ファジィ理論とその応用

向 殿 政 男[†]

ファジィネスと呼ばれるある種のあいまいさの存在を始めから認めて、それを積極的に取り扱うための理論であるファジィ理論が、最近、注目を集めている。実際の場面で有効であることが実証されるようになったからである。本稿では、ファジィ理論の基礎についてわかりやすく解説する。さらに、応用に関する最近の動向についても述べる。

1. ま え が き

“あいまいな方がよい場合がある”などとは、現実社会の人間関係ならばいざ知らず、科学技術の世界にもあるとは想像もしていなかったのではないだろうか。いや、自動車のハンドルには遊びというあいまいな部分があるからこそ人間はうまく運転ができるし、音声合成の音のつながりの部分にノイズをわざと入れてあいまいにすると、より自然に聞こえるということが知られていたので、現場の技術者には、案外このことがわかっていたのかもしれない。

あいまいなものはできる限り排除して、可能な限り明確に、合理的に、そして客観的にというのが、これまでの科学技術の指導原理である。事実、このお陰で現代の高度な技術社会を迎えることができたのである。

ところが一方で、システムが複雑になるに従い、すべてを明確に記述することが困難になり、たとえ明確に記述してみても、もはや実際には操作不可能なほど膨大なものになってしまうという現実、さらに人間の好みなどの主観的な判断や、経済活動のように原理を明確にできないものを取り扱う適切な理論が存在しないという事実等がある。対象に存在するあいまいさを始めから認めて、あいまいなものはあいまいなままに大雑把に取り扱う理論の必要性を強調して、ザデー (L. A. Zadeh) がファジィ理論を提唱したのは、1965年であった¹⁾。

ファジィ (fuzzy) とは、羽毛のようにふわふわとして境界がぼやけてあいまいであるということの意味している。あいまいさにも、確率論のように起きてしまえば明確なものであるが、まだ起きていないのでわからないというあいまいさ、データや知識が欠如していてわからないというあいまいさ等に、各種のものが存在する。ファジィ理論では、言葉の意味の定義のように、本来明確には定義できないようなファジィネスと呼ばれるあいまいさを主として取り扱うといわれている。

ファジィ理論の理論的研究は、ザデーの提唱以後、地道に行われて来たが、最近、ファジィ理論が実際の場面で応用され、それが極めて有効であることが実証されるに従い、急にファジィ理論の応用が注目されるようになって来た。本論文では、ファジィ理論の基礎について、できる限りわかりやすく解説する。そして、最後に、ファジィ理論の応用に関する最近の動向についても紹介する。

2. ファジィ集合

まず、通常の場合について考えてみる。“中年”および“熟年”というのは、何歳から始まって何歳で終わるのかはよくわからないが、ここでは、それぞれ35歳および50歳から始まって、55歳および70歳で終わるものと仮定すると、この2つの集合は、図1のように描ける。このように、全体集合 U 上のある集合 A は、その特性関数 λ_A を用いて、

$$\lambda_A: U \rightarrow \{0, 1\} \quad (1)$$

と表現できる。すなわち、 U のある要素 a が A に所属している時、

[†] 明治大学 理工学部情報科学科

“Fuzzy Theory and Its Applications” by Masao Mukaidono (Department of Computer Science, Meiji University, Kawasaki)

図 1 集合の例

$$\lambda_A(a)=1 \quad (2)$$

所属していない時、

$$\lambda_A(a)=0 \quad (3)$$

である。図1の例でいえば，“中年”を A と置くと $\lambda_A(34)=0$ であり、 $\lambda_A(35)=1$ である。この特性関数の不自然さ、すなわち、1歳年をとると、とたんに“中年”の仲間入りをしてしまうという不自然さをなくするために、集合の境界をなだらかにして、ある要素がその集合に入る度合いとして、0と1との中間の値をとることを認めるように拡張したのが「ファジィ (fuzzy) 集合¹⁾」である。すなわち、 U 上のあるファジィ集合 A は、特性関数(1)式の代りに、「メンバーシップ関数」と呼ばれる関数 μ_A を用いて、

$$\mu_A: U \rightarrow [0, 1] \quad (4)$$

と定義される。“中年”や“熟年”のメンバーシップ関数は、例えば図2のように示され、この場合、 $\mu_A(35)=0.3$ 、 $\mu_A(40)=0.8$ である。この時、0.3や0.8の数値は要素35や40がファジィ集合 A = “中年”に所属する度合いを表していて、「所属度」(またはグレード)と呼ばれる。

ファジィ集合でも、通常の集合と同様に集合演算が次のように定義される(図2参照)。

(1) 和集合: $A \cup B$

$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B}(x) &= \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \\ &= \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \end{aligned} \quad (5)$$

(2) 積集合: $A \cap B$

$$\begin{aligned} \mu_{A \cap B}(x) &= \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \\ &= \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \end{aligned} \quad (6)$$

(3) 補集合: $\bar{A}$

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) = \overline{\mu_A(x)} \quad (7)$$

上の3つの演算は、通常の集合の演算を特殊な場合として含んでいる。通常の集合では、上の3つの演算のみで充分であったが、ファジィ集合では無限に定義可能で(5)~(7)式はそのひとつの例にすぎない。なお、要素が有限の場合には、ファジィ集合は次のようにも表現される。例えば、サイコロの目の数を全体集合 U とする時、“大きな目”というファジィ集合(これを A と置く)は、

図 2 ファジィ集合の例

$$A = 0.2/3 + 0.5/4 + 0.8/5 + 1/6 \quad (8)$$

と書かれる。所属度が0の場合は省略される。記号+は加算を表しているのではないことに注意されたい。一般に、 $U = \{a_1, \dots, a_n\}$ とする時、ファジィ集合 A は、

$$A = \sum_{i=1}^n \mu_A(a_i)/a_i \quad (9)$$

と表現される。

U が無限集合の場合には、(9)式に習って、

$$A = \int_U \mu_A(a)/a \quad (10)$$

と記される。ファジィ集合 A の所属度の一番大きな値、すなわち、

$$\bigvee_{i=1}^n \mu_A(a_i) = \bigvee_{a \in U} \mu_A(a) \quad (11)$$

を A の「高さ」といい、高さが1のファジィ集合は「正規」であるといわれる。特に、2つのファジィ集合 A と B との積集合 $A \cap B$ の高さは A と B との「一致度」といわれる。図2の場合、 A と B との一致度は0.4である。

3. ファジィ集合の基本的な定理と原理

ここで、通常の集合とファジィ集合との間を結びひとつの基本的な定理と原理とを紹介する。

A を U 上の1つのファジィ集合とし、 α を $[0, 1]$ の1つの値とする。この時、 A における所属度が α 以上の U の要素全体の集合、すなわち、

$$A_\alpha = \{a | \mu_A(a) \geq \alpha, a \in U\} \quad (12)$$

図 3 α -カットと分解定理

を A の「 α -カット」集合という (図3 参照). A_α は通常の集合である. メンバシップ関数の値が有限個 $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ しかない場合には, A は, 次のように分解できる.

$$A = \alpha_1 \cdot A_{\alpha_1} \cup \dots \cup \alpha_i \cdot A_{\alpha_i} \cup \dots \cup \alpha_n \cdot A_{\alpha_n}$$

$$= \bigcup_{i=1}^n \alpha_i \cdot A_{\alpha_i} \quad (13)$$

ここで, $\alpha_i \cdot A_{\alpha_i}$ は図3に示すように, 通常の集合 A_{α_i} を α_i の値で頭をカットした集合である. (13)式を「分解定理」といい, ファジィ集合と通常の集合との橋渡しする定理である. ファジィ集合を通常の集合に分解して取り扱おうとする時に重要な役割を果たす. (8)式の例でいえば, $A_{0.2} = \{3, 4, 5, 6\}, \dots, A_1 = \{6\}$ であり,

$$A = 0.2 \cdot A_{0.2} \cup 0.5 \cdot A_{0.5} \cup 0.8 \cdot A_{0.8} \cup 1 \cdot A_1 \quad (14)$$

となる.

次に, 通常関数が定義されている時, 入力ファジィ集合になった場合の出力をどのように拡張定義したらよいかを示す「拡張原理」と呼ばれるひとつの指導原理について述べる. $f(x, y)$ を2つの入力値 $x \in U$ と $y \in V$ に対して, 1つの出力値 $Z = f(x, y) \in W$ を返す通常関数とする. いま, x と y の代りに, それぞれ U と V 上のファジィ集合 A, B が入力された時, 出力としてどのような W 上のファジィ集合 C を返すべきかについて, 拡張原理は, 次のように主張している. すなわち, W 上のある要素 z に対するファジィ集合 C の所属度 $\mu_c(z)$ は, f により z を出力値とする入力の組み合わせ $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ の $A \times B$ における所属度の一番大きなものとする. ただし, $A \times B$ における (x_i, y_i) の所属度とは, $\mu_A(x_i)$ と $\mu_B(y_i)$ との小さい方とするというものである. 式として厳密に表現すると,

$$\mu_c(z) = \mu_{f(A, B)}(z) = \bigvee_{f(x, y) = z} (\mu_A(x) \cdot \mu_B(y)) \quad (15)$$

となる. 例として,

$$A = \text{“だいたい5”} = 0.2/3 + 0.5/4 + 1/5 + 0.4/6 + 0.1/7 \quad (16)$$

$$B = \text{“だいたい3”} = 0.8/2 + 1/3 + 0.7/4 \quad (17)$$

の加算を考えてみる. 拡張原理によると, $A + B = C$ が,

$$C = \text{“だいたい8”} = 0.2/5 + 0.5/6 + 0.8/7 + 1/8 + 0.7/9 + 0.4/10 + 0.1/11 \quad (18)$$

として図4のように求められる. 例えば, 6になる入力の組み合わせは3+3と4+2の2通りであるから,

図4 拡張原理の例

$$\mu_c(6) = (0.2 \cdot 1) \vee (0.5 \cdot 0.8) = 0.5$$

となる. なお, (15)式で表現される拡張原理は, $a = b$ のとき,

$$\mu_c(a)/a + \mu_c(b)/b = (\mu_c(a) \vee \mu_c(b))/a$$

という約束に従えば,

$$C = f(A, B) = \int_{U \times V} (\mu_A(x) \cdot \mu_B(y)) / (x, y) \quad (19)$$

とも記すこともできる.

4. ファジィ関係

図2で紹介したファジィ集合は, U という1つの全体集合上のものであったが, 2次元上の, すなわち $U \times V$ 上のファジィ集合も当然定義できる. 2次元のファジィ集合は, U 上の要素 x と V 上の要素 y との関係を表していると解釈できるので, 特に「ファジィ関係」と呼ばれる. R を $U \times V$ 上のファジィ関係とすると, R は,

$$R = \int_{U \times V} \mu_R(x, y) / (x, y)$$

$$= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \mu_R(x_i, y_j) / (x_i, y_j) \quad (20)$$

と記すことができる.

U 上のファジィ集合 A と V 上のファジィ集合 B に関しては, このままでは集合演算することができない. なぜならば, 2つの全体集合が異なっているからである. これを一致させるためには, 両方とも $U \times V$ 上のファジィ集合に拡張定義すればよい. U 上のファジィ集合 A を $U \times V$ 上の2次元のファジィ集合と考えるためには, V の要素に関してはメンバーシップ関数の値は無関係と考えればよい. このような拡張を「円筒的拡張」といい $A \times V$ と記す. すなわち,

$$A \times V = \int_{U \times V} \mu_{A \times V}(x, y) / (x, y)$$

$$= \int_U \mu_A(x) / (x, y) \quad (21)$$

である。 V 上のファジィ集合 B を $U \times V$ に同様に円筒的拡張したものは、 $U \times B$ となる。 よって、この場合の A と B との積集合は、

$$(A \times V) \cap (V \times B) \quad (22)$$

として $U \times V$ 上のファジィ集合となる。 (22) 式の積集合は、特に直積と呼ばれ $A \times B$ と記されることもある。 全体集合が異なる 2 つのファジィ集合の和集合など他の集合演算も同様に定義される。 これらは、 U 上のファジィ集合 A と V 上のファジィ集合 B から、 $U \times V$ 上のひとつのファジィ関係を導いたことに相当している。

逆に、 $U \times V$ 上のひとつのファジィ関係から U 上の、または V 上のひとつのファジィ集合を導くこともできる。 これは「射影」と呼ばれる操作である。

ファジィ関係 R の U 上への射影 R_U は、

$$R_U = \sum_{i=1}^m (\bigvee_{j=1}^n \mu_R(x_i, y_j)) / x_i \quad (23)$$

と定義される。 R_U は U 上のファジィ集合となる (図 5 参照)。 R の V 上への射影 R_V も同様に定義される。 なお、一般に、

$$R_U \times R_V \supseteq R$$

なる関係が常に成立している。

要素が有限の場合のファジィ関係は、行列の形で表記することができる。 例えば、 $U = \{\text{太郎}, \text{次郎}, \text{三郎}\}$, $V = \{\text{佳子}, \text{花子}, \text{小百合}\}$ とした時、 U の男性が V の女性を好きであるという関係 R は、

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{佳子} \\ \text{花子} \\ \text{小百合} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{太郎} \\ \text{次郎} \\ \text{三郎} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0.3 \\ 0.6 & 0.9 & 0.9 \\ 0 & 0.2 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (23)$$

$$\underset{\parallel}{U} \quad \left\{ \begin{matrix} \text{佳子} \\ \text{花子} \\ \text{小百合} \end{matrix} \right\} = V$$

のように記される。 いま、“スポーツ好き”という U 上のひとつのファジィ集合、

$$A = 0.2/\text{太郎} + 0.7/\text{次郎} + 1/\text{三郎} \quad (24)$$

が与えられたとする。 これを $A = [0.2 \ 0.7 \ 1]$ と行列形式で記すと、通常の積の計算の要領で、

$$B = A \circ R = [0.6 \ 0.7 \ 1] \quad (25)$$

図 5 射影のイメージ

により、

$$B = 0.6/\text{佳子} + 0.7/\text{花子} + 1/\text{小百合} \quad (26)$$

という“スポーツ好きに好かれる女性”という V 上のファジィ集合が得られる。 ただし、ここで通常の掛算、加算のかわりに $\min(\cdot)$, $\max(\vee)$ が用いられている。 これをファジィ関係の「合成」という。 A という事実と R というファジィ関係から B という結論を推論したと見ることもできる。 なお、上の計算は、 A と R との積集合を V 上へ射影した結果と一致する。 すなわち、ファジィ関係の合成 (25) では、

$$B = ((A \times V) \cap R)_V \quad (27)$$

が成立している。

5. ファジィ推論

通常の 2 値論理における推論は、記号を用いた、

事 実： A

$$\text{ルール：} A \rightarrow B \quad (28)$$

結 論： B

という形式を基本としている。ところが、事実 A がルールの前件部 A と正確に同じではなく似た概念の時には、(28) 式の推論形式は使用できない。 似ているという意味が表現できないからである。 ファジィ推論では、

事 実： A'

$$\text{ルール：} A \rightarrow B \quad (29)$$

結 論： B'

のような形で推論の基本形を表し、 A, A' は U 上のファジィ集合、 B, B' は V 上のファジィ集合と考えて、似たような概念からの推論を可能にしている。 ファジィ推論法にはいくつかのやり方が提案されているが、次の 3 つが代表的なものである。

- (1) A' と A との一致度を求めて、その数値で B を修正して B' を得る方法 (例えば頭切り法)
- (2) A' に対して A が真である度合いを言語真理値²⁾として求めて、その言語真理値で B を修正して B' を得る方法 (間接法)
- (3) $A \rightarrow B$ を A と B から導かれる $U \times V$ 上のファジィ関係 R とみなし、 A' と R のファジィ関係の合成として B' を得る方法 (直接法)

ここでは (3) について説明する。 U 上のファジィ集合 A と V 上のファジィ集合 B から、 $U \times V$ 上のファジィ集合であるファジィ関係 R を求める方法は、一通りだが、“ならば ($\rightarrow$)” の定義に依存して解は何通りも存在する。 すなわち、 $x \in U$ と $y \in V$ に対し、

$$\mu_R(x, y) = \mu_A(x) \rightarrow \mu_B(y) \quad (30)$$

表 1 ならば“ $\rightarrow$ ”の定義

- (1) $a \rightarrow b = a \cdot b = \min(a, b)$
- (2) $a \rightarrow b = a \vee b = \max(1-a, b)$
- (3) $a \rightarrow b = \min(1, 1-a+b)$
- (4) $a \rightarrow b = \begin{cases} 1 & \text{if } a \leq b \\ b & \text{if } a > b \end{cases}$

ただし, $a, b \in [0, 1]$

により, A と B からファジィ関係 R を定義するが, “ $\rightarrow$ ”の定義が, 2 値論理では一通りに決められているのに対して, ファジィ論理では何通りも存在するからである. 表 1 に “ $\rightarrow$ ” の代表的な定義のいくつかを示しておく. 同表で $a, b \in \{0, 1\}$ の時には, (2)~(4) は通常の 2 値論理の定義に一致するが, (1) は一致しないことに注意されたい. 簡単な例で示そう. 前節の U 上の “スポーツ好き” の男性のファジィ集合 A ((24 式)) と V 上の例えば “スリムな女性” を表現するファジィ集合,

$$B = 0.5 / \text{佳子} + 0.3 / \text{花子} + 0.9 / \text{小百合} \quad (31)$$

から, $A \rightarrow B$ として $U \times V$ 上のファジィ関係 R を求めてみる. 表 1 の定義 (1) を用いると, (30) 式より,

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.5 & 0.3 & 0.7 \\ 0.5 & 0.3 & 0.9 \end{bmatrix} \quad (32)$$

が, 定義 (4) を用いると,

$$R_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.5 & 0.3 & 1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.9 \end{bmatrix} \quad (33)$$

が得られる. いま, A' として U 上のファジィ集合,

$$A' = 0.4 / \text{太郎} + 0.6 / \text{次郎} + 0.8 / \text{三郎} \quad (34)$$

という事実が与えられたとする. A' と R_1 とのファジィ関係の合成から, (25) 式または (27) 式を用いると,

$$B' = 0.5 / \text{佳子} + 0.3 / \text{花子} + 0.8 / \text{小百合} \quad (35)$$

を得る. 同様に, A' と R_4 とからは,

$$B' = 0.5 / \text{佳子} + 0.4 / \text{花子} + 0.8 / \text{小百合} \quad (36)$$

という結論を得る.

なお, 定義 (1) を用いた方法は, A と A' との一致度を求めて, その一致度と B の所屬度の小さい数値をもって, B' の所屬度とするという推論方法と一致する. これは, 前述した代表的なファジィ推論法の (1) のひとつになっていて, 「頭切り法」と呼ばれる. 上の例でいえば, A ((24 式)) と A' ((34 式)) との一致度は 0.8 であり, これで B ((31 式)) の頭を切ると,

事実, (35) 式の B' が得られる.

6. ファジィ測度

「測度」(または尺度)とは, ものを測る時に与える数値のこと, またはその機構のことをいう. 確率はよく知られている測度の一種であり, 全体集合 U の部分集合に対して, 0 と 1 との間の数値を与えている. いま, U の部分集合に対して, $[0, 1]$ のひとつの数値を与える測度 m を考えると, m は次の 2 つの条件を満たすことが要請される.

$$(1) \quad m(\phi) = 0, \quad m(U) = 1 \quad (37)$$

$$(2) \quad U \text{ の任意の部分集合 } A, B \text{ に対して}$$

$$A \cap B = \phi \text{ ならば}$$

$$m(A \cup B) = m(A) + m(B) \quad (38)$$

ただし, ϕ は空集合を表す. 条件 (2) は「加法的性」の条件と呼ばれている. 加法的性が満たされていれば,

$$(3) \quad A \subseteq B \text{ ならば } m(A) \leq m(B) \quad (39)$$

という「単調性」と呼ばれる条件が導かれる. 単調性は, 加法的性よりも弱い条件であり, 集合が大きくなれば与えられる数値も大きくなるという極めて自然な条件である. なお, 単調性 (3) は,

$$(3)' \quad m(A \cup B) \geq m(A) \vee m(B) \quad (40)$$

という条件と等しいことが証明できる. (1) と (2) の加法的性の代りに, (1) と (3) の単調性の 2 つを満たす m を「ファジィ測度」という. ファジィ測度では,

$$(2)' \quad A \cap B = \phi \text{ ならば}$$

$$m(A \cup B) \geq m(A) + m(B) \quad (41)$$

という場合と,

$$(2)'' \quad A \cap B = \phi \text{ ならば}$$

$$m(A \cup B) \leq m(A) + m(B) \quad (42)$$

という 2 つの場合が起こる. 前者を「優加法的性」, 後者を「劣加法的性」という.

ファジィ測度の簡単な例を示そう. 問 1~問 3 の 3 つの問題からなるテストの点数の配点を表 2(a) のように A 先生は与えたとする. 問 1 が 25 点で問 3 が

表 2 ファジィ測度の例

正解	(a) A先生	(a) B先生	(c) C先生
なし: ϕ	0	0	0
1	25	50	10
2	35	60	20
3	40	70	30
1,2	60	70	50
1,3	65	80	60
2,3	75	90	70
1,2,3: U	100	100	100

40点なので、1と3が正解の場合はもちろん加算して65点となる(100で割れば0と1の間の数値になるが、ここでは便宜上そのまま用いる)。すなわち、通常の測度の条件を満たしている。ところが、B先生は、問題には重なりがあるはずで、2つできてもその合計点より少なくすべきであるとして表2(b)のような、逆に、C先生は多くできることを評価して2つできた時はさらに多くすべきであるとして表2(c)のような配点をしたとする。B、C両先生の考え方はもっともなものであるが、もはや通常の測度の条件を満たしていない。しかし、単調性(3)を満たしているのでファジィ測度になっている。B先生は劣加法性、C先生は優加法性を満たしている。

太郎君は“ほどほどに出来る”学生であるという情報を得た時、太郎君が優をとる可能性はどのように評価したらよいだろうか。ただし優とは図6のAに示すように85点以上とし、“ほどほどに出来る”とはXファジィ集合Xで与えられるとする。Xというファジィ集合は、太郎君の点数の可能性を表していると解釈できるので、「可能性分布」と呼ばれる。Xという可能性分布で与えられた情報をもらった時、Aである可能性 $m_x(A)$ は、

$$m_x(A) = \bigvee_{a \in A} \mu_x(a) \quad (43)$$

で定義され、「可能性測度」と呼ばれる。図6の場合、 $m_x(A) = 0.6$ である。一方、80点と90点の間をBと表現すると、

$$m_x(A \cup B) = m_x(A) \vee m_x(B) \quad (44)$$

が成立する。図6の場合 $m_x(B) = 0.9$ であり、 $m_x(A \cup B) = 0.6 \vee 0.9 = 0.9$ である。可能性測度は一般に(44)式を満たし、(44)式は単調性の別の表現(40)式の特殊な例である。すなわち、可能性測度はファジィ測度の一種になっている。可能性測度は劣加法性である。可能性測度は最も楽観的な評価を与えられているが、 x という可能性分布が与えられた時最も非観的な数値を与える「必然性測度」が、

図6 可能性測度

$$m_x(A) = \bigvee_{a \in A} \mu_x(a) \quad (45)$$

として定義され、これも優加法性を有するファジィ測度の一種になっている。

7. ファジィエキスパートシステムとファジィ制御

ファジィ理論の基本的な部分を簡単に紹介して来た。これ以外にも、ファジィ論理、ファジィ論理関数、ファジィ関係方程式、ファジィ算術、ファジィグラフ、ファジィ積分などがファジィ理論の重要な基礎的項目になっている。一方、ファジィ理論の応用は、現在、主としてファジィエキスパートシステムの形をとるものが多い。これは、人間の知識を言葉を用いてルールで表現し、そこに現れる言葉をファジィ集合と解釈して、ファジィ推論に基づいて結論を得るものである。ファジィ制御はその典型的な例である。現在、ファジィ制御で用いられているファジィ推論法は、前述した頭切り法が主である。そこで、ここではこれをもう少し具体的に述べてみる。

“中年” → “適度” にスポーツをやるのがよい (46)

“熟年” → “少し控目” にスポーツをやるのがよい (47)

という2つのルールが与えられているとする。“中年”と“熟年”をファジィ集合と考えて図2で与えられているとする。“適度”と“少し控目”もスポーツをやる時間を全体集合としたファジィ集合とみなして、例えば、図7で与えられているとする。いま、ある人の年齢が55歳であったとする。この人は、上の2つのルール(46)、(47)から、どの位の時間スポーツをしたらよいことになるだろうか。これは、次のようにして求められる。図2から $\mu_A(55) = 0.3$ 、 $\mu_B(55) = 0.8$ とする。これがルールの前件部と与えられた事実との一致度に相当する。これらの数値により、それぞれのルールの後件部である“適度”と“少し控目”のメンバーシップ関数の頭を図8のように切って、それぞれのルールの結論とする。最終結論としては、この2つの結

図7 “適度”と“少し控目”のファジィ集合

図 8 最終結論

論を両方ともその一致度に従って考慮するが、通常は和集合をとって斜線のようなファジィ集合とする。最終結論を言葉として表現する場合には、この斜線のメンバーシップ関数に担当する適切なファジィ集合の名称を探さなければならないが、ファジィ制御のように出力を機械に与える場合には、ひとつの数値に直さなければならない。ファジィ集合をひとつの数値に直すことを「脱ファジィ化」というが、これには多くの方法が提案されている³⁾。例えば、図8で斜線の面積の中心をとったとすると、Lのように“20分”という数値を得ることができる。

以上が現在、主として用いられているファジィエキスパートシステムの推論法である。ルールの数が多くなっても同様である。また、入力が55歳という明確な数値でなく50歳ぐらいなどというファジィ集合の場合には、2章で述べたファジィ集合どうしの一致度を用いればよいのはもちろんである。

8. ファジィ理論の応用の現状と未来

ファジィ理論は現在、次のような場面に主として応用されている。

- (1) システムが複雑で、または非線形性が強くても、数学的モデルが作れないが、人間はその振舞いがだいたいわかる場合。
- (2) 与えられたコンピュータの時間と容量の中でのなるべく知的に処理することが望まれている場合。
- (3) 好みなどの人間の主観を取り扱いたい場合。具体的には、次のような分野でその応用が急激に広がっている。
- (1) ファジィ制御……鉄道、ロボット、プロセス
- (2) 意思決定……証券投資、数理計画
- (3) パターン認識……画像、音声、手書き文字
- (4) データ解析……アンケート調査、クラスタリング、回帰分析、地震解析
- (5) 情報検索……データベース、文献検索
- (6) 診断……医療診断、故障診断
- (7) 予測……天気予報、公害予測

特にファジィ制御への応用が盛んで、浄水場薬品注入制御、地下鉄運転制御、エレベータ群管理制御、ゴミ焼却炉制御、自動車定速走行制御、自動車自動変速機制御、コンテナクレーン制御、セメントキルン制御、鉄鋼プロセス制御、高炉熱制御、エチレンプラント制御等々、数え上げたらきりがなくなりつつある。最近では、シャワーの給湯、全自動洗濯機、ビデオムービー、カメラ、エアコンおよび掃除機などの家電の分野にも入り始めたのも特徴的である。

科学技術庁のファジィ研究会⁴⁾では、ファジィ理論の未来への応用として、

- (1) 未来型コンピュータへの応用
- (2) ヒューマンフレンドリーな人工知能の実現

図 9 ファジィシステムの研究分野と課題⁴⁾

(3) 脳神経系における情報処理機構の解明と工学の実現
 (4) ファジィによる高度な知的制御の実現
 (5) 自然現象、農業、環境分野等への応用
 (6) 社会科学分野への応用
 (7) ファジィデータベースへの応用

を挙げている。そして、当面の研究開発課題として、**図9**のように次の6項目を示している。

- (1) 基礎的研究
- (2) ファジィコンピュータに関する研究
- (3) 機械の知能化
- (4) 人間・機械系
- (5) 人間・社会系
- (6) 自然系

9. む す び

ファジィ理論は、従来の理論を特殊な場合として含むように拡張された一般的な、ある意味では更に厳密な数値的理論であって、あいまい理論などではないのではないかといわれることがある。ある意味ではそういう見方もできるが、ファジィ理論で重要なことは、研究対象に存在するあいまいさを始めから認めて、そのあいまいさを適切に取り扱えるような理論を展開しようというところにある。そのあいまいさをメンバーシップ関数を用いて数値的に表現するが、その数値を客観的に決める根拠が明確に存在しないので、主観的に自由に決めてよいというところにあいまいさと柔軟さの本質があるように思われる。ファジィ理論は、現在、体系化されつつある発展途上の学問であるが、一方では、応用の方で役に立つことが実証されて急に注目されるようになり、理論と応用とのギャップが気になるのも事実である。ファジィ理論の応用は、当分このまま多くの分野で活発化するであろうが、理論がその後から整備されていくという、通常スタイルとは逆の、ある意味では理想的な展開をすることになるのであろう。ファジィ理論が今後その本領を発揮するの

は、ファジィ理論の当初の精神が目指すように、人間と機械との接点の部分、すなわちヒューマンインタフェースの部分ではなからうかと思われる。

本報告では、極めて初歩的な内容しか紹介できなかったが、詳しく知りたい読者は、参考文献を参照されたい。文献5)～7)は広範な解説であり、8)～10)は一般的な入門書、3)および11)～16)は本格的な専門書である。

(1990年5月7日受付)

〔参 考 文 献〕

- 1) L. A. Zadeh: "Fuzzy Sets", Inform. Control, 8, pp. 338-353 (1965)
- 2) L. A. Zadeh: "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning", Part 1, Information Science, 8, pp. 199-249 (1975)
- 3) 菅野: "ファジィ制御", 日刊工業(1988)
- 4) 科学技術庁研究開発局編: "ファジィシステムの今後の方向", ファジィ研究会(1989)
- 5) "あいまい理論 (I-IV)", 計測と制御, 22, pp. 1-6 (1983)
- 6) 広田: "ファジィエキスパートシステムの現状と動向", 情報処理, 28, 8, pp. 1065-1074 (1987)
- 7) 水木: "最近のファジィ理論", 情報処理, 29, 1, pp. 11-22 (1988)
- 8) 向殿: "ファジィのはなし", 日刊工業(1989)
- 9) 向殿: "ファジィ理論がわかる本", HBJ 出版局(1988)
- 10) 菅野: "ファジィ理論の展開", サイエンス社(1989)
- 11) 水木: "ファジィ理論とその応用", サイエンス社(1988)
- 12) 本多, 大里: "ファジィ工学入門", 海文堂(1989)
- 13) 坂和: "ファジィ理論の基礎と応用", 森北出版(1989)
- 14) ツェマンコバ, カンデル (向殿訳): "ファジィ・リレーション・データベース", 啓学出版(1987)
- 15) 寺野, 浅居, 菅野: "ファジィシステム入門", オーム社(1987)
- 16) 寺野, 浅居, 菅野: "応用ファジィシステム入門", オーム社(1989)

むかいの まさお
向殿 政男 昭和45年、明治大学大学院工学研究科(電気工学)博士課程修了。同年、明治大学工学部電気工学科専任講師、53年、同教授。フェールセーフ理論、多値論理、ファジィ理論およびフォールトトレラントシステム等の研究に従事。現在、明治大学理工学部教授、同情報科学センター所長。工学博士。