境界要素法による地殻変動解析法の開発と津波シミュレーションへの適用

秋山伸一¹⁾, 橋本紀彦²⁾, 藤原広行³⁾

1) 正会員 伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 博士(工学)

e-mail : shinichi.akiyama@ctc-g.co.jp

2) 伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 修士(工学)

e-mail : norihiko.hashimoto@ctc-g.co.jp

3) 正会員 国立研究開発法人防災科学技術研究所 博士(理学)

e-mail : fujiwara@bosai.go.jp

要 約

断層運動に伴う地殻変動を境界要素法により計算する解析法を開発した。境界要素には三角形の線形要素を用いるので断層形状や断層面のすべり分布が不規則でも連続的なモデル化が可能である。ただし、通常の境界要素法では積分点と観測点の間の距離が短いとGreen関数の特異性が現れ、計算精度が著しく低下するが、本解析法ではHayami and Brebbia (1988) によるPART法を用いてこの特異性を除去することで、精度の高い地殻変動量が求められる。相模トラフで将来発生が予想される最大クラスの地震を対象に、本解析法とOkada (1985) の解から得られる地殻変動量を初期水位とした津波シミュレーションを行った。その結果、本解析法では、Okadaの解に見られる震源断層の不連続なモデル化による影響が現れることなく地殻変動量を求めることができるので、安定した津波シミュレーションが行える。

キーワード： 地殻変動, 津波, 境界要素法, Green関数の特異性

1. はじめに

地震による津波の予測解析では、断層運動に従って現れる海底面の鉛直変位を津波の初期水位と見なすことが多い。このような地盤変位を求める手段として、半無限弾性体内部にある矩形断層の運動によって発生する変位の解析解 (Okada, 1985¹⁾, 1992²⁾) が広く用いられている。しかし、震源断層が不規則な形状を有する場合、不規則な断層面に沿って矩形の小断層を多数貼り付け、震源断層全体をモデル化する必要がある。その結果、作成された断層モデルには、隣り合う矩形断層が重なる、あるいは離れるといった不連続な部分が現れる。

このような断層モデルが深い位置にあれば大きな問題にはならないが、浅い位置にあると算出される地盤の変位は、矩形断層の不連続な配置の影響により場所によって変位が過大あるいは過小に評価される。こうした問題を回避する手段のひとつに、Angular dislocationモデルに基づく解析解 (Yoffe, 1960³⁾, Comninou and Dundurs, 1975⁴⁾) が挙げられる。この方法を用いれば震源断層は三角形に要素分割されるので、矩形断層モデルを用いた場合に見られた不連続な配置は現れない。しかしながら、このモデルにおいても三角形の要素内ですべり量は一定に与えられるので、矩形断層モデルと同様に、隣り合う要素の間ですべり量が不連続となる問題は依然解決されない。このような背景から、筆者ら^{5),6)}は境界要素法

図1 断層面と観測点の関係

図2 三角形要素上のすべり量の分布

(Boundary Element Method, 以降, BEMと呼ぶ) ⁷⁾を用いた地殻変動解析法の開発を進めてきた。

周知のように, 表現定理⁸⁾に従えば, 断層運動に伴う地殻の変形はGreenの定理を場の支配方程式に適用することにより, 地表面と断層面上の境界積分で表される. ここで, 地殻を半無限弾性体と仮定すれば, 地表面の境界条件を満足するGreen関数を用いることにより, 変形は断層面のみの境界積分で与えられる. ここを出発点に, Okada(1985,1992)やYoffe(1960), Comninou and Dundurs (1975)は断層面を矩形や三角形に規定するとともに断層面内のすべり量を一定として解析解を誘導している.

これに対して, 本研究で取り上げるBEMでは断層面の境界積分を数値計算で実行するものであり, 有限要素法(FEM)でも用いられる内挿関数で要素を規定することにより, 不規則な形状の断層を連続的にモデル化できる. しかも, 要素節点におけるすべり量に従って要素内のすべり分布が設定されるため, 隣り合う要素の間ですべり分布が不連続にならないという利点がある. ただし, 通常のBEMでは境界積分の計算をGaussの数値積分に従うため, 断層が地表面から浅い場合にはGreen関数の特異性の影響が強く現れやすくなり, 計算の精度が著しく低下する. このような問題を解決するために, 本研究では, Green関数の特異性を除去した上で積分計算が行えるPART法(Hayami and Brebbia, 1988⁹⁾)を採用する.

本論文では, まず, BEMを用いた地殻変動解析法を誘導するとともに, PART法を用いてGreen関数の特異性を除去する方法を示し, この解析法の精度を検証する. つぎに, 相模トラフで想定される最大クラスの地震を対象に, この解析法によって求められる地殻変動量を初期水位と見なした津波シミュレーションを行う. これらの検討を通して, 我々が開発した解析法の有効性について議論する.

2. BEMIによる地殻変動解析法の誘導

2.1 BEMIによる定式化

図1に, 半無限弾性体の内部で変位の食い違い(以降, すべりと呼ぶ)が生じる断層面Σと観測点Sの関係を示す. 半無限弾性体の表面は x_1 - x_2 平面であり, 観測点Sはこの平面上($x_3=0$)に, 断層面Σはこの x_1 - x_2 平面より下側($x_3>0$)に位置する. ここで, 断層面ΣにおいてすべりΔが生じると, 半無限弾性体表面の点Sで観測される変位は, Green関数を介した積分式で解を表す表現定理⁸⁾によって次式で記述される.

$$u_i^S = \int_{\Sigma} p_{ij}^* \Delta_j d\Sigma \quad (1)$$

ここに, u_i^S は点Sにおける i 方向($i=1,2,3$)の変位を, Δ_j は断層面Σ上の点Qにおける j 方向($j=1,2,3$)のすべりを表す. p_{ij}^* は半無限弾性体の力の釣り合い式および境界条件を満足する表面力のGreen関数を表す. なお, i や j などの添え字は総和規約に従う. 式(1)より, 半無限弾性体表面の点Sにおける変位は, 断層面のすべりと表面力Green関数の積を断層上で積分するだけで与えられる.

ところで, 式(1)に現れる表面力のGreen関数 p_{ij}^* は, 次式で示される.

$$p_{ij}^* = \sigma_{ijk}^* \cdot n_k \quad (2)$$

ここに、 n_k は断層面 Σ における法線方向の方向余弦を示す。また、 σ_{ijk}^* は観測点 S に x_i 方向から単位集中荷重が作用した時の断層面 Σ 上の点 Q に発生する応力成分 σ_{jk} のGreen関数を表し、次式で与えられる。

$$\sigma_{ijk}^* = \lambda \tilde{\delta}_{jk} \frac{\partial u_{il}^*}{\partial x_l} + \mu \left(\frac{\partial u_{ij}^*}{\partial x_k} + \frac{\partial u_{ik}^*}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

ここに、 λ と μ はラメ定数を、 $\tilde{\delta}_{jk}$ はKroneckerのデルタを示す。さらに、 u_{ij}^* は観測点 S に x_i 方向から単位集中荷重が作用した時の断層面 Σ 上の点 Q における x_j 方向の変位を表すGreen関数を示す。

ここで、変位のGreen関数としてMindlinの解¹⁰⁾を用いれば、式(2)と(3)より、点 S に単位集中荷重が x_1 方向に作用する時の弾性体内部の点 Q における表面力のGreen関数 p_{1j}^* は次式で表される。

$$p_{1j}^* = \frac{1}{2\pi r^2} f_{1j}^*, \quad (j=1,2,3) \quad (4)$$

ここに、

$$\begin{aligned} f_{11}^* &= -3\alpha_1^2(\alpha_k n_k) + \frac{1-2\nu}{(1+\alpha_3)^2} \left[\alpha_1 \left\{ (1-\alpha_2^2) - \frac{2\alpha_2^2}{1+\alpha_3} \right\} n_1 - \alpha_2 \left\{ (1-\alpha_1^2) - \frac{2\alpha_1^2}{1+\alpha_3} \right\} n_2 \right], \\ f_{12}^* &= -3\alpha_1\alpha_2(\alpha_k n_k) - \frac{1-2\nu}{(1+\alpha_3)^2} \left[\alpha_2 \left\{ (1-\alpha_1^2) - \frac{2\alpha_1^2}{1+\alpha_3} \right\} n_1 - \alpha_1 \left\{ (3-\alpha_1^2) - \frac{2\alpha_1^2}{1+\alpha_3} \right\} n_2 \right], \\ f_{13}^* &= -3\alpha_1\alpha_3(\alpha_k n_k), \quad (k=1,2,3) \end{aligned}$$

さらに、 $\alpha_l = x_l/r$ ($l=1,2,3$)、 ν は媒質のポアソン比を示す。なお、式(4)において添え字の1と2を入れ替えると、単位集中荷重が x_2 方向に作用する場合の表面力のGreen関数 p_{2j}^* となる。点 S に単位集中荷重が x_3 方向に作用する時の点 Q における表面力のGreen関数 p_{3j}^* も、式(2)と(3)より、式次で与えられる。

$$p_{3j}^* = \frac{1}{2\pi r^2} f_{3j}^*, \quad (j=1,2,3) \quad (5)$$

ここに、

$$\begin{aligned} f_{31}^* &= -3\alpha_1\alpha_3(\alpha_k n_k) + (1-2\nu) \frac{\alpha_1\alpha_2}{1+\alpha_3} \left(1 + \frac{1}{1+\alpha_3} \right) n_2 \\ &\quad + \left\{ (1-\nu)\alpha_3 + \frac{1-\nu}{1+\alpha_3} \left(\alpha_1^2 + \frac{\alpha_1^2}{1+\alpha_3} - 1 \right) + \frac{\nu}{1+\alpha_3} \left(\alpha_2^2 + \frac{\alpha_2^2}{1+\alpha_3} - 1 \right) \right\} n_1, \\ f_{32}^* &= -3\alpha_2\alpha_3(\alpha_k n_k) + (1-2\nu) \frac{\alpha_1\alpha_2}{1+\alpha_3} \left(1 + \frac{1}{1+\alpha_3} \right) n_1 \\ &\quad + \left\{ (1-\nu)\alpha_3 + \frac{1-\nu}{1+\alpha_3} \left(\alpha_2^2 + \frac{\alpha_2^2}{1+\alpha_3} - 1 \right) + \frac{\nu}{1+\alpha_3} \left(\alpha_1^2 + \frac{\alpha_1^2}{1+\alpha_3} - 1 \right) \right\} n_2, \\ f_{33}^* &= -3\alpha_3^2(\alpha_k n_k), \quad (k=1,2,3) \end{aligned}$$

以上により、断層面 Σ ですべりが生じた時の地表面変位は、式(4)、(5)を用いることによって式(1)から直ちに求めることができる。

さて、BEMでは、式(1)に従った積分を実際に行うために、断層面 Σ をいくつかの要素 Σ^e に分割し、これらの要素毎に積分を行う。本研究では、この要素として図2に示す三角形の線形要素を用いる。ここで、図2に従えば、要素内の座標 x_j およびすべり量 Δ_j は次式で表される。

$$x_j = \phi_k x_j^k, \quad \Delta_j = \phi_k \Delta_j^k \quad (6)$$

ここに、添え字 j ($j=1,2,3$)は空間方向を表し、添え字 k ($k=1,2,3$)は三角形要素の節点番号を表す。 ϕ_k は局所座標系 (ξ_1, ξ_2) における内挿関数を表し、 $\phi_1 = \xi_1$, $\phi_2 = \xi_2$, $\phi_3 = 1 - \xi_1 - \xi_2$ となる。

以上により、観測点 S における変位 u_i^S のうち、要素 Σ^e による寄与 $u_i^{S^e}$ は次式で表される。

図3 要素をセルに分割する方法

$$u_i^{S_e} = \int_{\Sigma^e} p_{ij}^* \Delta_j d\Sigma = \det[J_e] \int_0^1 \int_0^{1-\xi_2} p_{ij}^*(\xi_1, \xi_2) \Phi d\xi_1 d\xi_2 \cdot \Delta_j^T \quad (7)$$

ここに、 $\det[J_e]$ は要素 Σ^e のJacobianを示す。 Φ と Δ_j は内挿関数と要素節点における j 方向すべり量のベクトル表示であり、各々、 $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)$ 、 $\Delta_j = (\Delta_j^1, \Delta_j^2, \Delta_j^3)$ を意味する。

さらに、要素の積分をGaussの積分公式¹¹⁾に従って行えば、式(7)右辺の積分項は次式で表される。

$$\int_0^1 \int_0^{1-\xi_2} p_{ij}^*(\xi_1, \xi_2) \Phi d\xi_1 d\xi_2 = \sum_{n=1}^N w_n [p_{ij}^* \Phi]_{(\xi_1^n, \xi_2^n)} \quad (8)$$

ここに、 n は積分点の番号を、 w_n は積分点 (ξ_1^n, ξ_2^n) における重みを表す。

さて、式(8)の被積分関数に含まれる表面力のGreen関数 p_{ij}^* は、式(4)、(5)からわかるように、 $1/r^2$ の項で特異性が現れる。すなわち、観測点が要素に接近すると r が0に近づくために数値積分が急激に不安定になる。したがって、安定した積分を行うためには、このような特異性を予め取り除く必要がある。次節では、この問題について議論を進める。

2.2 PART法による特異性の除去

前節で述べたGreen関数の特異性を除去するために、本研究ではHayami and Brebbia (1988)⁹⁾によるPART法 (Projection and Angular & Radial Transformation Method) を用いる。この方法では、積分対象の要素上に観測点の射影点を設け、要素積分をこの射影点を中心とした動径方向と周方向の積分に置き換える。その際、動径方向の積分変数を変換することで、特異性を回避する点がこの方法の特徴となる。

本研究では、図3に示すように、観測点 S から対象とする要素に向って垂線を降ろし、要素内に射影点 $\bar{S}$ を設ける。ただし、射影点が要素から外れる場合には、その点 S' から要素に最も近い点を要素の辺上あるいは節点上に改めて $\bar{S}$ として設ける。つぎに、点 $\bar{S}$ を中心に要素をいくつかの三角形のセル Ω_m に分割する。このようにして分割されたセル毎に、PART法を用いて積分を行う。

つぎに、PART法を適用したセルの積分方法を見て行く。式(1)に従うと、例えば、観測点 S における x_1 方向の変位のうち、図4に示すセル Ω_m に作用する x_1 方向のすべりによる寄与 $u_{11}^{\Omega_m}$ は、次式で与えられる。

$$u_{11}^{\Omega_m} = \int_{\Omega_m} p_{11}^* \Delta_1 d\Omega \quad (9)$$

以降では、簡単のために、式(9)に示す積分を対象に議論を進める。

まず、セル Ω_m に作用する x_1 方向のすべり量 Δ_1 は、図4に示すセル端部の3つの節点におけるすべり量 Δ_1^k によって次式で示される。

$$\Delta_1 = \phi_k \Delta_1^k, (k=1,2,3) \quad (10)$$

図4 PART法によるセルの積分

図5 セルにおける円筒座標の定義

ここに、 φ_k はセル Ω_m における内挿関数である．ここで、図5に従い、セル Ω_m の局所座標系 (η_1, η_2) を円筒座標 (ρ, θ) で表すと内挿関数 φ_k は次式で示される．

$$\varphi_1 = \eta_1 = \frac{\rho \sin(\theta_m - \theta)}{l_1 \sin \theta_m}, \quad \varphi_2 = \eta_2 = \frac{\rho \sin \theta}{l_2 \sin \theta_m}, \quad \varphi_3 = 1 - \eta_1 - \eta_2 = 1 - \frac{\rho}{\rho_m(\theta)} \quad (11)$$

ここに、

$$\rho_m(\theta) = \frac{h_m}{\cos(\theta - \beta_m)}$$

その結果、式(9)の $u_{11}^{\Omega_m}$ は動径方向 ρ と周方向 θ の積分として次式で表される．

$$u_{11}^{\Omega_m} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\theta_m} d\theta \int_0^{\rho_m(\theta)} \Psi(\rho, \theta) f_{11}^* \frac{\rho}{r^2} d\rho \cdot \Delta_1^T \quad (12)$$

ここに、

$$\Delta_1 = (\Delta_1^1, \Delta_1^2, \Delta_1^3), \quad \Psi(\rho, \theta) = \left(\frac{\rho \sin(\theta_m - \theta)}{l_1 \sin \theta_m}, \frac{\rho \sin \theta}{l_2 \sin \theta_m}, 1 - \frac{\rho}{\rho_m(\theta)} \right)$$

式(12)によると、Green関数の特異性は動径方向 ρ の被積分関数に r^{-2} の項として現れる．そこで、PART法では動径方向 ρ の積分に関する変数を次式に従って変換する．

$$\rho d\rho = r'^2 dR \quad (13)$$

ここに、 $r' = \sqrt{\rho^2 + d^2}$ である．この時、式(13)に示される R と ρ には次式の関係がある．

$$R(\rho) = \frac{1}{2} \log(\rho^2 + d^2), \quad \text{または、} \quad \rho(R) = \sqrt{\exp(2R) - d^2} \quad (14)$$

したがって、式(13)、(14)より、式(12)に示した動径方向の積分は次式に改められる．

$$\int_0^{\rho_m(\theta)} \Psi(\rho, \theta) f_{11}^* \frac{\rho}{r^2} d\rho = \int_{R(0)}^{R(\rho_m)} \Psi(R, \theta) f_{11}^* \frac{r'^2}{r^2} dR \quad (15)$$

図3の(a)に示すように射影点 $\bar{S}$ が要素内に位置する場合、式(15)では、 $r = r'$ となるので、特異性は完全に除去される．一方、図3(b)や(c)のように $\bar{S}$ が要素内に位置しない場合でも、 $r \cong r'$ となるので、特異性は緩和されることがわかる．以上により、最後は円周方向には θ について、動径方向には R について Gauss積分を適用すれば、 r が0に近い場合でも、安定した数値積分が可能になる．

3. BEMによる地殻変動解析法の検証

3.1 Okadaの解との比較

本章では、前章で誘導したBEMによる地殻変動解析法（以降、本解析法と呼ぶ）を検証する．検証に用いる断層モデルを図6に示す．このモデルは半無限弾性体の表面から深さ D の位置に1辺が2.0kmの正方

図6 検証用断層モデル

図7 地表面鉛直変位の比較 ($\theta = 0^\circ$)

形の断層を持つ。この断層は1辺1.0kmの直角二等辺三角形の要素8枚で構成される。断層を囲む媒質のポアソン比は0.25である。

矩形の断層面にすべり量が一樣に作用する時の地表面変位はOkada(1985)の解析解¹⁾(以降、Okadaの解と呼ぶ)によって厳密に求められる。そこで、本節では、図6に示す2種類の傾斜角の断層モデルを対象に、断層に沿って1.0mのすべりがすべり角 90° で一樣に作用する時の地表面変位を本解析法で求める。これをOkadaの解から求められる変位と比較することにより、本解析法の精度を検証する。なお、本研

図8 地表面変位の比較 ($\theta = 45^\circ$)

究では、三角形要素の数値積分に5次のGauss積分¹¹⁾を、また、PART法による動径方向と周方向の積分にはどちらも10次の一次元Gauss積分¹¹⁾を用いる。

図7には、断層の傾斜角が $\theta = 0^\circ$ で断層上端深さDをいくつか変えた時の地表面の鉛直変位(u_3)を本解析法とOkadaの解で求めた結果を示す。図中に示す本解析法の結果のうち、PART法による結果を赤線で、PART法を用いない従来のBEMによる結果を青線で示す。また、Okadaの解による結果を灰色線で示す。

図7によると、 $D=1.0\text{km}$ の場合は、PART法を用いた結果と従来のBEMによる結果は共にOkadaの解に一致している。この場合、観測点と積分点の距離が離れているのでGreen関数の特異性が現れにくく、PART法を用いない従来のBEMでも十分な精度が確保されていることがわかる。ところが、 $D=0.5\text{km}$ になると、特に断層面直上の点($|x_1| < 1.0\text{km}$, $|x_2| < 1.0\text{km}$)で、従来のBEMの結果にOkadaの解との差異が僅かに現れる。さらに、 $D=0.2\text{km}$ から 0.1km となるにつれ、この差異は増々顕著になる。このように、観測点と積分点の距離が短くなるとGreen関数の特異性が顕著に現れるため、従来のBEMでは三角形要素の数値積分が不安定になる。一方、PART法では予めGreen関数の特異性が取り除かれているために、観測点と積分点の距離が短い場合でも安定した数値積分が行えることがわかる。

図8には、断層面の傾斜角 $\theta = 45^\circ$ の場合を対象に、本解析法とOkadaの解によって求めた地表面変位の3成分(u_1, u_2, u_3)を示す。図7によると、観測点が断層に近い程、Green関数の特異性が現れ易いことから、図8では断層上端深さが $D \leq 0.1\text{km}$ を対象に、 $x_2 < 1.0\text{km}$ の範囲の観測点における変位に着目する。図の上段には断層上端深さが $D=0.1\text{km}$ の時の結果を、下段には $D=0.0\text{km}$ 、すなわち、断層上端が地表面に到達

図9 不均一なすべり量の与え方

している場合の結果を示す．なお，前章に従えば，本解析法では断層上端が地表面に現れる場合，その位置に観測点を設けることができない．これはOkadaの解についても同様である．そこで， $D=0.0\text{km}$ の場合には，断層上端から左右両側に各々 $1.0 \times 10^{-3}\text{km}$ (1.0m) だけ僅かに離れた地点に2つの観測点を設けた．

図8によると，断層上端が位置する $x_1=0.7\text{km}$ 付近を中心に変位分布が急激に変化する様子が見られる．この付近では，PART法を用いない従来のBEMによる結果が大きく乱れた分布を示し，Okadaの解に対しても大きな乖離を示す．一方，PART法を用いた結果はOkadaの解と一致した分布を示している．特に， $D=0.0\text{km}$ ，すなわち，断層上端が地表面に現れている場合の結果では，断層上端位置の左右で変位が不連続となるが，この不連続量は断層面に与えたすべり量にほぼ等しい．

図7および図8の結果から判断して，観測点から積分対象の要素までの距離が概ね三角形要素の一辺の長さである1.0kmよりも短くなるとGreen関数の特異性が強く現れると考えられる．そのため，PART法を用いない従来のBEMでは数値積分が不安定になり，正確な変位を求めることができない．これに対して，PART法を用いた本解析法は，このような特異性をほぼ完璧に除去できるため，例え断層上端が地表面に現れているような場合でも，上端近傍の変位まで正確に求めることができる．一方，観測点から要素までの距離が1.0kmよりも長い場合には，従来のBEMでも十分な精度の変位を求めることができる．

ところで，従来のBEMではGauss積分の際に，三角形要素の上に積分点を7カ所設けるのに対し，PART法ではこの要素をいくつかのセルに分割した上で，さらにそれらのセル毎に100カ所の積分点を設ける．その結果，PART法による計算は，従来のBEMと比べて50～100倍の時間を要する．なお，矩形断層1枚の運動をOkadaの解を用いて計算する場合と，これを2枚の三角形要素を用いて従来のBEMで計算する場合を比較すると，従来のBEMによる計算時間はOkadaの解に比べて概ね1.3倍であった．以上により，従来のBEMはOkadaの解と比べても計算時間において大きな違いは見られないが，これを全てPART法に置き換えた場合，膨大な計算時間が必要になる．そこで，以降の解析では，観測点から要素までの距離が三角形要素の一辺より短い場合にはPART法を，それよりも長い場合には従来の三角形要素の数値積分を用いることにして計算の効率化を図る．

3.2 断層面のすべり分布が不均一な場合の検証

つぎに，断層面に作用するすべり量が一定ではなく線形に変化する場合を対象に，本解析法の検証を行う．ここでは，図6に示す断層モデルのうち，傾斜角が $\theta=0^\circ$ で断層上端深さが $D=0.5\text{km}$ と 0.1km の場合の2ケースを取り上げる．断層に作用するすべり量を図9(1)に示す．断層端部 $x_1=-1.0\text{km}$ で0m， $x_1=1.0\text{km}$ で2mとなり，その間を線形に変化するすべり量の分布を与え，本解析法により地表面変位を求める．ただし，この結果の比較対象として前節に示したような厳密解は存在しない．そこで，図9(2)に示すように，断層面をいくつかに分割し，分割された断層面毎に一定のすべり量を与えた上でOkadaの解から変位を求める．最後に，本解析法とOkadaの解による変位が一致することを以って本解析法の検証とする．

図10に，本解析法とOkadaの解によって求められる地表面の鉛直変位を示す．図の上段は $D=0.5\text{km}$ の結果を，下段は $D=0.1\text{km}$ の結果を示す．まず， $D=0.5\text{km}$ の結果を見ると，本解析法による変位分布は滑らかに変化する．これに対して，Okadaの解による結果のうち，断層面のすべり量を2分割で与えた場合は本解析法との間に変位分布の変動が見られるが，すべり量を5分割で与えた場合には両者が良く一致する．つぎに， $D=0.1\text{km}$ の結果を見ると，本解析法による結果は断層端部の $x_1=1.0\text{km}$ 付近で変位が極端に上昇するものの，それ以外は滑らかな変位分布を示す．一方，Okadaの解による結果は，すべり量を5分割で

図10 地表面鉛直変位の比較 ($\theta = 0^\circ$)

与えた場合は変位分布が小刻みに変動するのに対して、10分割の場合になって漸く本解析法の結果に近づく。以上により、断層面に作用するすべり量が不均一な場合は、断層面を細かく分割した上でOkadaの解を用いて変位を求めることにより、本解析法による変位に一致することが確認される。

上述の検証結果を見ると、断層面に作用するすべり量が不均一な場合でもOkadaの解を用いて変位を求められることがわかる。ただし、断層が浅い位置にある場合にはモデル化の影響が現れやすいので、断層をより細かく分割するなどの工夫が必要である。この点は、Angular dislocationモデルに基づく解析解を用いる場合にも当てはまる。一方、本解析法では線形要素を用いている上にPART法による精度の高い計算が行えるので、こうした工夫は必要ない。

このように、本解析法は断層面のすべりが一様であるばかりではなく、不均一なすべり分布も容易に扱える点に大きな特徴があり、Okadaの解など従来の解析解に比べて、より適用範囲が広い点が有利である。ただし、本検証のように断層の位置が浅い場合、本解析法ではPART法による計算の頻度が高くなるため、計算速度の面から見た場合には、本解析法の優位性には疑問が残る。この問題については、改めて次章で検討を加えることにする。

4. 地殻変動解析から求められる地盤の鉛直変位を用いた津波シミュレーション

本章では、相模トラフ沿いで想定される最大クラスの地震を対象に、前章までに示してきた本解析法を用いて海底地盤の鉛直変位を求める。ここでは比較のために、併せてOkadaの解も用いて変位を求める。つぎに、両者の変位を初期水位とした津波シミュレーションを行う。最後に、両者の結果の比較を通して、ここで開発した本解析法の有効性について検討を加える。

4.1 津波波源断層のモデル化

内閣府首都直下地震モデル検討会による相模トラフ沿いの最大クラスの地震（Mw8.7，以降、最大クラスの地震と呼ぶ）の津波断層モデル¹²⁾を参考に、断層面で滑らかに変化するように作成したすべり量の分布を図11に示す。断層面は、3次元的に変化するフィリピン海プレートの形状に従って、関東平野内陸の深部から相模湾および房総半島沖に向かって次第に浅くなりながら広がり、トラフ軸に沿って断層上端部が現れる。ここでは、断層上端部のうち深さ2kmの等深線に沿い相模湾沿岸と交差する部分を上端部Aと呼び、深さ10kmの等深線に沿い房総半島南端部付近から沖合に延びる部分を上端部Bと呼ぶ。断層面上のすべり量は、関東地方内陸の深い場所では小さいが浅くなるにつれて大きくなり、上端部B付近では10～16m、さらに、上端部A付近では最大32mに達する。

内閣府首都直下地震モデル検討会では最大クラスの地震による津波の計算に当たり、断層の破壊過程に動的効果を取り入れていると考えられるが、それらのパラメータは公開されていない¹³⁾。そこで、本研究では動的効果を取り入れる代わりに、図11に示される断層面のすべりが瞬時にしかも同時に発生す

図11 相模トラフ沿いの最大クラスの地震(Mw8.7)の津波断層モデル

図12 地殻変動解析に用いる断層モデル

る¹⁴⁾ものとして海底面の鉛直変位を算出する。

図11に示されるすべり分布に基づいて作成した本解析法とOkadaの解に用いる断層モデルを図12に示す。ここでは、断層モデルを構成する要素の大きさによって計算される地殻変動量、さらには津波シミュレーションの結果がどのように変化するかも調べるために、要素一辺のサイズが概ね5km、10kmおよび20kmとなるようなモデルを3種類ずつ用意する。

2章に示したように、本解析法では三角形要素の節点におけるすべり量の線形結合によって要素内のすべり量が規定される。一方、Okadaの解に用いるモデルでは、ひとつの矩形要素で覆われた部分のすべり量の平均をその要素のすべり量として設定する。図12によると、本解析法による断層モデルは三角形要素によって隙間なく連続して形成される。一方、Okadaの解で用いる矩形要素のモデルでは要素サイ

図13 地殻変動解析により求められる地盤の鉛直変位分布

ズが大きくなるにつれて隣り合う要素が離れたり重なったりする様子が次第に顕著に現れるようになる。

4.2 地殻変動解析による地盤の鉛直変位分布

前節に示した断層モデルを用いて求められる地盤の鉛直変位分布を図13に示す。図13によると、全体的な変位分布は本解析法とOkadaの解との手法の差異、あるいは要素サイズによらず大きな違いは見られない。ただし、断層のすべり量が大きい上端部A付近の鉛直変位分布に着目すると、Okadaの解による結果には、断層モデル毎に矩形要素の配置によって変位分布が細かく変化する様子が明瞭に認められる。これは、上端部A付近の断層面が浅い位置にあることにより、この付近の地盤の変位が矩形要素による不連続なモデル化の影響を強く受けやすくなるためである。一方、本解析法では三角形要素によって断層全体が連続してモデル化されるので、この結果に上記のような変化は見られない。

図14に、地殻変動解析による地盤の鉛直変位分布を汀線に沿って示す。図14によると、④～⑥および⑭～⑮といった断層上端部の直上や近傍に当たる地域で鉛直変位の隆起が大きい。ここで、Okadaの解による変位分布に着目すると、上端部Aと交差する④～⑤付近で要素サイズにより鉛直変位分布が大きく異なる。すなわち、要素サイズが5kmや10kmの場合には5~6m程度隆起するのに対して、要素サイズが20kmでは逆に4m程沈下する。これは、要素サイズと比べて上端部Aが深さ2kmと浅いため、矩形要素の配置の影響が現れやすくなることに起因する。特に今回の解析では、この影響が最も現れやすい要素サイズ20kmのモデルにおいて、矩形要素の不連続な配置が汀線付近で現れたために、鉛直変位が極端な変動を示す結果となっている。一方、上端部Bが交差する⑭～⑮付近では、要素サイズによる鉛直変位分布の違いは余り見られない。これは上端部Bの深さが10kmと深いため、この付近の鉛直変位分布に矩形要素の配置による影響が現れにくいからである。

これに対し、本解析法による結果からは、深さが浅い上端部A付近および深い上端部B付近のどちらの鉛直変位分布においても要素サイズによる大きな差異は認めにくい。これは、本解析法では三角形要素を断層モデル全面に連続して配置しており、しかも、断層面に作用するすべり量も隣り合う要素間で連続して変化するためである。特に、深さが2kmと浅い上端部A近傍の地域である④～⑤において、鉛直

図14 汀線に沿った地盤の鉛直変位分布

図15 地殻変動解析に要する計算時間の比較

変位の分布が要素サイズによらずほぼ一致していることは、各々のモデル化が妥当であることを示すとともに、PART法による計算が適切に行われていることを表している。

ここで、本解析法とOkadaの解による地殻変動解析に要した計算時間を図15に示す。なお、この解析では、CPUにIntel Core i3-6100(3.70GHz)、メモリにDDR4-2133(8GB)を搭載した計算機を用いた。図15によると、両者ともに、要素サイズが大きいほど、断層モデルを構成する要素の数が少ないので、その分、計算時間が短縮される。ここで、Okadaの解に対する本解析法の計算時間の比に着目すると、要素サイズが5kmの場合に1.5であるが、これが10kmになると2.6、20kmでは3.6と、要素サイズが大きいほど、計算時間の比も大きい。これは、要素サイズが大きい程、本解析法ではPART法による計算の割合が増えるためである。すなわち、図12において要素サイズ5kmの場合、PART法による計算対象は上端部A近傍の要素に限られるが、要素サイズ20kmになると、上端部Bまで含む広範な領域が対象の要素に組み込まれる。このように、要素サイズが大きいと、本解析法の計算時間はOkadaの解に比べて相対的に増加はする。しかし、要素数の減少に伴う計算時間の短縮と比べれば、その影響は小さいと考えられる。

4.3 津波シミュレーション

本節では、前節に示した本解析法とOkadaの解によって求められた地盤の鉛直変位を初期水位として津波シミュレーションを行う。シミュレーションには、浅水長波理論に従いStaggered grid Leap-frogスキームに基づく差分法¹⁵⁾を用いる。図16には、津波シミュレーションに用いるモデルを示す。海底地形は、日本水路協会の海底地形デジタルデータM7000シリーズおよび海洋情報研究センターのJ-TOPO30の海

図16 津波シミュレーションに用いる海底地形と計算領域

図17 汀線に沿った津波高さの分布

底地形データを用いて作成する。このモデルは東西方向および南北方向ともに450kmのサイズを有する。この海底地形を格子間隔が1,350m, 450m, 150mおよび50mからなる4種類の差分格子に分割し、計算モデルを作成する。津波シミュレーションでは、これら4種類のモデルをネスティングにより結合し、クーラン条件を考慮して時間刻みを0.1秒として108,000ステップ（3時間）の計算を行う。なお、津波は海岸より陸側を遡上するものとする。

図17に、津波シミュレーションで求められた汀線に沿った津波高さ（T.P.0m基準）の最大値分布を示す。図の上段は本解析法による結果を示し、下段にはOkadaの解による結果を示す。これらの結果を見

図18 汀線に沿った津波高さと鉛直変位の分布（相模湾沿岸における詳細分布）

ると、断層上端部に近い④～⑥および⑭～⑯付近で10mを超える津波高さが現れる。また、本解析法とOkadaの解による津波高さを比較すると、両者は全体的に要素サイズに関わらず、ほぼ同様の水位分布を示しているように見える。ただし、上端部A近傍の沿岸部では要素サイズによって津波高さに違いが認められる。そこで、大きな津波高さが現れる相模湾沿岸部(④～⑥)と房総半島南部(⑭～⑯)に着目し、両者の津波高さとそれに対応する地盤の鉛直変位を対比させながら詳しく見て行く。

まず、相模湾沿岸部の津波高さと地盤の鉛直変位の詳細を図18に示す。図18のうち、Okadaの解による結果を見ると、上端部Aが交差するa,b付近において要素サイズによって津波高さおよび鉛直変位に顕著な差異が現れている。一方、本解析法による結果では津波高さや鉛直変位に上記のような顕著な差異は見られない。つぎに、房総半島南部について示した図19を見ると、本解析法およびOkadaの解による結果に顕著な差異は見られない。これらの結果から判断して、津波高さの差異は、地盤の鉛直変位、すなわち、初期水位の差異に関連して現れると考えられる。そこで、要素サイズによって津波高さや鉛直変位に差異が見られる地点として選択した7ヵ所(a～g)における津波の時刻歴波形を図20に示す。なお、ここでは、汀線から水深10mの沖合の地点で求められる津波の波形を示す。

図20に示す結果のうち、本解析法による結果に着目すると、上端部Aに近い地点a,b,cおよび上端部Bに近い地点d,e,f,gのいずれにおいても、要素サイズによって大きな差異が現れることはない。これに対して、Okadaの解による結果では、地点a,b,cでは要素サイズによって津波の振幅や位相が大きく異なる。こ

図19 汀線に沿った津波高さと鉛直変位の分布（房総半島南部における詳細分布）

これは、Okadaの解から算出された上端部A付近の鉛直変位，すなわち，初期水位が要素サイズによって大きく異なるためである．この結果，その後に続く津波の振幅や位相も異なることになる．一方，上端部Bに近い地点d,e,f,gでは要素サイズによる違いはあまり見られず，ほぼ同じ波形が得られている．これは，先に述べたように，断層上端部が深いとモデル化の違いによる影響が現れにくいために，鉛直変位，すなわち，初期水位もそれほど大きな差異は現れない．その結果，これらの地点での津波波形にも大きな違いは見られない．

以上をまとめると，断層がある程度深い位置にある場合には，本解析法とOkadaの解のどちらを用いても，断層のモデル化によって鉛直変位分布に大きな違いは現れない．しかしながら，断層の位置が浅くなると，Okadaの解では矩形要素の不連続な配置の影響が強く現れるようになるため，モデル化によって鉛直変位に大きな差が現れるようになる．これに対して，本解析法では三角形の線形要素を用いているので，不連続な箇所がない断層モデルを構成でき，しかも，隣り合う要素との間で連続したすべり量を与えることができる，さらに，PART法によって精度の高い計算が行えるので，Okadaの解に見られるような差が顕著に現れることがなく，安定した津波シミュレーションが行える利点がある．

このように，Okadaの解による計算では要素サイズが大きい程，矩形要素の配置による影響が現れ易いので，精度の高い計算を行うためにはある程度サイズの小さい要素を用いる必要がある．一方，本解析法では要素サイズが大きい場合でも，適切なモデル化の下でPART法により精度の高い計算が行える．

図20 相模湾沿岸および房総半島南部における津波波形（水深10m地点）

こうした点を踏まえれば，PART法を用いる本解析法の優位性は計算速度の面においても明らかである．

5. 結論

本論文では，まず，BEMを用いた地殻変動解析法を誘導し，この解析法の精度を検証した．つぎに，

相模トラフで想定される最大クラスの地震を対象に、本解析法によって求められる地殻変動量を初期水位とした津波解析を行った。その結果は以下のようにまとめられる。

- (1) BEM を用いた地殻変動解析法に PART 法を導入することにより、Green 関数の特異性が除去できる解析法を開発した。本解析法を用いると、観測点と積分点の間の距離が短い場合に強く現れる Green 関数の特異性をほぼ完璧に除去できるため、断層上端が地表面に現れるような場合でも、その近傍の地殻変動量を正確に求められる。
- (2) 本解析法では、境界要素に三角形の線形要素を採用しているので、不規則な形状の断層面を連続してモデル化できるのみならず、断層面のすべりが不均一に分布する場合にも容易に適用できる。そのため、本解析法は Okada の解や Angular dislocation モデルに基づく解析解に比べて、効率的に地殻変動解析が行える。
- (3) 相模トラフの最大クラスの地震を対象に、本解析法と Okada の解を用いて地殻変動量を求めた。その結果、断層の位置が浅い地域で、Okada の解で求められる地殻変動量は矩形要素の配置によって大きく異なる。これに対して、本解析法では不連続な箇所のない断層モデルを構成でき、隣り合う要素間ですべり量も連続するので、要素の配置によって地殻変動量が大きく異なることはない。
- (4) 本解析法と Okada の解から求められた地殻変動量を初期水位とした津波シミュレーションを行った。その結果、断層上端部が相模湾沿岸と交差する地点の周辺で、Okada の解による地殻変動量を用いた津波シミュレーションの結果が断層モデルによって大きく異なる。これは、断層モデルによって大きく異なる地殻変動量を初期水位として用いる結果、津波波形の振幅や位相に差異が現れるためである。一方、本解析法では断層モデルによって求められる地殻変動量に大きな差がないために、津波シミュレーションの結果にも大きな差異は現れない。
- (5) Okada の解による計算では要素サイズが大きい程、矩形要素の配置による影響が現れ易いので、精度の高い計算を行うためにはある程度サイズの小さい要素を用いる必要がある。一方、本解析法では要素サイズが大きい場合でも適切なモデル化の下で PART 法により精度の高い計算が行える。こうした点を踏まえれば、PART 法を用いる本解析法の優位性は計算速度の面においても高い。

以上のように、本解析法では三角形の線形要素を用いているので、不連続な箇所がない断層モデルを構成できる。しかも、隣り合う要素との間で連続したすべり量を与えることができるので、Okada の解に見られるような差が顕著に現れることなく地殻変動解析が行える。そのため、本解析法には安定した津波シミュレーションも行える利点がある。そして、このような解析を可能にした要因は、断層が浅い位置にある場合に現れやすい Green 関数の特異性を除去できる PART 法を導入した点にあると言える。

謝 辞

本研究は、国立研究開発法人防災科学技術研究所が進める「全国を対象とした津波ハザード評価」の一環として実施した。

参考文献

- 1) Okada, Y. : Surface Deformation due to Shear and Tensile Faults in a Half-space, Bull. Seism. Soc. Am., 75, 4, pp.1135-1154, 1985.
- 2) Okada, Y. : Internal Deformation due to Shear and Tensile Faults in a Half-space, Bull. Seism. Soc. Am., 82, 2, pp.1018-1040, 1992.
- 3) Yoffe, E. H. : The Angular Dislocation, Philosophical Magazine, 5, pp.161-175, 1960.
- 4) Comninou, M. and J. Dundurs : The Angular Dislocation in a Half Space, Journal of Elasticity, 5, Nos. 3-4, pp.203-216, 1975.
- 5) 秋山伸一, 藤原広行, 橋本紀彦 : 境界積分を用いた断層運動による海底地盤変位の計算法, 2014年日本地球惑星連合大会, HDS27-14, 2014.
- 6) 秋山伸一, 藤原広行, 橋本紀彦, 是永眞理子, 阿部雄太, 松山尚典, 村嶋陽一 : 境界積分によって求められる海底の地盤変位を用いた津波解析, 2015年日本地球惑星連合大会, HDS27-21, 2015.
- 7) Brebbia, C. A. : 境界要素法入門 (神谷紀生, 田中正隆, 田中喜久昭 共訳), 培風館, 1980.
- 8) Aki, K. and P. G. Richards : Quantitative Seismology, Second Edition, University Science Books, Sausalito,

California, 2002.

- 9) Hayami, K. and C.A. Brebbia : Quadrature Methods for Singular and Nearly Singular Integrals in 3-D Boundary Element Method, Proc. 10th Int. Conf. on Boundary Elements, Southampton, Computational Mechanics Publication with Springer-Verlag, 1, pp. 237-264, 1988.
- 10) Mindlin, R. D. : Force at a Point in the Interior of a Semi-infinite Solid, J. Appl. Phys., 7, pp.195-202, 1936.
- 11) 矢川元基, 吉村忍共著: 計算力学とCAEシリーズ1有限要素法, 培風館, 1991.
- 12) 内閣府首都直下地震モデル検討会: 首都直下のM7クラスの地震及び相模トラフ沿いのM8クラスの地震等の震源断層モデルと震度分布・津波高等に関する報告書, 2013.
- 13) G空間情報センター: 首都直下モデル検討会において検討対象とした地震のデータ提供について, 2016.(<https://www.geospatial.jp/ckan/dataset/5c9328a0-45e4-4704-ba90-4d9f0d366858/resource/9ebbb261-7aa1-4f90-93c8-559108dbc042/download/license.pdf>, 2017年2月20日閲覧)
- 14) 地震調査研究推進本部 地震調査委員会: 波源断層を特性化した津波の予測手法(津波レシピ), 2017.
- 15) Imamura, F., A. C.Yalciner and G. Ozyurt : Tsunami Modeling Manual (TUNAMI model), 2006., (<http://www.tsunami.civil.tohoku.ac.jp/hokusai3/J/projects/manual-ver-3.1.pdf>, 2017年2月21日閲覧)

(受理: 2017年2月28日)

(掲載決定: 2017年10月5日)

Development of New Computational Method for Crustal Deformation with Boundary Elements and Application to Tsunami Simulation

AKIYAMA Shinichi ¹⁾, HASHIMOTO Norihiko ²⁾ and FUJIWARA Hiroyuki ³⁾

1) Member, ITOCHU Techno-Solutions Corporation, Dr. Eng.

2) ITOCHU Techno-Solutions Corporation, M. Eng.

3) Member, National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience, Dr. Sci.

ABSTRACT

We developed a new method to calculate displacement of elastic half-space due to slip of the source fault using Boundary Element Method (BEM). The fault having irregular shape or irregular slip distribution can be modeled continuously to make use of triangular liner element which is usually applied by BEM. However, BEM has a disadvantage that the displacement is usually calculated unstable at an observation point that is near an element due to singularity of Green's function. On the other hand, the displacement is obtained exactly by the developed method to exclude the singularity using PART method by Hayami and Brebbia (1988). For the greatest earthquake that is expected in the future to break out in the Sagami Trough, we calculate the displacement of the seabed by the developed method and by Okada's solution (1985) at first. Next, we perform tsunami simulation using these displacements that are regarded as the initial water levels. Since the displacement calculated by the developed method does not contain the effect of modeling the fault discontinuously which appears in Okada's solution, the tsunami simulation can be executed stably.

Keywords: crustal deformation, tsunami, boundary element method, singularity of Green's function