落雷電磁界の100kHz-1MHzフーリエスペクトルと大地導電率*

河崎 善一郎** 松浦 虔士**
大阪大学工学部**

仲野 賛***
豊田工業高等専門学校***

竹内 利雄****
愛知技術短期大学****

Abstract. The electric and magnetic fields caused by the lightning discharge have been observed. The Fourier spectra of them are calculated by using FFT and the influence of the propagation over land is discussed from the view point of statistics. Finally the conductivity and permittivity of the ground are estimated by applying Norton's formula to the estimated Fourier spectra.

1. 前 書 き

落雷電磁界の周波数スペクトルは、広い範囲（ELF帯-UHF帯）にわたって分布しており、その分布の様相を知るとは雷撃電流の性質そのものを知ることとも密接に関連していると考えられるため、大いに興味を持たれている（Uman, 1987）。しかしながら、その高周波成分は大地導電率の影響を受けやすく、僅かな距離の地上伝搬においても急激に減衰するため、観測という面から発生源のスペクトル分布を正確に把握することは必ずしも容易ではない。従って、この種の研究を厳密な意味において遂行するもっとも考え易い方法は、海上伝搬してくる落雷電磁界を測定することであろう（Weidman・Krider, 1986）。しかしながら落

* FOURIER SPECTRA OF LIGHTNING ELECTRO-MAGNETIC FIELDS FROM 100
KHZ to 1 MHZ AND THE CONDUCTIVITY OF THE GROUND

** Zen-ichiro Kawasaki, Kenji Matsuura
Faculty of Engineering, Osaka University, Suita 565

*** Minoru Nakano
Toyota College of Technology, Toyota 471

**** Tosio Takeuti
Aichi College of Technology, Gamagori 443

雷点は、必ずしも海上に限られているわけではなく、また海上伝搬してくる電磁界を測定できるような都合の良い観測点ばかりあるわけでもないため、大地導電率をパラメータとして落雷電磁界が伝搬距離にどの様に依存するかといった、理論的研究も報告されている (Cooray・Lundquist, 1983)。とは言え大地導電率は、地域、地形および雨、雪等の気象条件にも依存して変化するため、前述の理論的取り扱いにも不確定な要素の多いことが予想される。そこで本論文では、大地上を伝搬する落雷による電磁界波形の測定結果を用いて、大地の導電率・誘電率の推定を試みる。これは、大地の諸パラメータを正確に推定できる様なになれば、発生源のスペクトル推定も正確に出来るであろうとの観点も存在すると考えられるからである。

2. 観測結果

Fig. 1. Schematic diagram of the measurement system.

Table 1. List of analyzed data

1985 / 07 / 20		1985 / 08 / 01	
データ番号	距離 (km)	データ番号	距離 (km)
161630	3.3	183537	20~40
161908	3.3	184139	20~40
162233	1.0	184832	20~40
162930	2.3	185506	20~40
163250	2.3	190025	20~40
163738	1.0	190153	20~40
165555	0.6	190301	20~40
170128	3.3	190509	20~40
170201	3.3	191139	20~40

*7/20の距離は雷鳴より、8/1の距離はレーダエコーより推定した。

Fig. 2. An example of an electric field and a magnetic flux density due to an extremely near lightning.

本報告で取り扱うデータは、1985年夏期（7月－8月）に群馬県藤岡市において測定された落雷電磁界で、図1がその測定系の概要である。表1が本報告で解析されるデータの一覧でここに各々の六桁の数字は落雷の時刻を示している。実際上記の観測期間においては200例以上の落雷電磁界波形が記録されているが、今回の解析には表1に示す18例を選んだ。これは本報告の目的が、落雷電磁波形から大地導電率等のパラメータを推定しようとするところにあり、従って落雷点までの距離が雷鳴・レーダによる雷雲観測等なんらかの観測手段で明らかにされているものに限ったからである。7月20日の落雷は、雷鳴より表1に示したように観測点までの距離が高々3.3 kmという極近距離落雷であり、その測定波形の一例が図2〔(a)電界波形、(b)磁界波形〕に示されている。また、8月1日の落雷はレーダ観測により20－40 kmの範囲に分布しているものと推定されている中距離落雷で、その測定波形例が図3に示されている。図2、3の比較より、近距離落雷による電磁界の立ち上がりは非常に速く、通常定義されているファーストランジションの10－90%値は、200ナノ秒であるに對

Fig. 3. An example of an electric field and a magnetic flux density due to middle distance lightning.

し、中距離落雷による電磁界のそれは、1.5マイクロ秒と7.5倍も遅くなっていることが分かる。これは、本論文の前書きにおいても述べているように、主として大地導電率の影響によるもので、高周波分ほど減衰が大きいためであろう。更に、電磁界両波形の比較について述べるなら、近距離落雷の電界波形は時間と共にその振幅が大きくなっていく傾向にあるが、これはいま議論しているような極近距離では、静電界成分が卓越しているためであると結論出来る。当然のことであるが、誘導・放射両成分が主成分である中距離落雷（図3）では電磁界両波形の間に大きな差は認められない。

3. フーリエスペクトル

Weidman・Krider (1986) の報告によれば、落雷電磁界（海上伝搬）より推定される落雷電流のフーリエスペクトルは図4に示すように6MHz以下で周波数（ f ）に逆比例する（即ち $1/f$ 特性）。そこで本節では前節に示した極近距離・中距離落雷電磁界波形それぞれ9例の100kHz-1MHzフーリエスペク

Fig. 4. Fourier spectrum estimated with lightning electric fields over the sea surface (Weidman • Krider, 1986).

Fig. 5. How to extrapolate the measured data to estimate Fourier spectrum.

トルを求め、Weidman • Krider(1986)の結果と比較する。図2, 3の例からも分かるように、落雷電磁界は個々の雷撃に依存して複雑に変化するため、その対応

Fig. 6. Averaged Fourier spectrum of lightning fields due to extremely near lightning.

するフーリエスペクトルも種々の形状を示すことが予想される。確かにフーリエスペクトル個々の形状はそれ自身興味深いものであろうが、ここでは統計的な観点から議論を進める。即ち極近距離・中距離落雷電磁界の各々9例に対して求められたフーリエスペクトルを周波数毎に平均することにより、標準のスペクトルを決定する。ここにスペクトルは高速フーリエ変換 (FFT) を用いて算出する。但し具体的な手続きは以下に示す通りである。観測は、1ワード8ビットのデジタルメモリにより10ナノ秒毎にサンプリングされており、帰還雷撃に対応すると考えられる1500点と正弦曲線で外挿された548点を図5に示すように接続し、合計2048点にFFTを適用する。これは、Pret a等(1985)によって指摘されているように、この手法が不必要なウィンドウの効果を最小限にとどめることが出来るからである。このようにすれば原理的には、50kHz-50MHz帯のフーリエスペクトルが求められることになるが、本報告では筆者等の観測システムのS/N比を考慮して、このうち100kHz-1MHzの成分を

Fig. 7. Averaged Fourier spectrum of lightning fields due to middle distance lightning.

図6, 7に示す。図6が極近距離に対する, 図7が中距離に対するフーリエ成分で, 太い実線がそれぞれ9例の平均値, その上下の細い実線が標準偏差の範囲を示している。なお上述のスペクトルは、それぞれ平均化したものであり、伝搬距離もそれぞれ平均値を取り2.3 km及び30 kmと仮定する。図6はWeidman-Krider (1986)の結果と同じく $1/f$ 特性を示すが, 図7の中距離の場合は $1/f^2$ 特性を示す。Weidman-Krider (1986)の観測は海岸付近で行われており, 測定された落雷電磁界は大地導電率の影響を殆ど受けていない。言い替えると彼らの求めている電磁界のフーリエスペクトルは, 落雷電流そのもののフーリエスペクトルと変わらないものと結論できる。本論文の極近距離電磁界のフーリエスペクトルが彼らの明らかにした特性と一致していることにより, 100kHz-1MHz帯のフーリエ成分と変わらないことになる。これに対し, 中距離の場合の $1/f^2$ 特性は, 高い周波数成分ほど大地導電率により減衰を受け易いため, 前章に於て指摘した立ち上がりが遅くなることとも関連している。図8に, 図7に示した中距

Fig. 8. Normalized Fourier spectrum to those of extremely near lightning fields.

離落雷電磁界のスペクトルを、図6に示した極近距離落雷による電磁界のスペクトルで規格化したものを示す。即ちこれが平均的な意味で伝搬距離差(27.7 km)に依存して、大地の有限な導電率及び大地の形状、構造物により各周波数成分が減衰を受ける量ということになる。

4. 検 討

Norton (1937)によれば、導電率有限の無限平面大地上に置かれた点波源からの放射に関する問題(Sommerfeldの問題)の「陽な」解は次式(1)で与えられる。

$$dE_{surface} = \frac{i\omega\mu_0}{4\pi} Idz(1-R_v)F \frac{e^{ik_2R}}{R} a_z \quad (1)$$

但し

$$\begin{aligned}
 F &= [1 + i\sqrt{\pi w} e^{-w} \operatorname{erfc}(-i\sqrt{w})] \\
 \operatorname{erfc}(-i\sqrt{w}) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-i\sqrt{w}}^{\infty} e^{-z^2} dz = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{i\infty}^{\sqrt{w}} e^{-z^2} dz \\
 w &= p_1 \left(1 + \frac{Z_{21}^2 \cos \theta}{\sqrt{Z_{21}^2 - \sin^2 \theta}} \right)^2 = \frac{4p_1}{(1 - R_v)^2} \\
 p_1 &= \frac{ik_2 R}{2Z_{21}^4} (Z_{21}^2 - \sin^2 \theta) = p e^{i\theta} \\
 Z_{21}^2 &= \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \left(1 + \frac{i\sigma}{w\epsilon_1} \right) = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} (1 + i\eta) \\
 R_v &= \frac{Z_{21}^2 \cos \theta - \sqrt{Z_{21}^2 - \sin^2 \theta}}{Z_{21}^2 \cos \theta + \sqrt{Z_{21}^2 - \sin^2 \theta}}
 \end{aligned}$$

ここに、式(1)の記号・座標系は全て Stratton (1941) に従っている。ところで、いま本論文で議論している落雷による電磁界は、帰還雷撃が開始してたかだか2マイクロ秒程度のことであり、帰還雷撃の進展速度として $c/3$ (ここに c は真空中の光速) を考えるなら、上記の現象は地上高200 m迄の電流によるものであると結論出来る。他方観測距離は最も近いときでも600 m、中距離落雷に至っては20-40 kmであるため、前述の放電路長200 mは、ほとんどの場合大地上の点波源と考えて差し支えない。換言すれば、本論文で議論している落雷による電磁界の問題には、式(1)に示した Norton の解を、 $\theta = \pi/2$ として適用できることになる。そこで以後、式(1)を用いて図8の結果について議論を進める。式(1)はパラメータとして周波数(f)、大地導電率(σ)、比誘電率(ϵ^* 、但し $\epsilon_1 = \epsilon_0 \times \epsilon^*$)及び距離(D)を含んでいる。

今回の観測は群馬県藤岡市(関東平野の中央部)で行われており、当地付近の導電率や誘電率は不明である。そこで式(1)を用いて理論的に求める事が出来る周波数成分と、観測結果より求められる、図8に示した周波数成分の自乗距離が最小となるように導電率及び比誘電率を定める。但し $D (= R)$ の値としては、前節にも示したように、平均の伝搬距離差、27.7 kmを用いる。即ち、次式(2)で定義される量が最小となるように σ 、 ϵ^* を定めることにする。

$$\sum_i (E_{fobs,i} - E_{fthe,i})^2 = \min \quad (2)$$

ここに式(2)の電界成分 E に付した各々の下添え字 $fobs$ 、及び $fthe$ は、観測波形から求められるフーリエ成分、及び理論式(1)から推定されるフーリエ成分であることを表し、下添え字 i は i 番目の成分であることを表している。さらに Σ 記号に付した i は、全フーリエ成分についての、総和を取ることを表している。

図9が大型計算機を用いて式(2)を数値計算したもので、その自乗誤差を等高線表示している。ここに横軸が導電率、縦軸が比誘電率である。また等高線の刻みは、相対誤差1%毎であり、図9中の×印がその最小値、即ち相対誤差が1

Fig. 9. Root mean square error between theoretical and observed results.
 (The each contour corresponds to 1 % of relative error.)
 (The cross denotes the minimum error and it is less than 1 %.)

%以下であることを表している。なおこの時、 $\sigma = 10^{-4} \text{ S / m}$ 、 $\epsilon'' = 6$ が最適値として決定される。またこの図より、自乗誤差は真値付近で、誘電率よりも導電率に依存して大きく変わる傾向にあることが分かる。このことは、落雷による電磁界波形が大地導電率の影響に対して敏感に反応することを意味している。図10が上に求めたパラメータに対する理論値と測定値の比較で、スペクトル領域における両者の一致が認められる。実際乾燥した大地の誘電率として、 $\sigma = 10^{-4} \sim 10^{-5} \text{ S / m}$ という標準値が一般に認められており (Stratton, 1941)、今回の測定が真夏の関東平野中央部で行われたものであることを考慮する時、上記の推定値は地形・構造物の影響も「暗に」含んだ等価的な導電率及び比誘電率であると結論できる。

5. 結 び

今回の報告により、2地点の同時観測が実行できれば、 ϵ'' 及び σ が正確に推定できることが明らかとなり、雷撃電流の推定もより正確に出来るようになることが分かる。今回の場合、残念ながら同時観測が行われていないため統計的な意味でしか議論が出来ず、観測結果のそれぞれに対して元の雷撃電流を推定するこ

Fig.10. The Comparison of the experimental Fourier spectrum and theoretical ones.

とは試みなかった。従って今後は、多地点における同時観測を、GPS衛星などを利用することによりマイクロ秒という時間同期で実現し、本手法を適用して行きたい。

参考 文献

- Cooray, V. and S. Lundquist, Effects of propagation on rise times and the initial peaks of radiation fields from return stroke, *Radio Science*, 18, 409-415, 1983.
- Norton, K. A., The propagation of radio waves over the surface of the earth and in the upper atmosphere, *Proc. IRE.*, 25, 1203-1236, 1937.
- Preta, J., M. A. Uman, and D. G. Childers, Comment on "The Electric Field

- Spectra of First and Subsequent Lightning Return Stroke in the 1- to 200-km Range" by Serhan et al., Radio Science, 20, 143-145, 1985.
- Stratton, J.A., Electromagnetic Theory, McGraw-Hill Book Company, New York and London, 582-583, 1941.
- Uman, M.A., The Lightning Discharge, Academic Press, New York, 118-120, 1987.
- Weidman, C.D. and E. P. Krider, The amplitude spectra of lightning radiation fields in the interval from 1 to 20 MHz, Radio Science, 21, 964-970, 1986.

(Received February 15, 1991;
Revised June 16, 1991;
Accepted June 22, 1991.)