差分法に基づくフレネルホログラムの高速計算法

Fresnel Hologram Fast Computation Method employing Difference Method

岩 瀬 進[†], 正会員 吉 川 浩[†]
Susumu Iwase[†] and Hiroshi Yoshikawa[†]

あらまし ホログラムが微細な画素構造を有していることから、隣接した画素間の差分を利用して計算機合成ホログラムを高速に近次計算する方法を検討した。その結果、再生像に影響しない範囲で高速な計算が実現できた。

キーワード：ホログラフィ、計算機合成ホログラム、フレネルホログラム、高速計算

1. ま え が き

電子ホログラフィックディスプレイ¹⁾は、ホログラフィ技術を用いることによって、高画質で自然な奥行きをもつ立体動画像の表示が可能となる。しかし、実時間表示を行う場合に、干渉縞計算処理に時間を要し、並列コンピュータなど特殊なコンピュータが必要であった²⁾。

高速計算のアルゴリズムとして、実振幅法³⁾やテーブル参照法³⁾、ブロック法⁴⁾などが実現されている。本論文では、計算時間の大半を占める開平計算に差分を用いる方法⁵⁾⁶⁾を提案する。フレネルホログラムを光学的モデルに忠実に計算する方法に比べて、本方法では23倍程度の高速化が実現できた。それにより、パーソナルコンピュータ上でも対話的な表示が可能な計算速度を得ることができた。

2. 差分法の計算原理

2.1 ホログラムの厳密な計算

本論文では、水平方向のみの視差を持つフレネルホログラムについて考える。ただし、以下の方法は水平・垂直方向に視差を持つホログラムに対しても適用できる。 x 軸上に配置されたホログラム上の点 $(x, 0)$ において、振幅 a_i 、位相 ϕ_i の点光源 (x_i, z_i) の集合からなる物体光の複素振幅 $O(x)$ は(1)式で求められる。これに参照光の複素振幅を加えて自乗し、絶対値をとることでホログラムが計算できる。

$$O(x) = \sum_{i=1}^N \frac{a_i}{r_i} \exp[j(kr_i + \phi_i)] \quad (1)$$

$$\text{ただし, } r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + z_i^2}$$

この方法はフレネルホログラムを忠実に再現することが可能だが、計算に非常に時間を要する。その理由は計算処理の大半を占める位相成分の計算に三角関数計算や開平計算が使用されているためである。そこで、複素振幅を実振幅に置き換えることによって三角関数計算を半分にすることができ³⁾。さらに、三角関数計算や開平計算にテーブル化を用いたテーブル参照法、ブロック内で開平計算を1度しか行わないブロック法⁴⁾、などによる計算処理の高速化が報告されている。ここで、テーブル参照法は複素振幅計算に比べて高速な計算が期待できるものの、テーブルを格納するための大容量のメモリーを必要とする。

ところで、3次元物体のフレネルホログラムの表示には微細で連続的な画素構造が要求される。本論文ではこの特徴を利用し、物体からの光の位相成分を求めるために必要な開平計算を、隣接した画素間の差分を利用することでより高速に計算する方法を検討した。本方法によってテーブル参照法とほぼ同速度の計算が小容量のメモリーで行える。

2.2 1次近似法による計算

簡単のため、図1のように x 軸上に微小距離 dx で分割されているホログラムが配置されたモデルについて検討する。ここで、初期位相 ϕ_i の点光源 (x_i, z_i) と入射角 θ_{ref} の参照光がホログラム上の点 $(x, 0)$ で干渉するとき、ホログラム面上の光強度の時間平均の交流成分は(2)式で表される³⁾。

$$I(x) = \sum_{i=1}^N \frac{a_i}{r_i} \cos(kr_i - kx \sin \theta_{ref} + \phi_i) \quad (2)$$

(2)式の計算では三角関数の計算と点光源からホログラ

[†] 日本大学 理工学部

(〒274-8501 船橋市習志野台7-24-1, TEL 0474-69-5391)

[†] College of Science & Technology, Nihon University
(7-24-1, Narashinodai, Funabashi-shi, Chiba 274-8501, Japan)

図1 ホログラムの計算モデル
Computation model of the hologram.

ム面上までの距離 r_i を求めるための開平計算にほとんどの時間を費やしている．三角関数計算をテーブル化すると(2)式の計算は距離 r_i の計算が大部分を占めることになる．そこで距離 r_i を高速に計算する方法について検討する．

図1に示すような点光源 $(0, z_0)$ からホログラム上の任意の画素 $(x_i, 0)$ までの距離 r_i は開平計算式で表される．ここで， $z_0 \gg x_i$ とすると，テイラーの定理より(3)式のように1次近似できる⁷⁾．

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + z_0^2} \cong z_0 + \frac{x_i^2}{2z_0} \quad (3)$$

2.3 差分法による計算

(3)式の計算には乗算や除算が使われている．この近似式を加算のみの式にさらに変形することで，より高速化を図った．

図1のようなホログラム上の隣接した画素 $(x_i, 0)$ ， $(x_{i+1}, 0)$ において r_{i+1} と r_i の差分を Δr_i ，また Δr_i の変化分(r_i の2階差分)を C とする． $z_0 \gg x_i$ のとき，変化分 C は(4)式のように一定とおける．これより r_{i+1} および Δr_{i+1} は， r_i より(5)，(6)式により求められる⁵⁾．

$$C \equiv \Delta r_{i+1} - \Delta r_i = \frac{(dx)^2}{z_0} \quad (4)$$

$$r_{i+1} = r_i + \Delta r_i \quad (5)$$

$$\Delta r_{i+1} = \Delta r_i + C \quad (6)$$

ある画素での距離 r_i および差分 Δr_i を求めると，それ以降の画素では単純な加算計算のみによって距離 r_{i+1} の値を求めることができ，高速な計算が可能となる．

2.4 差分法のさらなる高速化

従来の距離 r_i の計算は，位相計算における桁落ち⁸⁾などを防ぐために，実数型の倍精度(8 Byte)や単精度(4 Byte)で行われていた．しかし，本方法による計算は加算のみであるため桁落ちが起こりにくくなり，整数による固定小数点計算が可能となった．これによって差分法による計算はさらに高速に行える．

表1 計算時間の比較
Comparison of computational speed.

	1点あたり (ms)	オーバーヘッド (ms)	1点の速度比
複素振幅計算	18.99	591.60	1.00
開平計算	11.24	247.00	1.69
1次近似	6.90	263.40	2.75
差分法 (実数)	5.74	178.80	3.31
差分法 (整数)	0.84	52.50	22.56

(a) 開平計算

(b) 差分法 (整数)

図2 ホログラムから得られた再生点像の光強度分布
Light intensity distribution of reconstructed point image from the holograms.

(a) Square root computed by built-in function, (b) Double difference method (integer).

3. 結 果

パーソナルコンピュータ (Pentium II 333 MHz, 1 プロセッサ) を用いて本方法による計算時間を測定した．複素振幅計算・開平計算・1次近似法・差分法(単精度実数，整数)による干渉縞計算の速度を比較した結果を表1に示す．ただし，複素振幅計算を除く各方法とも三角関数計算にはテーブル参照法を用いている．ホログラム1ラインあたりの画素数は40,960であり，1画面あたり32ラインの要素ホログラムで構成されている．ここで，オーバーヘッドとは点光源の計算に依存しない計算部分である．本方法によって複素振幅計算に対して約23倍の高速化が可能となった．また，1点光源あたりの計算時間は0.84 ms となり，並列計算機を用いたシステム²⁾ (128 プロセッサ，1

(a) 開平計算

(b) 差分法

図3 電子ホログラフィックディスプレイによる再生像
Reconstruction image of the holographic 3D display.
(a) Square root computed by built-in function, (b)
Double difference method (integer).

点光源当たり 1.9 ms)での計算時間を上まわった。

開平計算と差分法(整数)における精度の比較を図2に示す。図2は再生点像の光強度分布を比較したものである。これらの再生像は各方法によって生成されたホログラムを複素振幅計算と逆の手法で計算することによって求めた。ホログラムの画素サイズは $1\mu\text{m}$ 、画素数 16,384 であり、また点光源とホログラムとの距離は 100 mm である。両者を比較すると、差分法では奥行き方向に結像位置がややずれてはいるが、ほとんど変わらぬ特性を得ている。このずれは1次近似法を用いることによって生じた誤差であり⁸⁾、1次近似法と差分法との精度の差はほとんどなかった。

電子ホログラフィックディスプレイ¹⁾を用いて再生像の評価を行った。再生像は横方向のみに視差を持っており、ホログラムと再生像間の距離は 50 mm、再生像のサイズは $30\text{ mm} \times 30\text{ mm} \times 30\text{ mm}$ である。図3(a)は開平計算による再生像、図3(b)は差分法による再生像である。両

者の再生像を見比べたところ、全くといって良いほど違いが見受けられなかった。

4. む す び

本文では、差分による開平計算の近似法を用いたフレネルホログラムの干渉縞計算の有効性について、その計算速度や誤差の評価を行うことによって検討した。その結果、差分法によって干渉縞計算を高速に行えることがわかった。また、精度の点で開平計算とは僅かに違いが生じるが、電子ホログラフィックディスプレイへの再生像には影響しない範囲であることがわかった。

以上より、本方法はフレネルホログラムの干渉縞計算の高速化の手段として有効であるといえる。また、本方法が整数型で行えることから、ホログラム計算のハードウェア化も容易である。

〔文 献〕

- 1) 吉川: “音響光学素子を用いたホログラムの実時間表示”, ディスプレイ・アンド・イメージング, 3, 3, pp. 293-299 (1995)
- 2) 田中, 高橋, 志水: “並列計算機を用いた電子ホログラフィにおける負荷分散の最適化”, 映情誌, 52, 2, pp. 220-226 (1998)
- 3) Mark Lucente: “Interactive Computation of Hologram using a Look-up Table”, J. Electronic Imaging, 2, 1, pp. 28-34 (Jan. 1993)
- 4) 吉川: “フレネルホログラムの計算時間”, 信学秋大, D-234 (1994)
- 5) 吉川, 岩瀬: “フレネルホログラムの高速計算法”, 1996年テレビ年次大, 8-2
- 6) 岩瀬, 吉川: “差分を用いたフレネルホログラム計算”, 信学秋大, D-306 (1996)
- 7) 西川, 岡田, 松本, 吉川, 佐藤, 本田: “計算機ホログラム (CGH) における計算の高速化”, 3次元画像コンファレンス '94, 4-6 (1994)
- 8) 西川, 岡田, 松本, 吉川, 佐藤, 本田: “計算アクセラレータを用いたリアルタイム・フレネル計算/表示システム”, 信学技報, IE 95-128 (Feb. 1996)

いわせ すすむ
岩瀬 進 1997年, 日本大学理工学部電子工学科卒業。現在, 同大学大学院理工学研究科博士前期課程電子工学専攻在学中。計算機合成ホログラムの研究に従事。

よしかわ ひろし
吉川 浩 1985年, 日本大学大学院理工学研究科博士課程修了。同年, 同大学助手。現在, 同大学助教授。1988年~1990年, MITメディアラボ客員研究員。電子ホログラフィックディスプレイ, 計算機合成ホログラムなどの研究に従事。工学博士。正会員。