多段型集中定数方向性結合器の設計

名古屋工業大学

木田 弘 幸・池田 哲 夫

VHF 帯における小型の方向性結合器として、集中定数ハイブリッド回路を用いた方向性結合器が考えられている。この集中定数型方向性結合器の設計に、従来の4分の1波長分布結合2本線路を用いた多段型分布定数方向性結合器の設計図表を利用することにより、小型でかつ広帯域の多段型集中定数方向性結合器が容易に設計可能となった。また、本設計法により方向性結合器を試作し、実験を行った結果、本設計法の妥当性が確認された。

1. ま え が き

電子機器の小型化に伴い、VHF 帯における方向性結合器も小型化の要求が生じてきた。この要求に答えるものとして、筆者らはすでに集中定数ハイブリッド回路を用いた小型の集中定数型方向性結合器の設計法^{1)~3)}について報告したが、この方法は非常に複雑であったため、方向性結合器の広帯域化が困難であった。

従来、4分の1波長分布結合2本線路を多段接続し、広帯域化をはかった多段型分布定数方向性結合器に関する研究^{4)~5)}は数多くなされており、数表も作成されている。

そこで本論文では、従来の4分の1波長分布結合2本線路に相当する集中定数回路として、集中定数ハイブリッド回路を2個、電気長 θ の接続線路で接続し、さらにその両側に電気長 θ' の接続線路を接続した回路を考えた。この集中定数回路に従来の作成されている多段型分布定数方向性結合器の数表を利用することにより、容易に広帯域な多段型集中定数方向性結合器が得られるようになったので、この設計法⁷⁾について述べる。

また、本設計法に基づいて設計試作した方向性結合器の実験結果より本設計法の妥当性が確認できた。

2. 集中定数型方向性結合器

2.1 基本回路の解析

4分の1波長分布結合2本線路に対応する集中定数回路として図1に示すような回路⁷⁾が考えられる。この回路は2個の集中定数ハイブリッド回路に、特性インピー

ダンス R_0 、電気長 θ 、 θ' の接続線路を図のように接続した回路である。端子1, 2, 3, 4は図のように抵抗 R で終端するものとする。

従来、方向性結合器の解析、合成にはmode分解による方法がよく用いられており、ここでもその手法を用いた。

図1の接続線路のeven modeの F マトリクスとodd modeの F マトリクスは等しく、電気長 θ 、 θ' に対応してそれぞれ(1)式、(2)式となる。

$$[F_e]^t = [F_o]^t = \begin{bmatrix} \cos \theta & jR_0 \sin \theta \\ \frac{j \sin \theta}{R_0} & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$[F_e]^{t'} = [F_o]^{t'} = \begin{bmatrix} \cos \theta' & jR_0 \sin \theta' \\ \frac{j \sin \theta'}{R_0} & \cos \theta' \end{bmatrix} \quad (2)$$

添字 l , l' はそれぞれ電気長 θ , θ' の接続線路部分を表す。

一方、集中定数ハイブリッド回路のeven modeおよびodd modeの F マトリクスは、

$$[F_e]^h = \begin{bmatrix} 1 & j\omega(L+M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[F_o]^h = \begin{bmatrix} 1-2\Delta & j\omega(L-M) \\ j4\omega C(1-\Delta) & 1-2\Delta \end{bmatrix} \quad (4)$$

となる。添字 h は集中定数ハイブリッド回路部分を表す。ただし、 $\Delta = \omega^2 C(L-M)$ である。ゆえに回路全体では、

図1 集中定数型方向性結合器
Lumped-constant directional coupler.

"Design of Multi-stage Lumped-constant Directional Couplers"
by Hiroyuki Kida and Tetsuo Ikeda (Nagoya Institute of Technology, Nagoya)

図 2 even mode 等価回路

Equivalent circuit of even mode.

$$[F_i] = [F_i]' [F_i]^h [F_i]' [F_i]^h [F_i]' \quad i=e, 0 \quad (5)$$

となる。

図 1 の集中定数回路が方向性結合器として動作するためには、回路の even mode の F マトリクス $[F_e]$ と odd mode の F マトリクス $[F_o]$ が互いに双対な関係、

$$[F_e] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, [F_o] = \begin{bmatrix} D & CR^2 \\ B/R^2 & A \end{bmatrix} \quad (6)$$

にあることが必要であり、その結果この回路の条件は、

$$\left. \begin{aligned} R &= R_0 \\ L &= M \\ R^2 &= \frac{L}{2C} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

と求められる。このとき、図 1 の回路は周波数によらず完全に負荷抵抗 R と整合し、かつ端子 4 へ出力は周波数によらずまったく現れない。

以後の解析は、(6) 式の関係により even mode のみについて考えることにする。

図 2 に、図 1 の even mode 等価回路を示す。これより even mode の F マトリクスは、

$$[F_e] = \begin{bmatrix} A & jB \\ jC & D \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A &= \cos(\theta + 2\theta') + 2 \tan^2 \beta \sin \theta \sin 2\theta' \\ &\quad - 2 \tan \beta \sin(\theta + 2\theta') \\ B &= \sin(\theta + 2\theta') - 4 \tan^2 \beta \cos^2 \theta' \sin \theta \\ &\quad + 4 \tan \beta \cos \theta' \cos(\theta + \theta') \\ C &= \sin(\theta + 2\theta') + 4 \tan^2 \beta \sin^2 \theta' \sin \theta \\ &\quad - 4 \tan \beta \sin \theta' \sin(\theta + \theta') \\ D &= A \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

と求まる。ただし、 $\tan \beta = (\omega L)/R$ とおき、 $R=1$ と正規化した。

方向性結合器の挿入伝送係数は (8) 式より、

$$S = \frac{1}{2} [A + D + j(B + C)] \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &= \cos(\theta + 2\theta') + 2 \tan^2 \beta \sin \theta \sin 2\theta' - 2 \tan \beta \sin(\theta \\ &\quad + 2\theta') + j \{ \sin(\theta + 2\theta') - 2 \tan^2 \beta \sin \theta \cos 2\theta' \\ &\quad + 2 \tan \beta \cos(\theta + 2\theta') \} \end{aligned} \quad (11)$$

となり、挿入損失は、

$$L = |S|^2 = 1 + \{ 2 \tan \beta (\cos \theta - \tan \beta \sin \theta) \}^2 \quad (12)$$

となるが、当然のことながらこれは θ' には無関係である。

2.2 集中定数型方向性結合器の設計

集中定数型方向性結合器の設計を、4 分の 1 波長分布結合 2 本線路を用いた方向性結合器の設計法による結果を利用して行う。

分布定数方向性結合器の even mode の F マトリクスは、

$$[F] = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_{0e} \sin \theta \\ \frac{j \sin \theta}{Z_{0e}} & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (13)$$

と表わされる。ここに Z_{0e} は正規化した even mode インピーダンスであり、 θ はその電気長である。分布定数型方向性結合器の挿入損失は、中心周波数に関して対称となり、そこにおいて極値、

$$L_0 = 1 + \frac{1}{4} \{ Z_{0e} - (1/Z_{0e}) \}^2 \quad (14)$$

を持つ。一方、集中定数型方向性結合器も同様に中心周波数で極値を持つためには、

$$\left. \frac{dL}{d\Omega} \right|_{\Omega=1} = 0 \quad (15)$$

となればよい。 Ω は規格化角周波数で $\Omega = \omega/\omega_0$ とする。

(15) 式は、

$$\begin{aligned} \frac{dL}{d\Omega} &= \frac{\partial L}{\partial \beta} \frac{d\beta}{d\Omega} + \frac{\partial L}{\partial \theta} \frac{d\theta}{d\Omega} \\ &= \frac{\sin \beta \cos \beta}{\Omega} \cdot \frac{\partial L}{\partial \beta} + \frac{\theta}{\Omega} \cdot \frac{\partial L}{\partial \theta} \\ &= \frac{8 \tan^2 \beta \cos^2 \theta (1 - \tan \beta \tan \theta)}{\Omega} \cdot z \end{aligned} \quad (16)$$

ただし、

$$z = 1 - 2 \tan \beta \tan \theta - \theta (\tan \beta + \tan \theta)$$

である。よって、

$$1 - 2 \tan \beta_0 \tan \theta_0 - \theta_0 (\tan \beta_0 + \tan \theta_0) = 0 \quad (17)$$

となる。添字 0 は中心周波数における値を示す。

また、中心周波数において集中定数型方向性結合器の挿入損失と分布定数型方向性結合器の挿入損失を等しくすると、(12) 式と (14) 式より、

$$2 \tan \beta_0 (\cos \theta_0 - \tan \beta_0 \sin \theta_0) = \frac{Z_{0e} - 1/Z_{0e}}{2} \quad (18)$$

が得られる。 Z_{0e} は分布定数型方向性結合器の数表^{4)・6)}を参照すれば求まるので、(17) 式と (18) 式より、 β_0 、 θ_0 が決定される。

また、 θ_0' は集中定数型方向性結合器と分布定数型方向性結合器の位相関係より決定される。すなわち、位相推移は (10) 式より、

$$\phi = \tan^{-1} \frac{B+C}{2A} \quad (19)$$

と表わされるが、分布定数型方向性結合器は中心周波数において $A=0$ となり $\phi = \pi/2$ となる。集中定数型方向性結合器の場合も同様に $A=0$ とおくと (9) 式より、

$$\theta_0' = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\cos \theta_0 - 2 \tan \beta_0 \sin \theta_0}{2 \tan \beta_0 \cos \theta_0 - 2 \tan^2 \beta_0 \sin \theta_0 + \sin \theta_0} \quad (20)$$

となり、 θ_0' も決定される。

集中定数型方向性結合器の設計例として、結合量 10 dB の場合を例にとり説明する。まず、分布定数型方向性結合器の文献^{4)~6)}より、 $Z_{0e}=1.3874$ と決定される。この Z_{0e} を用いて (17), (18), (20) 式より、 β_0 , θ_0 , θ_0' は、

β_0 (rad)	θ_0 (rad)	θ_0' (rad)
0.2490	0.6335	0.2497

と求められる。この結合特性を図 3 (a) に示し、位相特性を図 3 (b) に示す。図には比較のため、分布定数型方向性結合器の特性を点線で示す。図 3 (a) より明らかなように、集中定数型方向性結合器の結合特性は中心周波数に関して対称とならず、帯域が幾分狭くなる。これは図 1 の回路が 4 分の 1 波長分布結合 2 本線路と完全には等価な回路ではないことによる。また、図 3 (b) で θ_2 は端子 2 への位相、 θ_3 は端子 3 への位相を表わしている。 θ_d は端子 2 と端子 3 の位相差であり、回路が対称なため、 90° の定位相差となっている。

集中定数型方向性結合器の数表を付録として付・表 1 に示す。これは文献³⁾に述べてある結果と θ_0' を除いて一致する。

3. 多段型集中定数方向性結合器の設計

N 段型集中定数方向性結合器の設計は、従来数多く作

図 3 集中定数型方向性結合器の結合特性、位相特性 (10 dB)
Coupling and phase of a lumped-constant coupler, (10 dB).

成されている N 段型分布定数方向性結合器の数表^{4)~6)}より、各セクションごとの等価性を利用して、正規化した even mode インピーダンスを求め、これを用いて (17), (18), (20) 式より β_0 , θ_0 , θ_0' を各セクションごとに求めることにより設計を行う。

また、その結果は、

$$\prod_{r=1}^N \begin{bmatrix} A_r & jB_r \\ jC_r & D_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & jB_n \\ jC_n & D_n \end{bmatrix} \quad (21)$$

より、 N 段型集中定数方向性結合器の F マトリクスが求まり、その挿入損失は、

$$L = 1 + \frac{1}{4}(A_n - D_n)^2 + \frac{1}{4}(B_n - C_n)^2 \quad (22)$$

となる。また、端子 2 への位相は、

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{B_n - C_n}{A_n - D_n} - \tan^{-1} \frac{B_n + C_n}{A_n + D_n} \quad (23)$$

となり、端子 3' への位相は、

$$\theta_3' = -\tan^{-1} \frac{B_n + C_n}{A_n + D_n} \quad (24)$$

となる。端子 2 と端子 3' の位相差は、

$$\theta_d = \theta_2 - \theta_3' = \tan^{-1} \frac{B_n - C_n}{A_n - D_n} \quad (25)$$

となり、一般には定位相差とはならないが、 N 段接続した回路が対称 ($A_n = D_n$) であれば $\theta_d = \pi/2$ となり、周波数によらず一定となる。

以下に設計例をあげ、その結合特性、位相特性、帯域幅等について説明する。

設計例 対称 3 段型集中定数方向性結合器

一例として、結合量 $3.01 \text{ dB} \pm 0.5 \text{ dB}$ の場合について設計を行う。分布定数型方向性結合器の文献⁶⁾より、 $Z_{0e1}=Z_{0e3}=1.3001$, $Z_{0e2}=3.7855$ とすればよい。(17), (18), (20) 式より計算した設計値を次表に示す。

Section	1, 3	2
β_0 (rad)	0.2001	0.9241
θ_0 (rad)	0.6743	0.2346
θ_0' (rad)	0.2677	0.0886

この方向性結合器の結合特性を図 4 (a) に、位相特性を図 4 (b) に示す。図には比較のため、分布定数型方向性結合器の特性を点線で示す。

図 4 (a) より、集中定数型方向性結合器の帯域は分布定数型方向性結合器の帯域にくらべて幾分狭くなっていることがわかる。これは各単位の区間の特性 (図 3 (a), (b) 参照) の劣化によるものである。図 4 (b) に示すように、位相差 θ_d は対称型方向性結合器のため 90° 一定である。

図 5 に結合量のリップルと帯域幅比の関係を、3 dB と 10 dB の場合について示す。図には比較のため、点線

図 4 対称 3 段型集中定数方向性結合器の結合特性、位相特性 (3.01 dB±0.5 dB)

Coupling and phase of a symmetrical three-stage lumped-constant coupler, (3.01 dB±0.5 dB).

図 5 対称 3 段型集中定数方向性結合器の結合量偏差と帯域幅比の関係 (3 dB と 10 dB)

Coupling tolerance of 3-dB and 10-dB symmetrical three-stage lumped-constant couplers.

で分布定数型方向性結合器の場合もあわせ示す。

さらに多段となっても同様に設計できる。これらの結果の一例を付録に数表として示す。

4. 実 験

前章までの理論に基づき結合量 6.02 dB±1.0 dB、中心周波数 50 MHz の非対称 2 段型集中定数方向性結合器を試作し、実験を行った。

試作器の設計値を次表に示す。ただし、 Z_{oe} の値は文献⁴⁾を参照して算出した。

Section	1	2
Z_{oe}	1.3940	2.2510
β_0 (rad)	0.2526	0.5991
θ_0 (rad)	0.6306	0.3938
θ_0' (rad)	0.2485	0.1505

集中定数ハイブリッド回路のコイルの L , M , コンデンサの容量 C , および電気長 θ_0 の接続線路の長さ l , 電気長 θ_0' の接続線路の長さ l' は次式より求められる。

$$\left. \begin{aligned} L &= M = \frac{R \tan \beta_0}{2\pi f_0} \\ C &= \frac{L}{2R^2} \\ l &= \frac{C_0 \theta_0 k}{2\pi f_0} \\ l' &= \frac{C_0 \theta_0' k}{2\pi f_0} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

f_0 : 中心周波数
 C_0 : 光速, 3×10^8 m/s
 k : 短縮率

試作器では $R=50 \Omega$ とし、接続線路として 1.5D-XV の同軸線路 (特性インピーダンス 50Ω , 短縮率 $2/3$) を用いた。(26)式より, L , M , C , l , l' は次表のようになる。

Section	1	2
L, M (nH)	41.07	108.68
C (pF)	8.21	21.74
l (cm)	40.15	25.07
l' (cm)	15.82	9.58

写真 1 に試作器の構造を示す。図 6, 図 7 に、伝送特性、位相特性の実験結果を示す。図より明らかなように、実測値は理論値 (実線) とほぼ一致しており、理論が妥当であるものと考えられる。図 6 で $1 \rightarrow 3'$ の挿入損失のずれはコイルがうまく密結合 ($L=M$) に製作できなかったため、端子 $4'$ に出力が洩れたためと思われる。ま

写真 1 非対称 2 段型集中定数方向性結合器 (6.02 dB±1.0 dB)

Photograph of an asymmetric two-stage lumped-constant coupler, (6.02 dB±1.0 dB).

図 6 試作器の伝送特性
Transducer loss of an experimental two-stage coupler.

図 7 試作器の位相特性
Phase of an experimental two-stage coupler.

図 8 試作器の VSWR の実測値
VSWR of an experimental two-stage coupler.

た、図 8 に示すように定在波比は 85 MHz 以下で、1.25 以下という結果を得た。

5. む す び

集中定数ハイブリッド回路を用いた小型、広帯域の多段型集中定数方向性結合器の設計法を述べた。

従来の集中定数型方向性結合器の設計は文献³⁾に述べ

てあるように非常に複雑であったが、本方法によれば従来作成されている 4 分の 1 波長分布結合 2 本線路を用いた多段型方向性結合器の設計数表を参照することにより、各セクションごとの設計が可能となり、その結果も容易に求められる。

本設計法により試作した方向性結合器の実験結果より、本理論の妥当性が確認できた。また、本方法は分布定数回路との混在している回路⁸⁾にもそのまま適用することができるであろう。

最後に、実験に当り種々御援助をいただいた研究室の石原助手を初め、学生諸氏に感謝する。

付録に示す数表は、名古屋工業大学附属情報処理教育センターの HITAC 8450 を用いて作成した。

(昭和 51 年 11 月 5 日受付)

〔参 考 文 献〕

- 1) R.E. Fisher: Broad-Band Twisted-Wire Quadrature Hybrids, IEEE Trans., **MTT-21**, May (1973) 355-357
- 2) 池田哲夫: 集中定数による可変結合量方向性結合器, 昭 49 電気関係学会東海支部連大, 4P-E-6
- 3) 池田, 木田: 集中定数型方向性結合器の設計図表, テレビ誌, **30**, 6 (1976) 482-487
- 4) R. Levy: General Synthesis of Asymmetric Multi-Element Coupled-Transmission-Line Directional Couplers, IEEE Trans., **MTT-11**, July (1963) 226-237
- 5) P.P. Toullos and A.C. Todd: Synthesis of Symmetrical TEM-Mode Directional Couplers, IEEE Trans., **MTT-13**, Sept. (1965) 536-544
- 6) E.G. Cristal and L. Young: Theory and Tables of Optimum Symmetrical TEM-Mode Coupled-Transmission-Line Directional Couplers, IEEE Trans., **MTT-13**, Sept. (1965) 544-558
- 7) 木田, 池田: 多段型集中定数方向性結合器の設計, 昭 51 電気関係学会東海支部連大, 227
- 8) 池田, 佐藤: 結合量可変方向性結合器, テレビ誌, **30**, 11 (1976) 900-904

〈付 録〉

付・表 1 集中定数型方向性結合器の設計数表

Design table for lumped-constant directional couplers of one stage.

中心結合量	β_0 (rad)	θ_0 (rad)	θ_0' (rad)
3.01	0.64683	0.36734	0.14000
6.0	0.41430	0.50947	0.19720
10.0	0.24902	0.63352	0.24974
20.0	0.07685	0.78544	0.31875
30.0	0.02425	0.83627	0.34330

付・表 2 非対称 2 段型集中定数方向性結合器の設計数表

Design tables for asymmetric lumped-constant directional couplers of two stages.

3.01 dB $\pm \delta$ dB

δ	Section 1			Section 2		
	β_{10}	θ_{10}	θ_{10}'	β_{20}	θ_{20}	θ_{20}'
0.2	0.23799	0.64255	0.25368	0.82684	0.27761	0.10507
0.4	0.29960	0.59331	0.23239	0.85834	0.26333	0.09957
0.6	0.35458	0.55188	0.21485	0.88526	0.25140	0.09499
0.8	0.40712	0.51442	0.19925	0.91097	0.24024	0.09071
1.0	0.45921	0.47928	0.18482	0.93693	0.22919	0.08648

10.0 dB $\pm \delta$ dB

δ	Section 1			Section 2		
	β_{10}	θ_{10}	θ_{10}'	β_{20}	θ_{20}	θ_{20}'
0.2	0.08459	0.77812	0.31528	0.32545	0.57354	0.22398
0.4	0.10203	0.76180	0.30760	0.33654	0.56522	0.22046
0.6	0.11697	0.74800	0.30117	0.34558	0.55850	0.21763
0.8	0.13083	0.73535	0.29532	0.35347	0.55269	0.21519
1.0	0.14392	0.72353	0.28989	0.36091	0.54726	0.21291

付・表 3 対称 3 段型集中定数方向性結合器の設計数表

Design tables for symmetrical lumped-constant directional couplers of three stages.

3.01 dB $\pm \delta$ dB

δ	Section 1, 3			Section 2		
	$\beta_{10}=\beta_{30}$	$\theta_{10}=\theta_{30}$	$\theta_{10}'=\theta_{30}'$	β_{20}	θ_{20}	θ_{20}'
0.2	0.14427	0.72322	0.28975	0.86527	0.26023	0.09838
0.4	0.18259	0.68939	0.27443	0.90620	0.24229	0.09150
0.6	0.21703	0.65999	0.26135	0.94114	0.22742	0.08581
0.8	0.25024	0.63252	0.24930	0.97410	0.21372	0.08058
1.0	0.28343	0.60594	0.23780	1.00668	0.20049	0.07554

10.0 dB $\pm \delta$ dB

δ	Section 1, 3			Section 2		
	$\beta_{10}=\beta_{30}$	$\theta_{10}=\theta_{30}$	$\theta_{10}'=\theta_{30}'$	β_{20}	θ_{20}	θ_{20}'
0.2	0.05175	0.80946	0.33244	0.34307	0.56036	0.21841
0.4	0.06232	0.79929	0.32535	0.35830	0.54916	0.21371
0.6	0.07173	0.79031	0.32106	0.37083	0.54007	0.20991
0.8	0.08043	0.78205	0.31713	0.38216	0.53196	0.20652
1.0	0.08875	0.77421	0.31343	0.39286	0.52439	0.20338

20.0 dB $\pm \delta$ dB

δ	Section 1, 3			Section 2		
	$\beta_{10}=\beta_{30}$	$\theta_{10}=\theta_{30}$	$\theta_{10}'=\theta_{30}'$	β_{20}	θ_{20}	θ_{20}'
0.2	0.01571	0.84471	0.34746	0.10639	0.75776	0.30571
0.4	0.01890	0.84155	0.34590	0.11103	0.75347	0.30371
0.6	0.02166	0.83882	0.34456	0.11484	0.74995	0.30207
0.8	0.02421	0.83632	0.34332	0.11827	0.74680	0.30061
1.0	0.02662	0.83394	0.34216	0.12148	0.74337	0.29925

付・表 4 対称 5 段型集中定数方向性結合器の設計数表

Design tables for symmetrical lumped-constant directional couplers of five stages.

3.01 dB $\pm \delta$ dB

δ	Section 1, 5			Section 2, 4			Section 3		
	$\beta_{10}=\beta_{50}$	$\theta_{10}=\theta_{50}$	$\theta_{10}'=\theta_{50}'$	$\beta_{20}=\beta_{40}$	$\theta_{20}=\theta_{40}$	$\theta_{20}'=\theta_{40}'$	β_{30}	θ_{30}	θ_{30}'
0.2	0.07938	0.78304	0.31761	0.27701	0.61102	0.23999	0.98075	0.21100	0.07954
0.4	0.11530	0.74953	0.30188	0.32940	0.57057	0.22272	1.02241	0.19420	0.07315
0.6	0.14800	0.71988	0.28822	0.37269	0.53874	0.20935	1.05598	0.18099	0.06813
0.8	0.17972	0.69189	0.27555	0.41234	0.51082	0.19776	1.08669	0.16913	0.06364
1.0	0.21154	0.66462	0.26339	0.45091	0.48475	0.18706	1.11644	0.15784	0.05936

10.0 dB $\pm \delta$ dB

δ	Section 1, 5			Section 2, 4			Section 3		
	$\beta_{10}=\beta_{50}$	$\theta_{10}=\theta_{50}$	$\theta_{10}'=\theta_{50}'$	$\beta_{20}=\beta_{40}$	$\theta_{20}=\theta_{40}$	$\theta_{20}'=\theta_{40}'$	β_{30}	θ_{30}	θ_{30}'
0.2	0.02576	0.83478	0.34257	0.10241	0.76145	0.30744	0.40347	0.51696	0.20030
0.4	0.03582	0.82493	0.33775	0.11885	0.74628	0.30037	0.42191	0.50425	0.19505
0.6	0.04463	0.81635	0.33358	0.13182	0.73445	0.29490	0.43625	0.49453	0.19106
0.8	0.05285	0.80840	0.32973	0.14320	0.72418	0.29019	0.44883	0.48613	0.18762
1.0	0.06073	0.80081	0.32608	0.15367	0.71481	0.28592	0.46050	0.47843	0.18448