)	48 年 7 月
第 2 回 半導体材料の性質	山田 祥二 (静大)	8 月
第 3 回 半導体素子の特性	尾沢 修 (東芝)	9 月
第 4 回 半導体素子の特性	久留 勇 (東芝)	10 月
	前田 敬二 (東芝)	
第 5 回 プロセス技術 (1)	橋本 哲一 (日立)	12 月
第 6 回 プロセス技術 (2)	芦川 幹雄 (日立)	49 年 1 月
	倉田 一宏 (日立)	
第 7 回 IC, LSI の現状	松倉 保夫 (日電)	2 月
第 8 回 デバイスの評価	柴田 明一 (ソニー)	3 月
第 9 回 テレビ用部品としての半導体	未 定	5 月
第 10 回 新しい話題	未 定	6 月
第 11 回 新しい話題	未 定	8 月

(注) 昭和 48 年 11 月, 49 年 4 月, 49 年 7 月は特集号となりますので, 本講座は休載いたします. なお, 表題および筆者は変更されることがありますのでご了承ください.