資 料

原子炉における動特性, パラメータおよび状態の推定

須 田 信 英*

(1968年 3月13日 受理)

Identification, Parameter- and State-Estimation of Reactor

By Nobuhide SUDA

An explanation is given of the difference between the three methods of estimation identification, parameter- and state. The expected role of state estimation in reactor control engineering is described. The methods of estimation are briefly discussed, and some examples are presented concerning their application to the reactor problems.

I. は し が き

いま, 1点近似, 遅発中性子1組の原子炉動特性方程式をとりあげてみる。これは話に具体的なイメージを与えるためだけで, それ以外のシステムについても同様である。

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho_0 - \beta}{l} N(t) + \lambda C(t) + \frac{u(t) + w(t)}{l} N(t) \quad (1)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{l} N(t) - \lambda C(t) \quad (2)$$

ここで, $u(t)$ は人為的に加える制御入力, $w(t)$ は外乱とする。原子炉の場合でいえば, $u(t)$ が制御棒の動き, $w(t)$ は温度や冷却水流量のユラギに伴う反応度変化などと思えばよい。 $w(t)$ は人為的に制御することはもちろん, 観測することもできないとする。 $u(t), w(t)$ に対して, 原子炉の状態 $N(t), C(t)$ が(1), (2)式から求められるが, 実際の原子炉において, われわれが検知できるのは $N(t)$ だけである。適当な検出器を用いて $N(t)$ を測定するわけであるが, その際, ほとんどの場合ノイズが混入する。これを観測ノイズと呼び $v(t)$ と書くことにする。

以上をまとめて, 図示すると第1図のようになる。ここで, $N(t), C(t)$ を原子炉の状態 (state) と呼び, その中で検出できるものを出力 (output) と呼ぶ。出力に観測ノイズが加わったものが, 実際にわれわれが手に

入れることができるデータ, つまり観測量である。なお, 今後一般論としては状態を $x(t)$, 出力を $y(t)$, 観測量を $z(t)$ と書くことにする。

第1図 システムの構成

第1図について次のような問題を考えてみる。

- (イ) 原子炉の動特性が未知であり, 観測にもとづいて実験的に動特性を求めたい。これは動特性推定 (process identification) と呼ばれる問題である。
- (ロ) 動特性方程式が(1), (2)式であることは知られているが, その中のあるパラメータ, たとえば中性子寿命 l の値が未知であり, これを実験的に求めたい。これはパラメータ推定 (parameter estimation) と呼ばれる。
- (ハ) 動特性は既知であるが, $w(t), v(t)$ が不規則雑音であるため, 時々刻々の正確な $N(t)$ の値はわからない。観測にもとづいて $N(t)$ および直接測

* 大阪大学 基礎工学部 (Faculty of Eng. Sci., Osaka Univ.)

定できない $C(t)$ についても時々刻々の値を推定したい。これは状態推定 (state estimation), あるいはフィルタリング (filtering) の問題といわれる。

上記のうち (i) はこれまでたびたびとりあげられ、なじみ深い問題である。(ii) は当然 (i) の一部で、ただ求めたいのが動特性全般でなく、一部のパラメータに限られる場合だと考えることができる。しかし、未知のパラメータ、たとえば $1/l$ をあらためて $\xi(t)$ とおき、これは定数だから

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = 0 \quad (3)$$

という動特性方程式に従うと考える。(1), (2) 式の $1/l$ を $\xi(t)$ で置きかえて (3) 式と連立させると、 l を求める問題は、 $N(t)$, $C(t)$, $\xi(t)$ という3つの状態を $N(t)$ の観測から推定する (ii) の問題だとみなすこともできる。このように (ii) は (i) の一部とみなすことも、(i) の一部とみなすこともできるので、一応独立の分類にしておいた。

なお、(i) については状態の数が多くて、それにくらべて検出できる出力の数が少ないという場合、果して、その少数の出力の観測から全部の状態を知ることができるだろうか、という疑問が起こる。これは、観測可能性 (observability) の問題といわれ、そのための必要充分条件も求められているが、ここではその詳細には立ち入らず、観測可能であると仮定して話を進める。

さて、従来 (i), (ii) の問題が多くとりあげられたわりに、(i) の問題は比較的なおぎりにされていたような気がする。例外として、自動起動に用いるペリオド系の最適設計がある⁽⁴⁾。これは対数計数率計に用いるフィルタに関する問題で、時定数を小さくしすぎるとペリオド信号のユラギが大きくなる。大きすぎると入力の変化に追従できないというわけで、妥協点として、どのようなフィルタを用いればよいかということである。これはペリオド信号のユラギを等価な観測ノイズでおきかえれば、ペリオドという状態の最適推定問題だと考えることもできよう。

一方、将来の問題として考えるとき、(i) の重要性はかなり大きいのではないと思われる。1, 2 の例をあげると、

- (a) 周波数応答を中心とする従来の制御理論では、出力 $N(t)$ のみに注目して制御系を構成する。一方、状態空間論にもとづく新しい制御理論では状態全部に注目し、それらの関数として、たとえば最適制御系を構成する。そこで、 $C(t)$ のような

直接測定できない状態がある場合、それを推定してやる必要が生じる。原子炉最短時間起動についても、反応度や $C(t)$ の関数として最適制御が与えられるため、これら測定できない状態の簡単な推定を行なっている⁽⁵⁾。

- (b) 炉心が大きくなると、中性子束分布の制御が必要となることはよく知られている。その場合、中性子束分布を検出するには、何個かの検出器を適宜配列して用いることになろうから、検出器をおいた点の中性子束が測定できる状態、検出器のない点の中性子束は直接測定できない状態ということになろう。ここにも状態推定の必要がありそうに思われる。

- (c) ふつう (i) を行うには、入力としてステップ、正弦波、バイナリーノイズなどの既知の信号を加え、外乱やノイズは、入力やそれによって生じる出力にくらべて小さいと仮定する。それに反して、(i) ではふつう入力はなく、外乱やノイズは不規則でかつ測定不可能という前提をおいている。(i) についても動力炉では沸騰などに伴うノイズの多い状態で測定を行わねばならないし、また、いろいろの入力を加えることも実際的ではない。そういう場合、(i) の動特性測定を行うにも、(ii) で開発された手法を応用して効果があがることが考えられる。

- (d) (ii) については、前述のように (i) の一部とも (i) の一部とも考えられるが、適応制御などに関連して、オンラインでパラメータ推定を行いたい場合、(ii) の手法を応用する方が容易ではないかと思われる。

このような例を考えただけでも、今後、状態推定が重要になることが予想される。次に、そのための手法について簡単に述べよう。

II. 推定のための手法

状態推定とは、信号 $N(t)$ とノイズ $v(t)$ のまざった観測値が与えられ、それからノイズ $v(t)$ の影響をとり除いて、なるべく真の値 $N(t)$ に近い推定値を得ることだと考えられる。これは、信号とノイズのまざったものから信号だけをふるいわけとり出すことであり、フィルタリングという名前もそこから来ている。

さて、ここで2, 3の記号を定義しておく。信号の真の値を $x(t)$ とする。それに対して、時刻 t_0 から t_1 までの観測にもとづいて $x(t)$ を推定したものを $\hat{x}(t)$

t_1) と書くことにする。フィルタリングの場合, ふつう t_1 と t とは一致するので $\hat{x}(t|t)$ となる。信号はいつも t に関して連続的に与えられるとは限らず, Δt 時間ごとにサンプルして得られる離散的な信号を取り扱いたいこともある。そのような場合には, $t=k\Delta t$ における $x(t)$ を $x(k)$ と略記し, 推定値については $t=j\Delta t$ までの観測にもとづく $x(k)$ の推定値を $\hat{x}(k|j)$ と書くことにする。

フィルタリングでは誤差 $e(t)$ を

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t|t) \quad (4)$$

と定義する。 $v(t), w(t)$ が不規則信号であれば, 状態 $N(t), C(t)$ も不規則信号となり, したがって, 推定の誤差も不規則信号となる。そこで, 誤差自乗の期待値をもって推定のよさの尺度とし, 誤差自乗の期待値を最小にするような推定値 $\hat{x}(t|t)$ を最適推定と呼ぶ。

最適推定法の 2, 3 について述べると,

- (1) 古くは戦時中の Wiener の研究にまでさかのぼることができる。Wiener は第 2 図のように不規則信号 $s(t)$ と不規則ノイズ $n(t)$ とがまざったものから, $s(t)$ の最適推定値を得る方法を求め, Wiener-Hopf 型と呼ばれる積分方程式に帰着することを示した⁽³⁾。

- (2) Zadeh と Ragazzini は(1)の Wiener の理論を改良し, 観測時間が有限である場合, $s(t)$ が不規則信号ばかりでなく, 規則性のある部分を含む場合にも使えるように拡張した⁽³⁾。
- (3) 上記(1),(2)は第 2 図のシステムを対象とし, フィルタリングによって単に信号 $s(t)$ の最適推定値を得るということにとどまり, 状態の推定までは行っていない。第 1 図のシステムで測定できないものも含めて, 全部の状態の最適推定を得る方法は Kalman によって見出された⁽⁴⁾。
- (4) Kalman とは少しちがう方法で, 変分法を用いて導かれたものもある⁽⁵⁾。

ここで(3),(4)が(1),(2)と異って特色とすることは, (3),(4)では推定を sequential に行うことである。つまり, 離散的な信号の場合でいうと $\hat{x}(k-1|k-1)$ が求められているとし, $t=k\Delta t$ で, k 番目の観測値 $z(k)$ が得られたら, $z(k)$ にもとづいて $\hat{x}(k-1|k-1)$ を修

正して $\hat{x}(k|k)$ を得るのである。観測が行われるごとにすっかり初めからやりなおすのではなく, 前の結果を用いてそれを修正するという形で新しい推定を行うので, 計算が簡単になる。具体的に式で表わすと,

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + a(k)[z(k) - \hat{y}(k|k-1)] \quad (5)$$

という形になる。ここで, $z(k)$ は $k\Delta t$ における観測値, $\hat{y}(k|k-1)$ は $(k-1)$ 番目までの観測によって求めた出力の最適推定値である。(5)式をみると, $\hat{x}(k|k)$ は $(k-1)$ 番目までの観測にもとづいて $x(k)$ の最適予測をしたもの(右辺第 1 項)を第 1 近似とし, それを予測した出力と実際に得られた観測とのくいちがいにによって補正(右辺第 2 項)すれば得られることがわかる。 $a(k)$ は重み係数で, ふつう k が大きくなると, $a(k)$ の値は小さくなる。これは, k の小さい間は $\hat{x}(k|k-1)$ の信頼度が低いので, 新しい観測による補正に重きをおいてやらねばならない。 k が大きくなると, 充分沢山の観測にもとづいて得られる $\hat{x}(k|k-1)$ の方がむしろ確かで, ノイズを伴う観測にあまり重きをおくのは適当でないから, $a(k)$ は小さくするのだと考えられよう。

- (5) 一般に(5)式の形の逐次近似を行なって推定を行う方法に確率近似法(stochastic approximation)がある⁽⁶⁾。これは状態推定にはそのままでは使えないが, (4)のパラメータ推定には応用されることがあるので⁽⁷⁾, ついでに述べておく。この方法では, 誤差自乗の期待値を最小にするのではなく, パラメータ θ の推定を(5)式によって行い, 充分多数回のくり返しを行うと推定値 $\hat{\theta}(k|k)$ は真の値 θ にいくらかでも近づく, つまり

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E\{\hat{\theta}(k|k) - \theta\}^2 = 0 \quad (6)$$

となることが保証されるというものである。

以上いろいろの手法について極めて簡単に述べたが, これらの方法には, たとえばシステムは線形系に限るとか, ノイズや外乱はガウス分布をしているとか, いろいろの条件がついており, 実際適用するには充分注意しなければならないことはいうまでもない。

Ⅲ. 原子炉への応用例

前述のように, 従来⁽¹⁾の問題は原子炉関係ではあまりとり上げられなかった。最近になって 2, 3 この方面の研究が発表されるようになったので, その例を極く簡単に紹介しておく。

Sage と Masters は第 1 図のシステムを対象として状態推定を行なった⁽⁸⁾。手法としては, (4)の変分法か

ら導いた方式を用いている。その目的は、原子炉起動の際にノイズを伴う $N(t)$ の観測から $N(t)$, $C(t)$ および反応度を推定することで、分類からいえば(a)に入るであろう。デジタル計算機によるシミュレーションを行なっている。

Kovanic' は、ノイズやドリフトの多い場合の動特性推定にフィルタリングの手法を用いると有効であろうと述べている⁽⁹⁾。たとえば、パイルオシレータ法で正弦波状の入力を加えた場合、システムの非線形性のために出力に高調波成分が現われたり、ドリフトが加わったりすることを予想し、それらの影響を除いて、正弦波状の出力を最適推定するのにフィルタリングの手法が応用できる。すなわち、分類からいえば(1)の問題である。手法としては(2)のZadehとRagazziniの方法を離散的な観測にむくように書き直して⁽¹⁰⁾用いている。目的からいえば(c)に属するであろう。やはりデジタル計算機によるシミュレーションを行なっている。

そのほか Kovanic' は、フィルタリングの手法は次のような目的にも使えるであろうといっている⁽⁹⁾。まず、ノイズの加わっている観測データを平滑化(smoothing)して、たとえば、平均温度、压力容器内の温度勾配、バックリングなどを求めること、次に、中性子束や温度の予測、またベリオドや反応度の推定などがあり、さらに中性子束分布の測定への応用も考えられる。

須田、白井⁽¹¹⁾は、臨界未満度の測定に応用する試みを行なっている。これは、原子炉伝達関数は周波数の高いところでは1次おくれで近似され、その時定数が臨界未満度によって決まるので、時定数を推定して臨界未満度を求めようというのである。これは(4)のパラメータ推定の問題であるが、(3)式のような考え方を用いて状態推定の問題におきかえ、(3)の手法を用いてシミュレーションを行なった。また(5)の確率近似法によることもできるので、やはりシミュレーションを行

い、(3)の方法との比較も行なっている。目的としては、たとえば、原子炉起動中に時々刻々の臨界未満度を知りたい場合などに使うことを想定しており、分類すれば(d)に入るのではないかと思う。

臨界未満度測定については、野村ら⁽¹²⁾が、以前から原子炉雑音のパワースペクトル密度から求める方法を研究している。これは、パワースペクトル密度から動特性を推定する手法の応用で、(1)の手法が(4)へ応用されているわけである。これに反して、上述の須田らの方法は、(4)の手法を(4)へ応用したものといえよう。こうして同じ臨界未満度測定でも(4)の延長とも(4)の延長ともみなせることがわかる。

— 参 考 文 献 —

- (1) FUJISAWA, T., et al.: *J. Nucl. Sci. Technol.*, 1 [9], 350 (1964).
- (2) MONTA, K.: *ibid.*, 3 [6], 227 (1966).
- (3) BENDAT, J.S.: "*Principles and Applications of Random Noise Theory*", Chap. 4, (1958), John Wiley.
- (4) LEE, R.C.K.: "*Optimal Estimation, Identification, and Control*", (1964), M.I.T. Press.
- (5) DETCHMENDY, R., et al.: *Proc. Joint Automat. Contr. Conf.* (1965).
- (6) WILDE, D.J.: "*Optimum Seeking Methods*", Chap. 6, (1964), Prentice-Hall.
- (7) HO, Y.C., et al.: *Inform. Contr.*, 8, 93 (1965).
- (8) SAGE, A.P., et al.: *IEEE Tran. Nucl. Sci.*, NS-14 [1], 279 (1967).
- (9) KOVANIC, P.: *Nuclear Electronics*, IAEA Proc. Ser., 559 (1966).
- (10) KOVANIC, P.: *Automat. Remote Contr.*, 27 [2], 215 (1966).
- (11) 須田信英, 他: 昭 42 炉物理・炉工学分科会, C 24 (1967).
- (12) NOMURA, T.: *J. Nucl. Sci. Technol.*, 3 [1], 14 (1966).

主催 東海原子力懇談会、後援本会、他 原子炉建設に関する特別研究会 原子力発電所の設計、建設

と き 9月4日(水)、5日(木) (定員 30名)
ところ 東海原子力クラブ
参加費 12,000円 (1泊2日の宿泊費、見学バス代、聴講費)
(第1日)セミナー

原子力産業の現状と将来。(原 産) 早川淳一氏
原子力発電所の安全基準。(原 電) 板倉哲郎氏
内外における原子力発電所立地の

現状と諸問題。(電源開発) 藤原良治氏
(第2日)見学会 (原研東海研究所、原電東海発電所、他)

東電福島原子力発電所見学の幹旋

原子炉建設特研参加者を対象に東電福島原子力発電所(BWR型 40万kW)の見学を幹旋いたします。
と き 9月6日(金) 8:40(東海クラブ発)
参加費 6,500円 (5日宿泊料、6日朝、昼食代、交通費
ただし、国鉄運賃は各自負担)

詳細問合せ・幹旋申込みは

東海原子力懇談会(原産内591-6121)