記録・再生等化とビタビ復号法による 誤り率特性の改善

正会員 岡 本 好 弘[†], 正会員 大 沢 寿[†]
学生会員 瀧 川 喜 義[†] 小 野 和 雄[†]

Improvement of Error Rate Performance by Write and Read Equalization and Viterbi Decoding

Yoshihiro Okamoto[†], Hisashi Ohosawa[†],
Kiyoshi Takigawa[†] and Kazuo Ono[†]

Abstracts DC freeing of the write waveform is an important technique in digital magnetic recording. The higher the recording density is, the stronger the effect of high frequency noise becomes. We use the DC-freeing technique of write equalization to boost high frequency on the write side, and read equalization with which we can reduce high-frequency noise with little degradation of the eye opening, is adopted on the read side. In addition, we adopt Viterbi decoding as a decoding method for further improvement. In this paper, we report the synthesis of this write and read equalization method. Computer simulation shows that our system has an excellent error rate performance compared with the well-known combination of NRZ recording code and integrated detection.

1. ま え が き

近年のデジタル磁気記録における記録密度の向上にはめざましいものがあり¹⁾²⁾, 高密度化に対して信号処理の担うところも次第に大となっている。なかでも記録符号、パースシャルレスポンス方式、ビタビ復号法等の信号処理方式に対する期待はとみに高まっている^{3)~5)}。

最近提案された興味ある信号処理方式として、記録

波形にパルスを付加することにより、デジタル記録に適した波形を得るような記録等化方式がある⁶⁾⁷⁾。また筆者らは、この記録等化器と、信号検出時に高域ノイズを抑圧でき、しかもアイ開口の劣化が小であるような再生等化方式および新たな信号検出方式とを組合せた記録・再生等化方式を提案し、良好な誤り率特性が得られることを明らかにしている⁸⁾。

本論文では、このような記録・再生等化方式にビタビ復号法を適用した場合の誤り率特性を計算機シミュ

キーワード：デジタル磁気記録、信号処理、記録等化、ビタビ復号法

1991年7月23日、1991年テレビジョン学会年次大会で発表

1992年2月26日受付、1992年4月27日再受付

[†] 愛媛大学 工学部電気電子工学科(〒790 松山市文京町3, TEL 0899-24-7111)

[†] Faculty of Engineering, Ehime University (3, Bunkyocho, Matsuyama-shi, Ehime 790, Japan)

レーションにより求め、従来から優れた特性を示すことでよく知られている NRZ 符号に対する積分検出方式⁹⁾と比較検討する。

2. 記録・再生系モデル

図 1 に、記録・再生等化器を含む記録再生系のブロック図を示す。 $\{a_k\}$ は“1”、“0”の 2 値入力データ系列で、図 2 に示す記録等化器により記録等化が施され、2 値記録が行われる。この記録等化器は、再生等化器に適した記録波形を生成できるように、文献 6) の記録等化器の付加パルス生成側に (1) 式に示す遅延演算子 D を挿入した構成となっている。

$$D = e^{-j\omega T_b/2} \quad (1)$$

ここに T_b はビット間隔である。図 3 に記録等化器入出力波形を示す。ここで、記録等化器入力波形 (a) は入力データ系列 $\{a_k\}$ に対する NRZI 波形で、これに網掛部で示されるようなパルスを付加することで、DC フリーな記録波形 (b) を得ることができる⁹⁾。また、この記録等化方式に対するビットセル単位の記録波形は表 1 に示す 4 種類のみで、これをそれぞれ状態 S_0, S_1, S_2, S_3 とする。

読出し点における雑音を、両側電力スペクトル密度

図 1 記録・再生系のブロック図
Block diagram of write and read system.

図 2 記録等化器のブロック図
Block diagram of write equalizer.

図 3 記録等化器入出力波形
Input and output waveforms of write equalizer.

が $N_0/2$ で、平均値が 0 の白色ガウス雑音とし、孤立再生波形を次式で与えられるローレンツ形と仮定する。

$$h(t) = A / \{1 + (2t/T_{50})^2\} \quad (2)$$

ここに、 A はピーク値、 T_{50} は半値幅である。高さが 1、幅が T_b の記録波形に対する再生等化器入力は、

$$g(t) = \frac{1}{2} \{h(t) - h(t - T_b)\} \quad (3)$$

となり、これに対する再生等化器出力が、

$$w(t) = r\left(t - \frac{T_b}{2}\right) \quad (4)$$

となるように再生等化器の伝達特性を定めるものとする。ここで $r(t)$ はロールオフ率 β のナイキスト波形で、

$$r(t) = \frac{\sin(\pi t/\eta T_b)}{\pi t/\eta T_b} \cdot \frac{\cos(\pi \beta t/\eta T_b)}{1 - (2\beta t/\eta T_b)^2} \quad (5)$$

で与えられる。ただし、 η は再生等化器の帯域幅と波形干渉を調整するためのパラメータである。

入力データ系列 $\{a_k\}$ に対する再生等化器出力波形 $y(t)$ は、

$$y(t) = \sum_i L_i \{a_i w_1(t - iT_b) + (1 - a_i) w_0(t - iT_b)\} \quad (6)$$

で表される。ここに L_i は図 2 の入力 (a) における NRZI 波形レベルで ± 1 なる値を取り、次式により与えられる。

$$L_i = (1 - 2a_i) L_{i-1} \quad (7)$$

また、

$$w_1(t) = w_h(t) + w_h\left(t - \frac{T_b}{2}\right) \quad (8)$$

$$w_0(t) = w_h(t) - w_h\left(t - \frac{T_b}{2}\right) \quad (9)$$

である。ただし、 $w_h(t)$ は高さが 1、幅が $T_b/2$ の記録波形に対する再生等化器入力波形、

$$g_h(t) = \frac{1}{2} \left\{ h(t) - h\left(t - \frac{T_b}{2}\right) \right\} \quad (10)$$

の応答波形で、

$$w_h(t) = \int_0^{(1+\beta)/2\eta} R(x) \frac{1}{\cos \frac{\pi x}{2}} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_b} - \frac{1}{4} \right) x dx \quad (11)$$

表 1 記録等化に対する記録波形と状態
Write waveforms and states for write equalization.

状態	S_0	S_1	S_2	S_3
記録波形				
a_k	1	1	0	0

で与えられる．ここに $R(x)$ は $f_b r(t)$ のフーリエ変換で、

$$R(x) = \begin{cases} \eta, & |x| < \frac{1-\beta}{2\eta} \\ \frac{\eta}{2} \left\{ 1 - \sin \frac{\eta x}{\beta} \left(|x| - \frac{1}{2\eta} \right) \right\}, & \frac{1-\beta}{2\eta} \leq |x| < \frac{1+\beta}{2\eta} \\ 0, & |x| \geq \frac{1+\beta}{2\eta} \end{cases} \quad (12)$$

である．

$t = kT_b$ における $y(t)$ のサンプル値を再生等化器出力系列を b_k とすると、(6)式より、

$$\begin{aligned} b_k &= y(kT_b) \\ &= \sum_i L_i [a_i w_1 \{(k-i)T_b\} + (1-a_i) w_0 \{(k-i)T_b\}] \end{aligned} \quad (13)$$

となる．

3. 識別点雑音電力

再生等化器の伝達関数 $E_r(x)$ は(3)式と(4)式のフーリエ変換の比を取るにより得られ、

$$E_r(x) = \frac{2}{jAK\pi} \cdot \frac{1}{\sin \pi x} R(x) e^{\pi K |x|} \quad (14)$$

となる．ここで $K = T_{s0}/T_b$ は規格化線密度である．(14)式から明らかなように、再生等化器出力における雑音電力スペクトルは低域強調型となる．そこで、低域における過度の雑音増加を抑圧するため、図1に示すようなハイパスフィルタにより低域遮断を行う必要がある．遮断周波数が $f_c = 1/(2\pi RC)$ のRCハイパスフィルタにより低域遮断を行うものとする、その伝達関数は、

$$Q(x) = \frac{jx/x_c}{1 + jx/x_c} \quad (15)$$

となる．ここに $x_c = f_c/f_b$ は規格化遮断周波数である．

識別点の雑音電力は $N_0 |E_r(x) Q(x)|^2 / 2$ を積分することにより得られ、

$$\sigma^2 = \int_0^{(1+\beta)/2\eta} N(x) dx \quad (16)$$

となる．ただし、 $N(x)$ は識別点における片側雑音電力スペクトル密度で、

$$N(x) = \frac{4}{\pi^2 a^2 K^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \pi x} R^2(x) e^{2\pi K x} \frac{x^2}{x^2 + x_c^2} \quad (17)$$

である．ここで、 a は次式で定義される読出し点のSN比である．

図4 識別点雑音電力スペクトル
Power spectra of noise at the discrimination point.

$$a = A / \sqrt{N_0 f_b} \quad (18)$$

図4に(17)式から求めた識別点の雑音電力スペクトルを示す．ただし、文献10)においてディジタルVTRにおける K の実測値の占める値として $K=2.5 \sim 3$ が報告されており、ここでは、そのうちの最大値である $K=3$ とし、 $\beta=0.5$, $x_c=0.01^{11)}$ としている．図より、 η を大きくすると再生等化器の帯域幅が狭くなり雑音電力が減少することがわかる．

4. 識別点信号波形

3章で述べたように、低域での過度の雑音増加を抑圧するために挿入したRCハイパスフィルタにより再生等化器出力波形は低域遮断の影響を受ける．したがって、識別点信号波形は(6)式より、

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t) &= y(t) * q(t) \\ &= \sum_i L_i \{ a_i \tilde{w}_1(t - iT_b) + (1 - a_i) \tilde{w}_0(t - iT_b) \} \end{aligned} \quad (19)$$

となる．ここに $*$ は畳み込み積分を表し、 $q(t)$ はRCハイパスフィルタのインパルス応答である．ここで、

$$\tilde{w}_1(t) = \tilde{w}_h(t) + \tilde{w}_h\left(t - \frac{T_b}{2}\right) \quad (20)$$

$$\tilde{w}_0(t) = \tilde{w}_h(t) - \tilde{w}_h\left(t - \frac{T_b}{2}\right) \quad (21)$$

である．また、 $\tilde{w}_h(t)$ は高さが1、幅が $T_b/2$ の記録波形に対するハイパスフィルタの出力波形で、次のように $w_h(t)$ と $q(t)$ の畳み込み積分により与えられる．

$$\begin{aligned}
 \tilde{w}_h(t) &= w_h(t) * q(t) \\
 &= \int_0^{(1+\beta)/2\eta} \frac{1}{\cos \frac{\pi x}{2}} R(x) \\
 &\quad \cdot \left(\frac{x}{x_c} \right)^2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_b} - \frac{1}{4} \right) x \\
 &\quad \cdot \frac{-\frac{x}{x_c} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_b} - \frac{1}{4} \right) x}{1 + \left(\frac{x}{x_c} \right)^2} dx
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

M 系列を用いて発生した 1000 ビットの入力データ系列 $\{a_k\}$ を (19) 式に適用して求めた $\eta=1.3$ に対するアイパターンを 図 5 に示す。ただし、 $\beta=0.5$, $x_c=0.01$ としている。図に見られるように、 $\eta=0.9$ のときに開いているアイは η が大になるにつれて閉じ、代わって $T_b/2$ 離れた時点で別のアイが開いてくるのがわかる。3 章で示したように、 η が大となるにしたがって、識別点雑音電力は小となることから、 η が大の場合のアイを用いて信号検出を行えば誤り率の改善が期待できる。

図 5 アイパターン ($\beta=0.5$, $x_c=0.01$)
Eye patterns ($\beta=0.5$, $x_c=0.01$)

図 6 アイ開口率と η の関係
Eye opening vs. η .

図 6 にアイパターンから求めた η とアイ開口率 ε の関係を示す。ただし、 $\beta=0.5$, $x_c=0.01$ としている。図から $\eta=1.3$ 付近で所望のアイが最も開くことがわかる。図 7 に時間軸方向のアイの開口の半分を T_b で規格化した値で定義されるタイミングマージン⁹⁾ α と x_c の関係を $\diamond$ 印で示す。ただし、 $\beta=0.5$, $\eta=1.3$ としている。また、NRZ 符号に対する積分検出方式 ($\beta=0.5$, $\eta=1$) の場合も $\bullet$ 印で併せて示している。図に見られるように、NRZ 符号の場合には遮断周波数の増大に伴って急激に劣化するのに対し、本方式では劣化はほとんど見られない。現実的な値である $x_c=0.01^{11)}$ においてはほとんど差は見られず、記録波形がランレンス制限される本方式の方が有利と考えられる。

5. ビタビ復号器

図 1 のハイパスフィルタによる遮断の影響を無視すると (13) 式から、表 2 に示す状態推移表が得られる⁸⁾。さらにこれにより、図 8 の状態推移と図 9 のトレリス線図を得る。ここで、各枝に付した値は a_k/b_k

図 7 タイミングマージンと x_c の関係
Timing margin vs. x_c .

表 2 状態推移表
State transition table.

a_k 前状態	現状態		b_k	
	1	0	1	0
S_0	S_1	S_2	0	1
S_1	S_0	S_3	0	-1
S_2	S_1	S_2	-1	0
S_3	S_0	S_3	1	0

図 8 状態推移図
State transition diagram.

図 9 トレリス線図
Trellis diagram.

を表している。

いま、トレリス線図上の枝の長さを負の対数尤度関数で表すものとする¹²⁾、時刻 $t = kT_b$ における状態 S_0, S_1, S_2, S_3 に対するメトリックは図 8 より

$$\left. \begin{aligned} m_k(S_0) &= \min\{m_{k-1}(S_1), m_{k-1}(S_3) - y_k + 0.5\} \\ m_k(S_1) &= \min\{m_{k-1}(S_0), m_{k-1}(S_2) + y_k + 0.5\} \\ m_k(S_2) &= \min\{m_{k-1}(S_0) - y_k + 0.5, m_{k-1}(S_2)\} \\ m_k(S_3) &= \min\{m_{k-1}(S_1) + y_k + 0.5, m_{k-1}(S_3)\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

となる。ただし、 $\{y_k\}$ はビタビ復号器入力系列で、

$$y_k = b_k + n_k \quad (24)$$

である。ここで $\{n_k\}$ はビタビ復号器入力雑音系列で、互いに独立であると仮定している。(23)式に基づくビタビ復号器は、文献 12) の復号器を拡張することにより得ることができる。

図 10 等化器のインパルス応答
Impulse response function of the equalizer.

6. 誤り率特性

計算機シミュレーションにより、記録再生等化方式に対するビタビ復号法のビット誤り率を求め、ビットごとの復号法と比較する。シミュレーションでは、入力データ系列 $\{a_k\}$ として M 系列を用い、ビタビ復号器入力データ系列 $\{b_k\}$ は (19) 式を $t = kT_b$ でサンプリングすることにより得る。ただし、ビットごとの復号法では再生時の誤り波及を防ぐためにプリコーディングを施してある⁸⁾。5 章ではメトリックの導出にあたり、ビタビ復号器入力における雑音系列を白色ガウス雑音と仮定した。しかしながら図 4 に見られるように、実際の雑音系列は白色ではなく有色雑音系列となる。ビタビ復号法のように信号の相関を利用した復号法の検討に際して、これを考慮する必要がある。ここでは、有色雑音系列を、正規乱数により発生した読出し点の白色ガウス雑音系列 $\{n_k^*\}$ と再生等化器からハイパスフィルタまでのインパルス応答 $v(t)$ との畳み込み、

$$\tilde{n}_k = \sum_i v(iT_b/M) n_{M-k-i}^* \quad (25)$$

より得た¹³⁾。ここで、 $v(t)$ は (14)、(15) 式の積のフーリエ逆変換により得られ、

$$v(t) = \frac{4}{AK\pi} \int_0^{(1+\beta)/2\eta} \frac{1}{\sin \pi x} e^{\pi K x} R(x) \cdot \frac{\frac{x}{x_c} \cos 2\pi \frac{t}{T_b} x + \left(\frac{x}{x_c}\right)^2 \sin 2\pi \frac{t}{T_b} x}{1 + \left(\frac{x}{x_c}\right)^2} dx \quad (26)$$

である。図 10 に $v(t)/v(0)$ を示す。ただし、 $K=3, \beta=0.5, \eta=1.3, x_c=0.01$ としている。また、(25) 式にお

ける M は $v(t)$ を T_b/M 間隔でサンプリングすることを示し、 M が大きくなるほど精度が高くなる。(17)式のフーリエ逆変換と(16)式の σ^2 の比をとることにより、有色雑音の相関係数の理論値 $\rho(\lambda)$ を求めることができ、

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{\sigma^2} \cdot \frac{4}{a^2 K^2 \pi^2} \int_0^{(1+\beta)/2\eta} \frac{1}{\sin^2 \pi x} R(x) e^{2\pi K x} \cdot \frac{x^2}{x^2 + x_c^2} \cos 2\pi x \lambda / T_b \cdot dx \quad (27)$$

となる。図11に、条件を図9と同一にした場合の $\rho(\lambda)$ と、 $M=40$ として(25)式により発生させた $\{\tilde{n}_k\}$ の相関係数を併せて示す。両者はよく一致しており、シミュレーションで用いた $\{\tilde{n}_k\}$ は所望の有色雑音となっていることがわかる。したがって、誤り率シミュレーションでも $M=40$ としている。また、 $\{\tilde{n}_k\}$ の分散は(16)式の σ^2 に等しくなることから、(25)式によ

図11 有色雑音の相関係数
Correlation coefficient of colored noise.

図12 誤り率特性
BER vs. SNR at the reading point.

り発生させた $\{\tilde{n}_k\}$ の分散を求め、(16)式に適用して読出し点の SN 比 a を求めている。

図12に、ビタビ復号法とビットごとの復号法に対する誤り率特性を○、◇印で示す。ただし、 $K=3$ 、 $\beta=0.5$ 、 $\eta=\eta_{opt}$ 、 $x_c=x_{copt}$ としている。ここで、 η_{opt} 、 x_{copt} は誤り率を最小とするような最適値である。また、NRZ 符号に対する積分検出方式の場合の誤り率も●印で併せて示している。ただし、(23)式における 0.5 ならびにビットごとの復号法、NRZ 符号に対する積分検出方式における閾値は誤り率を最小とするような最適値を選んでいる。図にみられるように、本記録・再生等化方式にビタビ復号法を適用することにより 10^{-4} の誤り率のときで、ビットごとの復号法の場合に比べて約 2.5 dB SN 比を改善することができ、NRZ 符号に対する積分検出方式に対しては約 4.9 dB 改善できることがわかる。

7. む す び

本論文では、記録波形の DC フリー化が可能で、かつ高い SN 比を達成できる記録・再生等化方式にビタビ復号法を適用したときの誤り率特性を、計算機シミュレーションにより求めた。シミュレーションに際しては、復号器入力雑音として有色雑音を用いた。その結果、 10^{-4} の誤り率において、ビットごとの復号法に比べ約 2.5 dB の SN 比の改善が得られた。また、従来、優れた特性を示すことで知られている NRZ 符号に対する積分検出方式の場合と比較検討した結果、 10^{-4} の誤り率において約 4.9 dB 改善できることが明らかとなった。なお、本方式の記録波形は DC フリー特性を有していることから、ディジタル VTR 等で要求されるオーバーライト特性やアジマス記録の際の隣接トラックからのクロストーク特性についても優れていると考えられる。今後、これらの特性も考慮に入れて、種々の等化方式とビタビ復号法を組合せた場合との性能比較を行う予定である。

日頃有益な御助言をいただく本学 田崎三郎教授と山田芳郎助教授に深謝いたします。

〔参 考 文 献〕

- 1) T. D. Howell, D. P. McCown, T. A. Diola, Yawshing Tamg, K. R. Hense and R. L. Gee: "Error Rate Performance of Experimental Gigabit per Square Inch Recording Components", IEEE Trans. Magn., **MAG-26**, 5, pp. 2298-2302 (Sep. 1990)
- 2) M. Suzuki, H. Sawaguchi, H. Takano, Y. Matsuda, F. Kugiya and M. Futamoto: "Read/Write Characteristics of 2 Gb/in² Magnetic Recording", J. Magn. Soc. Jpn., **15**, Supp., S 2, pp. 869-874 (1991)

- 3) 田崎, 大沢: “デジタル磁気記録における信号処理方式”, テレビ誌, **42**, 4, pp. 330-337 (Apr. 1985)
- 4) 江藤: “デジタル記録のための信号処理技術”, テレビ誌, **45**, 12, pp. 1511-1514 (Dec. 1991)
- 5) 多田, 今井, 横田: “小型 HDD, 記録密度「G ビット時代」へばく進”, 日経エレクトロニクス, No. 537, pp. 77-106 (Sep. 1991)
- 6) Richard C. Schneider: “Write Equalization in High-linear-density Magnetic Recording”, IBM J. Res. & Dev., **29**, 6, pp. 563-568 (1985)
- 7) Richard C. Schneider: “Write Equalization for Generalized (d,k) Codes”, IEEE Trans. Magn., **MAG-24**, 6, pp. 2533-2535 (Nov. 1988)
- 8) 岡本, 大沢, 瀧川, 小野: “記録再生等化における信号検出方式の一提案”, 信学技報, MR91-19 (Aug. 1991)
- 9) S. Nakagawa, K. Yokoyama and H. Katayama: “A Study on Detection Method of NRZ Recording”, IEEE Trans., **MAG-16**, 1, pp. 104-110 (Jan. 1980)
- 10) 江藤, 三田, 平野, 鴻上, 竹下, 桐野: “3 値記録, ファイア符号を用いた試作デジタル VTR”, テレビ誌, **35**, 7, pp. 563-569 (July 1980)
- 11) 梅本, 沢村, 江藤, 片山, 大和田: “1.2 Gb/s デジタル VTR の記録再生系の検討”, テレビ誌, **44**, 8, pp. 1067-1073 (Aug. 1990)
- 12) H. Kobayashi: “Application of Probabilistic Decoding to Digital Magnetic Recording Systems”, IBM J. Res. & Dev., **15**, pp. 64-74 (1971)
- 13) H. Osawa, S. Yamashita and S. Tazaki: “Improvement on Error Rate Performance for FM Recording Code”, IEEE Trans. Magn., **MAG-27**, 6 (Nov. 1991)

おかもと よしひろ
岡本 好弘 昭和 58 年, 愛媛大学工学部電子工学科卒業。昭和 60 年, 同大学院修士課程修了。同年, シャープ(株)に入社。平成 2 年, 愛媛大学工学部電子工学科助手となり, 現在に至る。デジタル記録などの研究に従事。正会員。

おおさわ ひさし
大沢 寿 昭和 41 年, 大阪大学工学部通信工学科卒業。昭和 66 年, 同大学院博士課程修了。鉄鋼短大講師。阪大助手。愛媛大助教授を経て, 平成元年, 同大教授。相関検波, 光エレクトロニクス, デジタル記録に関する研究に従事。工学博士。正会員。

たきがわ きよし
瀧川 喜義 平成 3 年, 愛媛大学工学部電子工学科卒業。現在, 同大学院修士課程在学中。デジタル磁気記録における信号処理方式に関する研究に従事。学生会員。

おの かずお
小野 和雄 昭和 45 年, 大阪府立大学工学部電子工学科卒業。昭和 47 年, 同大学院修士課程修了。同年, 愛媛大学助手。助教授を経て, 平成 4 年, 同大学教授。光エレクトロニクス, デジタル記録などの研究に従事。工学博士。