- Texas A & M Univ.
- (16) SANDMEIR, H.A., *et al.*: *Nucl. Sci. Eng.*, **3**, 315 (1965).
- (17) CHEZEM, C.G., *et al.*: Pulsed neutron analysis in the Los Alamos coupled reactor experiment, LA-3263-MS, (1965).
- (18) GAGE, S.J.: Investigations on the dynamic behavior of coupled core nuclear reactors, Ph. D. Thesis Purdue Univ., (1965).
- (19) HOPHINS, G.C.: Transfer functions and response for coupled core reflector systems, *Proc. Conf. Coupled Reactor Kinetics*, **42**, (1967). Texas A & M Univ.,
- (20) GAGE, S.J.: Numerical analysis of physically realistic coupling models, *ibid.*, 230 (1967).
- (21) DANOFSKY, R.A., *et al.*: *Nucl. Sci. Eng.*, **15**, 131 (1963).
- (22) 海老塚佳衛, 古市憲二: 結合炉パラメータの時間依存, 本会昭43年会要旨集, A7, (1968).
- (23) VARGA, R.S.: "*Matrix Iterative Analysis*", (1962), Prentice-Hall.
- (24) TEFFERS, D.E., *et al.*: Flux tilting in a two zone reactor, *Nucl. Sci. Eng.*, **31**, 358 (1968).
- (25) GUNSON, W.H., *et al.*: Transient response of coupled fast reactor cores, ANL-7120, 776 (1966).

研究論文

522. 円柱炉心における高温点係数の研究

宮 本 喜 晟*

(1969年 10月 8日 受理)

Study of Hot Spot Factor for Cylindrical Cores

By Yoshiaki MIYAMOTO

In the reactor core, there are produced a number of hot channels or hot spots. A discussion is given¹ on the probability that no hot channel or hot spot exceeds a maximum value. By means of the probability multiplication formula, it is clarified that the number of hot spots is related to the nonfailure probability. A method for analyzing the hot spot factor is proposed for cylindrical cores. The method is presented in the form of diagrams, so as to be readily applicable to the thermal design of reactor cores. Given a requirement for the nonfailure probability to be 99.87% with a cylindrical core, the number of hot spots is related to a confidence level coefficient at the core center and this relation is shown in diagrams.

I. 緒 言

原子炉の炉心熱設計において、熱的安全係数として用いられるホットチャンネル・ファクタまたはホットスポット・ファクタは、普通、ある1点に対する確率である。しかし炉心の中で高温になる所は複数個存在する。したがって、炉心全体から見た高温点の確率を論ずる方がより論理的な設計である。

Judge ら⁽¹⁾は等しい確率を有するホットチャンネルが複数個の場合の“effective”ホットチャンネル・ファ

クタについて述べている。さらに出力が cosine 分布である場合の例について、同じ確率を有する“effective”な個数に変換している⁽²⁾。また、Amedola⁽³⁾は付加的な shape factor を設けてその取扱いを述べている。しかし、これらの取扱いは特殊であり、設計を行う上で用いにくい。

本報は(2)式で定義される高温点係数について、複数個の高温点を有する場合を考察する。具体例とし

* 日本原子力研究所(Japan At. Energy Res. Inst.)

て、円柱炉心に対する複数個の高温点の確率解析法を提案して、設計に使用しやすいようにその式を図表にする。さらに、炉心全体の高温点が、ある最大値を越えない確率が99.87%になるための炉心中心の高温点係数を求める。

II. 高温点係数

1. 単一の高温点に対する高温点係数⁽⁴⁾

炉心の注目点の温度差^{*}は、変数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ の関数になっている。

$$\Delta t = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

ここで、それぞれの変数はバラツキ(不確かさ)が考えられる。いま、この変数がそれぞれ独立に正規分布をなすと考えると、(1)式から Δt は近似的に正規分布し、 Δt がある値(高温点温度差 Δt_{HS})を越えない確率を容易に得ることができる。

いま、変数の平均値を $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ とすれば、公称温度差は $\Delta t_N = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ で表わされ、温度差の標準偏差 σ_t は(1)式を Taylor 展開して求めることができる。高温点係数 F_{HS} を次式のように定義すれば、

$$F_{HS} = \frac{\Delta t_{HS}}{\Delta t_N} = 1 + \lambda \frac{\sigma_t}{\Delta t_N} \quad (2)$$

Δt が Δt_{HS} を越えない確率は正規分布の信頼度を表わす係数 λ から求められる。ここで、 λ は次式で定義される値で、数表化されている。

$$\lambda = \frac{\Delta t_{HS} - \Delta t_N}{\sigma_t} \quad \text{または} \quad \frac{x_{\max} - \bar{x}}{\sigma_x} \quad (3)$$

2. 複数個の高温点の確率

第1節で求めた高温点温度の確率は、炉心のある1点の確率に対するものである。しかし、一般に炉心内の高温点は1箇所とは限らず任意の場所で考えることができる。炉心内の各位置の高温点が互いに独立で、最大値 A_e を越えない確率をそれぞれ $P_1, P_2, \dots$ とし、 A_e を越える確率をそれぞれ $U_1, U_2, \dots$ とする。ただし、 $P_1 = 1 - U_1, P_2 = 1 - U_2, \dots$ の関係がある。炉心内のすべての高温点が最大値 A_e を越えない確率 P_e は乗法定理によって次式で表わされる⁽⁶⁾。

$$P_e = P_1 \cdot P_2 \cdots P_N = \prod_{k=1}^N P_k \quad (4)$$

また、 P_e を最大値を越える確率で表わせば、

$$P_e = \prod_{k=1}^N (1 - U_k) = 1 - \sum_{k=1}^N U_k \quad (5)$$

ここで、 U_k は非常に小さいとして高次項を省略してある。いま、すべての高温点が最大値を越えない確率(越える確率)が同じであるとすれば、(4)式から

$$P_e = P_1^N \quad (6)$$

または、(5)式から次式で表わされる。

$$P_e = 1 - NU_1 \quad (6')$$

各高温点の確率を正規分布として、同じ確率を有する高温点の数 N をパラメータに計算した結果を第1図に示す。この図から明らかなように、 $N=1$ 以外の確率は正規分布ではない。

(λ は1個の高温点がある値を越えない確率を表わす信頼度の係数)

第1図 ある値を越えない1個の高温点の確率と等しい確率を持つ高温点の複数個の確率

III. 円柱炉心の高温点の確率と高温点係数

1. 円柱炉心の高温点の確率

円柱炉心の半径方向の出力分布は J_0 分布であるが、近似的に次式で表わされる。

$$\Phi = \Phi_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (7)$$

ここで、 Φ_0 : $r=0$ における出力、 R : 炉心外挿半径
いま、(7)式で表わされる炉心の高温点の確率を求めるため、円柱を Δr の間隔で円環を作る。 i 番目の円環にある高温点の数を n_i 、その1個の高温点が最大値を越えない確率を $P(\lambda_i)$ とすれば、炉心全体で最大値 Φ_e を越えない確率 P_e は(4)式と(6)式を適用して次式で表わされる。

* 注目点はある温度を求めようとする場所のことである。温度差は注目点の温度と、ある基準の温度との差である。

$$P_e = P^{n_0}(\lambda_0) \cdot P^{n_1}(\lambda_1) \cdots P^{n_i}(\lambda_i) \quad (8)$$

$$\text{ここで, } \lambda_i = \frac{\Phi_e - \Phi_i}{\sigma_i} = \frac{1}{(\sigma_i/\Phi_i)} \left[\frac{\Phi_e}{\Phi_i} - 1 \right]$$

(8)式の対数をとれば,

$$\ln P_e = \sum_{i=0} n_i \ln P(\lambda_i)$$

炉心半径を r_e , 炉心全体の高温点数を N とすれば, $n_i = 2N r \Delta r / r_e^2$ となるから, 上式は次式で表わされる。

$$\ln P_e = \frac{2N}{r_e^2} \sum_i r \ln P(\lambda_i) \Delta r$$

円柱の分割数を増せば,

$$\ln P_e = \frac{2N}{r_e^2} \int_0^{r_e} r \ln P \left[\frac{\frac{\Phi_e}{\Phi_0} - \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\}}{\frac{\sigma_0}{\Phi_0} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\}} \right] dr \quad (9)$$

$r = r_e u$ なる変換を行えば, (9)式は次式で表わされる。

$$\frac{\ln P_e}{2N} = \int_0^1 u \ln P \left[\frac{\lambda_0 \left(\frac{\sigma_0}{\Phi_0} \right) + \left(\frac{r_e}{R} u \right)^2}{\frac{\sigma_0}{\Phi_0} \left\{ 1 - \left(\frac{r_e}{R} u \right)^2 \right\}} \right] du \quad (10)$$

ここで, λ_0, σ_0 はそれぞれ $r=0$ の信頼度を表わす係数および標準偏差である。(10)式の $r_e/R, \sigma_0/\Phi_0$ をパラメータに $\ln P_e/2N$ と λ_0 との関係を第2図に示す。図中の $r_e/R=0$ は $\Phi_i = \Phi_0$ に相当し, すべての高温点で同じ確率を有する(6)式を表わす。また第3図(a)~(d)には λ_0 をパラメータに $\ln P_e/2N$ と r_e/R との関係を示す。

第2図 出力分布が $\Phi = \Phi_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ の確率

2. 炉心の確率が 3σ である高温点係数

円柱炉心の炉心全体から考えた, ある最大値を越えない確率 P_e を与えた場合, 他のパラメータとの関係は(10)式から求められる。しかし, 直接(10)式から求めるのは困難であるため第2図から得る。たとえば, $P_e = 0.9987$ (1個の高温点が最大値を越えない確率の信頼度の係数 $\lambda=3$ に相当する)になるための炉心中心の信頼度係数 λ_0 と高温点 N との関係は第4図(a), (b)に示される。したがって, 円柱炉心全体の確率が0.9987になるためには, $r=0$ における信頼度係数 λ_0 を同図から求め, そのときの高温点係数を(2)式から求めればよい。

たとえば, 円柱炉心の燃料温度差に対する高温点係数について考える。炉心内の半径方向の出力分布と燃料温度分布が等しいと仮定し, $r_e = 30$ cm, $R = 45$ cm, $N = 91 \times 61 = 5,551$, また炉心中心の公称燃料最高温度差は $\Delta t_N = 1,682.1^\circ\text{C}$, 標準偏差は $\sigma_i/\Delta t_N = 0.052$ の関係が与えられているとする。炉心中心1点の高温点温度差 $\Delta t_{HS} = 1,944.6^\circ\text{C}$ を越えない確率は, (2)式から $\lambda = 3$ が得られ $P = 0.9987$ となる。また, $P = 0.9987$ の確率で Δt_{HS} を越えないためには, 高温点係数を $F_{HS} = 1.156$ にすればよい。次に炉心全体について考えると, 第3(c)図から $\ln P_e/2N = -1.9 \times 10^{-5}$ が得られるので, $F_{HS} = 1.156$ をそのまま使用すれば, 炉心全体の高温点が $\Delta t_{HS} = 1,944.6^\circ\text{C}$ を越えない確率は $P_e = 0.81$ になる。逆に, 炉心全体で $\Delta t_{HS} = 1,944.6^\circ\text{C}$ を越えない確率を $P_e = 0.9987$ にするためには, 第4図(b)から $\lambda_0 = 4.23$ となるので, 炉心中心の高温点係数を(2)式から $F_{HS} = 1.220$ にしなければならない。

IV. 結 言

複数個の高温点を有する炉心の確率を考察し, 次のことを明らかにした。

- (1) 同じ確率を有する複数個の高温点の確率を議論し, 高温点の数が多くなれば, ある最大値を越えない確率が低くなることを明らかにした。
- (2) 円柱炉心の出力分布を $\Phi = \Phi_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ で表わす時, 高温点の確率解析法を導いた。その結果を設計に使用しやすいよう図式化した。
- (3) 円柱炉心全体の高温点が, ある最大値を越えない確率を99.87%にするためには, 炉心中心の信頼度を表わす係数 λ_0 は高温点数 N との関係で与えられることを明らかにして, その結果を第4図(a), (b)に示した。

(a) $\lambda_0=1$ (b) $\lambda_0=2$ (c) $\lambda_0=3$ (d) $\lambda_0=4$ 第 3 図 r_c/R と複数の高温点との確率

第4図 炉心の確率が $P_c=0.9987$ の時の N と λ_0 との関係

—参考文献—

- (1) JUDGE, F.D., BOHL, L.S.: Effective hot-channel factors for "Flat" power reactors, *Nucl. Sci. Eng.*, **28**, 296~300 (1967).
- (2) JUDGE, F.D.: A study concerning the number of "Effective" equally limiting hot channels in a reactor with a cosine power distribution, *ibid.*, **31**, 147~148 (1968).
- (3) AMENDOLA, A.: A statistical method for evaluation of hot channel factors in reactor design, *KFK-843*, (1968).
- (4) 宮本喜晟: 炉心熱設計における高温点係数と不確かさの研究, 本誌, **12**[4], 179~186 (1970).
- (5) HALD, A.: "Statistical Theory with Engineering Applications", pp. 10 (1962), John Wiley & Sons.

投稿歓迎! 本「会誌」各欄の要綱 (42年1月一部改正)

本誌各欄の内容は、大要つぎのとおりです。(有料分は6000円/頁)

- ① 研究論文(6頁まで無料) 独創性のある、結論の明確な、未発表の論文。欧文は「欧文誌」に掲載される。
- ② 技術報告(6頁まで無料) 施設・設備・装置等の建設・試験・運転などの経験や結論をまとめた実用的価値のある技術的論文。欧文は「欧文誌」に掲載。
- ③ ショート・ノート (2頁まで無料) 研究・技術上の新知見の速報、掲載論文に対する意見および質疑応答(従来の寄書・討論を含む)。欧文は「欧文誌」に掲載。
- ④ 資料 (6頁まで無料) 研究・技術に関する参考資料および解説・調査集計報告など。
- ⑤ 談話室(1~2頁) 本会および本誌に対する希望・提言、および国際会議などの見聞記・感想など。
- ⑥ 巻頭言・総説・私のノートから・講演・討論会要旨・講座・新刊紹介等の各欄は編集委員会で企画の上寄稿を依頼する。

会員投稿欄は、研究論文、技術報告、ショートノート、資料、談話室ですから、奮ってご投稿願います。ご投稿には所定の原稿用紙(30枚綴り1部100円+45円。欧文は適宜のタイプ用紙で正副2通)により、「投稿規程」に従って事務局宛ご送付下さい。その他、ご意見・ご希望やご提案は大歓迎です。