鉄塔への落雷の3次元モデルについて*

橋本孝明 (愛知技術短期大学自動車工業学科)** 竹内利雄 (愛知産業大学造形学部)***
井上祥史 (愛知技術短期大学電子工学科)**** 高木伸之 (岐阜大学工学部)*****

Abstract. Lightning discharges to towers are discussed from the results by the improved three dimensional simulation for stepped leader. The probability striking the tower deduced from the three dimensional simulation is found to be lower than that deduced from the two dimensional one. The probability does not increase with the height of tower but it increases with the attractive distance at the top of tower, though the attractive distance is generally thought to increase with the height.

1. まえがき

落雷の下向きステップドリーダを対象とした、多くの計算機シミュレーション・モデルは、リーダ自身の電荷と雷雲内の電荷によるリーダ先端の電界の計算に基づいて作られている。しかし、計算されたリーダ先端の電界の値が、果たして、実際のリーダ先端の電界の値と一致するのか、あるいは大きく異なっているのかを検証することは現在の段階では不可能である。そこで、我々は、リーダの電気的な性質は無視し、落雷の写真を参考にして、実際の落雷の形に出来るだけ近似することを目的とした、リーダの計算機シミュレーション・モデルの開発をめざしている。はじめに、簡単な2次元のステップドリーダ・モデルを作り(竹内等 1992, 1993a)、このモデルを使用して、鉄塔や送電線への落雷のシミュレーションを行った(竹内等 1993b, 1993c)。さらに、この2次元モデルを3次元に発展させたモデルを発表し(橋本等 1995)、鉛直下向きの一様な外部電界による、ステップの進行方向の下向き補正を適当に加えることにより、この3次元モデルから求めた雷撃角(雲底のリーダ出発点とリーダ先端を結ぶ直線と鉛直線のなす角)の標準偏差と、落雷のビデオ写真から統計的に求めた雷撃角の標準偏差とを、互いに一致させることができた。しかし、このモデルのリーダ先端の座標の計算は、相続くステップのそれぞれの先端座標間の、平行移動と回転移動による座標変換の関係式を利用する方法で行われたため、1つのリーダの中で、個々のステップの長さ、相続くステップ間の屈折角、外部電界による、個々のステップの進行方向に対する影響に、それぞれ変化を与えようとすると、かなり煩雑な計算が必要となる。

* On three dimensional models of lightning stepped leader striking to towers

** Takaaki Hashimoto, Dept. of Automotive Eng., Aichi College of Tech., Gamagori, 443, Japan.

*** Tosio Takeuti, Faculty of Design and Archit., Aichi Sangyo Univ., Okazaki, 444, Japan.

**** Shoushi Inoue, Dept. of Electronic Eng., Aichi College of Tech., Gamagori, 443, Japan.

***** Nobuyuki Takagi, Faculty of Eng., Gifu Univ., Gifu, 501-11, Japan.

そこで本論文では、各々のステップ先端の座標を、計算の途中段階で、逐一リーダの出発点にとった最初の座標系で表現するような計算法に改良し、前述の個々のステップのパラメータの変更に容易に対処できるようにした。そして、この新しい計算方法を利用した第1段階として、1つのリーダの中で個々のパラメータが変化しないモデルを使用して、鉄塔への落雷のシミュレーションを行った。

Fig.1. Model of the stepped leader and related coordinates.

2. リーダモデルとリーダ先端の座標の改良した計算方法

まず外部電界の影響を考慮しないステップドリーダのモデルについて述べる。このステップドリーダモデルはつぎのような性質を持っていると仮定した(第1図を参照)。(a) 個々のステップは直線で、長さは一一定値 L とする。(第1図中の太線または太い点線)(b) 角 θ_0 で雲底から現れた最初のステップは、鉛直線を軸とし、雲底のリーダ出発点 P_0 を頂点、 θ_0 を半頂角とする円錐の、ある母線上を、頂点から底面に向かって直進する。この場合ステップは、すべての母線上で等確率で現れるものとする。(c) 雷雲から現れた、前述の最初のステップ以後のステップは、直前のステップと同じ方向に進むか、または、直前のステップの進行方向を軸として、新しい出発点を頂点とする、定められた頂角を持つ円錐の側面を、母線に沿って頂点から底面に向かって直進する。この場合も、すべての母線上にステップは等確率で現れるものとする。

この論文の改良の要点は、まえがきにも述べたように、いままで、相続くステップのそれぞれの先端座標間の、平行移動と回転移動による座標変換の関係式を利用していたの

を、計算の途中段階で、逐一リーダの出発点にとった最初の座標系で表現するようにしたことである。

雷雲底からステップドリダが現れた点 P_0 を原点とする座標系による、任意のステップの先端の座標は次のようにして求めた。

雷雲底からステップドリダが現れた点、すなわち最初の円錐の頂点を原点 P_0 として、鉛直下向きに Z 軸をとり、右手系直交座標で X 軸と Y 軸を決定する。したがって $X-Y$ 平面は水平面となる。最初のステップが角度 θ_0 、ステップ長 L で、水平面内で X 軸から回転角 ψ_0 を持って現れ、先端が P_1 まで進んだとする。次のステップは、この位置を出発点として、前のステップが進展してきた方向か、角 θ_1 だけ屈折した方向（以後 $\theta_1, \dots, \theta_n, \dots$ を屈折角と呼ぶ）にステップ長 L だけ進む。屈折角 θ_1 の方向に進むステップは、前のステップの進展方向を軸として、半頂角 θ_1 の円錐面母線上にある。ステップドリダが雲底から出発し、何回か方向を変え、第 1 図に示すようにジグザグな放電路を形成した後、リーダの先端が P_{n+1} になったとする。直前のステップの進展方向を Z'_n 軸ととり、半頂角 θ_n の円錐底面の円の中心を原点とする新しい右手系座標軸 X'_n, Y'_n, Z'_n を次の手順で構成する。まず、新しい座標軸の原点を最初の座標軸 X, Y, Z からみて (u_n, v_n, w_n) とする。点 (u_n, v_n, w_n) は前のステップの延長線上にあるので、前のステップの先端 P_n と前のステップの出発点 P_{n-1} を通る、最初の座標軸で表現した 3 次元の直線の式

$$(u_n - x_n)/(x_n - x_{n-1}) = (v_n - y_n)/(y_n - y_{n-1}) = (w_n - z_n)/(z_n - z_{n-1}) \quad (1)$$

を満たしており、この式に図 1 を参照すれば、 u_n, v_n, w_n が

$$u_n = x_n + \cos \theta_n (x_n - x_{n-1}) \quad (2)$$

$$v_n = y_n + \cos \theta_n (y_n - y_{n-1}) \quad (3)$$

$$w_n = z_n + \cos \theta_n (z_n - z_{n-1}) \quad (4)$$

のように求まる。この (2)、(3)、(4) は P_n を頂点とする半頂角 θ_n の円錐底面の円の中心の座標を最初の座標軸 X, Y, Z で表したものであり、 P_n を頂点とする円錐の軸が Z 軸方向となす角を α_n 、また、その円錐の軸の $X-Y$ 平面への正射影を、 X 軸から測った角を β_n とすると、

$$\cos \alpha_n = (w_n - z_n)/L \cos \theta_n \quad (5)$$

$$\tan \beta_n = (v_n - y_n)/(u_n - x_n) \quad (6)$$

となる。そこで、(a) 座標軸 X, Y, Z を式 (2)、(3)、(4) の右辺だけ平行移動する。次に、(b) 平行移動された新しい Z 軸のまわりに β_n だけ回転させ、新たな座標軸を作る。さらに、(c) 回転して新たに作られた Y 軸のまわりに α_n だけ回転させる。こうしてできた新しい座標軸が X'_n, Y'_n, Z'_n である。

したがって、新しい座標軸 X'_n, Y'_n, Z'_n で測った任意の点の座標を (x'_n, y'_n, z'_n) とすれ

ば、最初の座標軸 X, Y, Z に変換した座標 (x, y, z) との間には、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_n \cos \beta_n & -\sin \beta_n & \sin \alpha_n \cos \beta_n \\ \cos \alpha_n \sin \beta_n & \cos \beta_n & \sin \alpha_n \sin \beta_n \\ -\sin \alpha_n & 0 & \cos \alpha_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_n \\ y'_n \\ z'_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix} \quad (7)$$

の変換式が成立する。

次にステップの先端 P_{n+1} の座標を最初の座標軸で表す。 P_{n+1} は新しい座標軸からみて、 $X'_n - Y'_n$ 平面内の半径 $L \sin \theta_n$ の円周上にあるから、 X'_n 軸からの回転角 ψ_n を与えると、

$$x'_n = L \sin \theta_n \cos \psi_n \quad (8)$$

$$y'_n = L \sin \theta_n \sin \psi_n \quad (9)$$

$$z'_n = 0 \quad (10)$$

がその座標となる。式 (8)、(9)、(10) を式 (7) に代入すれば、角 θ_{n-1} 、角 θ_n と進んできたステップドリダの先端 P_{n+1} の位置を、次の式のように、最初の座標軸 X, Y, Z 上で $(x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1})$ として表すことができる。

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \\ z_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_n \cos \beta_n & -\sin \beta_n & \sin \alpha_n \cos \beta_n \\ \cos \alpha_n \sin \beta_n & \cos \beta_n & \sin \alpha_n \sin \beta_n \\ -\sin \alpha_n & 0 & \cos \alpha_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L \sin \theta_n \cos \psi_n \\ L \sin \theta_n \sin \psi_n \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix} \quad (11)$$

以上は外部電界の影響を考慮しない議論であったが、外部電界の影響によるステップの進行方向の変化を表すために加えるベクトルの 3 成分を、最初の座標軸 X, Y, Z で表すと (12) のようになる。

$$\begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix} \quad (12)$$

(12) を (11) の右辺に加えることによって、リーダ先端の座標に対する外部電界の影響を次式のように付加することができる。

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \\ z_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_n \cos \beta_n & -\sin \beta_n & \sin \alpha_n \cos \beta_n \\ \cos \alpha_n \sin \beta_n & \cos \beta_n & \sin \alpha_n \sin \beta_n \\ -\sin \alpha_n & 0 & \cos \alpha_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L \sin \theta_n \cos \psi_n \\ L \sin \theta_n \sin \psi_n \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix} \quad (13)$$

リーダ先端の座標の計算方法をここで述べたように改良することによって、計算のアルゴリズムが簡単になり、プログラミングも平易になった。したがって、(a) リーダ進展に対する外部電界の影響を、より自然に近い合理的な形で簡単に入れられるようになり、(b) ステップの長さ、屈折角の大きさやそれらの出現確率などをステップ毎に変更することが容易になった。

3. ステップリーダーに関する各種パラメータの値

(a) 雲底から現れた角度 θ_0 : VTR で撮られた約 110 個の落雷の 2 次元写真から、 θ_0 は 0 度で発生頻度が最大になり、 θ_0 の値の増加とともに発生頻度がガウス分布で減少するという仮定のもとに、3 次元分布の標準偏差を 30 度と導きだした。

(b) ステップの長さ: すべての長さを 50m とした。

(c) 相続くステップ間の屈折角: 1 つのリーダーでは屈折角はすべて等しいとし、その値は 10、15、20 度のいずれかであるとした。

(d) 相続くステップが直進する確率: 1 つのリーダーでは確率はすべて同じであるとし、50、60、70、80(%) の場合について計算した。

4. ステップの進行方向に対する外部電界の影響

将来は、空間電荷、地上の構造物等の影響を導入し、空間の各位置で様々な強さと方向の電界を与える予定であるが、第一段階として、方向は常に鉛直で、強さは雷雲底から地上まで一様とした。

Fig.2. Definitions of the inclination of channel, α_1 and α_2

落雷の VTR 写真の解析から、第 2 図に示す雷撃角 α_1 、 α_2 の 2 次元分布は、0 度すなわち鉛直方向を最大発生頻度とするガウス分布で、標準偏差は α_1 が 20 度、 α_2 が 13 度となった。VTR カメラで撮影した落雷について、つぎの 2 つの仮定をする。(a) リーダーが雲底から現れた位置と、落雷点の間の水平距離は、カメラと落雷の間の距離に比べて十分小さい。(b) 落雷はカメラ・レンズの光軸の近くで発生した。この 2 つの仮定をもうける

第1表 落雷のステップドリーダ・モデルが実際の落雷写真と合致するために
必要な鉛直下向き外部電界を表すベクトル e_z の長さ
(単位 m、試行回数はそれぞれ 100 回)

相続くステップ の直進確率 (%)	雷撃角 α_1			雷撃角 α_2		
	屈折角			屈折角		
	10 (度)	15 (度)	20 (度)	10 (度)	15 (度)	20 (度)
80	2	2	3	2	4	5
70	2	3	3	3	4	5
60	2	3	3	3	4	5
50	2	3	3	3	5	5

ことにより、リーダの3次元モデルを $X-Z$ 平面に投影した図は、落雷を撮影したものと同等と考えることができる。したがって、任意のベクトル長 e_z を与えた3次元のリーダ・モデルを $X-Z$ 平面に投影し、そのモデルに関する雷撃角 α_1 と α_2 の標準偏差を出し、VTR の落雷写真から出した雷撃角 α_1 と α_2 の標準偏差 20 度および 13 度に合致するベクトル長 e_z の値を持つモデルが、実際のリーダを表すモデルであるとした。

屈折角 10、15、20 度、相続くステップの直進する確率 80、70、60、50 (%) のそれぞれの3次元リーダ・モデルで、モデルの雷撃角 α_1 と α_2 の標準偏差が、実際の落雷と同じ値の 20 度と 13 度になるために必要な下向きベクトル e_z の長さは、第1表のようになった。

第1表から、直進確率が変化しても、外部電界を表すベクトル長 e_z の大きさをあまり変化させる必要はないが、屈折角を増加させると e_z を増加させなければならないことが分かる。

Fig.3. Three dimensional display of a leader channel
and its projection to $X-Z$ plane. ($e_z = 2m$)

第2表 ステップドリーダ2次元モデルのパラメータ
(ステップ間の屈折角 10 度 ステップの直進確率 80 %)

ステップ長 (m)	ステップ長の出現確率 (%)
24	60
39	30
54	10

外部電界の大きさは 10^4V/m のオーダーであると考えて良い (仲野 1994)。したがって 10^4V/m あたりのベクトルが $2 \sim 5 \text{m}$ ということになる。下向きベクトル e_z が 2m と 4m の場合について、リーダを3次的に表した図と、そのリーダを $X-Z$ 平面に投影した図の例を、第3図と第4図に示す。 P_0 は XYZ 座標の原点にあるべきであるが、図を見やすくするために XY 平面上でその位置を移動して書いてある。

Fig.4. Three dimensional display of a leader channel
and its projection to $X-Z$ plane. ($e_z = 4\text{m}$)

5. 鉄塔への落雷のシミュレーション

5. 1 2次元モデルと3次元モデルの比較

我々はすでに、ステップドリーダの2次元モデルを使用して、鉄塔への落雷のシミュレーションを行った (竹内等 1993b, 1993c)。ここでは、この2次元モデルとほとんど同じパラメータを持つ3次元モデルを使用して、同様のシミュレーションを行って、2次元のシミュレーションと、3次元のシミュレーションの間の違いを調べてみる。

最初に、すでに発表されている2次元シミュレーションの結果を紹介する。ステップドリーダの2次元モデルは第2表の様なパラメータを持つと仮定してシミュレーションが行われた。

第5図に示すように、高さ $H(\text{m})$ の鉄塔が地平面上に立っていて、鉄塔の真上 1.5km の場所から現れたステップドリーダの先端が、鉄塔の先端を中心とし、吸引距離 $R(\text{m})$ を

第3表 鉄塔落雷の確率 (2次元)

試行回数 200 回

鉄塔の高さ $H(m)$	吸引距離 $R(m)$				
	50	100	150	200	250
250	0.11	0.27	0.42	0.45	0.55
200	0.10	0.18	0.27	0.52	
150	0.11	0.26	0.32		
100	0.11	0.22			
50	0.08				

半径とする、6角形からなる疑似半円の中に入ると、そのリーダは鉄塔先端に吸引されるとし、鉄塔高 $H(m)$ と吸引距離 $R(m)$ をパラメータとした、鉄塔への落雷確率を計算した。そしてその結果は第3表のようになった。

Fig.5. Lightning discharge to the tower and the ground.
(two dimensional simulation)

第4表 外部電界0の場合の鉄塔落雷の確率(3次元)

試行回数 200 回

鉄塔の高さ $H(m)$	吸引距離 $R(m)$				
	50	100	150	200	250
250	0.01	0.05	0.11	0.21	0.31
200	0.01	0.04	0.10	0.20	
150	0.01	0.04	0.08		
100	0.01	0.03			
50	0.00				

一方3次元モデルでは、ステップ間の屈折角と、ステップの直進確率は第2表に示す2次元モデルの場合と等しいが、ステップの長さは一定値 $50m$ とした。

3次元モデルを使用した鉄塔落雷のシミュレーションでは、リーダの吸引空間を第6図

Fig.6. Lightning discharge to the tower and the ground.
(three dimensional simulation)

第5表 鉄塔落雷の確率 (3次元、 $e_z=2m$)

試行回数 200 回

鉄塔の高さ $H(m)$	吸引距離 $R(m)$				
	50	100	150	200	250
250	0.02	0.11	0.23	0.35	0.44
200	0.02	0.11	0.22	0.34	
150	0.02	0.11	0.22		
100	0.03	0.10			
50	0.03				

第6表 電界強度が2倍の場合の鉄塔落雷の確率 (3次元、 $e_z=4m$)

試行回数 200 回

鉄塔の高さ $H(m)$	吸引距離 $R(m)$				
	50	100	150	200	250
250	0.04	0.19	0.33	0.47	0.59
200	0.04	0.16	0.32	0.47	
150	0.04	0.15	0.30		
100	0.05	0.15			
50	0.05				

に示すように、鉄塔先端を中心とし、吸引距離 $R(m)$ を半径とする半球とし、リーダの先端がこの半球内に入ると鉄塔の先端に落雷すると仮定した。2次元モデルを使用した鉄塔落雷のシミュレーションでは外部電界を考慮していないので、比較のための3次元モデルのシミュレーションでも、外部電界を無視し、 $e_z=0$ として計算した。この結果を第4表に示す。

2次元モデルでも3次元モデルでも、鉄塔落雷の確率は高さ H にはほとんど無関係で、吸引距離 R に大きく依存することが分かる。しかし、 H が高くなると先端の電界が強くなり、その結果 R が大きくなると考えられる。したがって、 H が高くなると、結局落雷確率が大きくなると考えられる。また、第3表と第4表から、3次元モデルの方が落雷確率が低いことが明かである。

5. 2 外部電界も考慮に入れた鉄塔落雷の3次元シミュレーション

第1表からこのモデルに対する、外部電界によるリーダの進展方向の変化を示す下向きベクトル e_z の値としては、 $2m$ が適当であることがわかる。この値を与えて、鉄塔落雷のシミュレーションを行った結果を第5表に示す。

次に外部電界の強さが2倍になった場合、すなわち $e_z = 4m$ としてシミュレーションを行った場合の結果も第6表に示しておく。

外部電界が2倍になれば、それだけ放電路は下向きになるので、当然鉄塔の真上から出発したリーダが鉄塔に落雷する確率は高くなる。

6. むすび

今後このモデルをさらに現実の落雷に近づけるためには、落雷写真の解析をさらに進め、ステップ毎に各種パラメータの変化するモデルに改良し、また、鉄塔高と吸引距離の関係も明かにする必要がある。

さらにこのシミュレーションの応用として、独立鉄塔の避雷針としての効果、送電線への落雷、山岳地帯での落雷の特性、航空機への落雷のシミュレーション等を行ってゆく予定である。

この論文に使用した VTR の写真は、岐阜大学工学部と中部電力電力技術研究所葛城幸男、清水雅仁両氏の共同観測により得られたものであり、その使用を認めて頂いた各位に感謝する次第である。

参考文献

- 竹内利雄、橋本孝明、高木伸之、ステップドリーダの計算機シミュレーション、電気学会放電高電圧合同研究会資料、HV-92-22、1～6、1992。
- 竹内利雄、橋本孝明、高木伸之、Two dimensional computer simulation on the natural stepped leader in summer、*J. Atmos. Electr.*, 13, 9～14, 1993a.
- 竹内利雄、橋本孝明、高木伸之、A computer simulation on lightning stepped leader striking to towers, *8th International Symposium on High Voltage Engineering, Proceedings*, 3, 265～267, 1993b.
- 竹内利雄、橋本孝明、高木伸之、葛城幸男、清水雅仁、鉄塔への落雷の2次元計算機シミュレーション、電気学会放電高電圧合同研究会資料、HV-93-64, 7～15, 1993c.
- 竹内利雄、橋本孝明、高木伸之、葛城幸男、清水雅仁、落雷のビデオ写真を利用した雷撃角発生頻度の3次元分布の推定、*J. Atmos. Electr.*, 14, 147～152, 1994.
- 仲野 蒼、雷雲内電界の直接測定について、平成6年度電気関係学会東海支部連合大会講演論文集、S-16～17、1994
- 橋本孝明、竹内利雄、井上祥史、高木伸之、葛城幸男、清水雅仁、落雷の下向きステップドリーダ3次元モデルについての議論、*J. Atmos. Electr.*, 15, 21～28, 1995.

(Received April 7, 1995; revised June 5, 1995;
accepted June 14, 1995.)