研究論文

526. 板の両面に熱伝達がある場合の非定常熱応力アナログ実験

一色 尚次*, 藤井 石根*

(1970年 2月7日 受理)

Analog Test of Transient Thermal Stress in Slab Heated on Both Surfaces by Heat Transfer

By Naotsugu ISSHIKI and Iwane FUJII

An analog test is conducted on the transient thermal stress generated in a slab restrained against bending when abruptly heated on one side and cooled on the other, with a finite heat transfer coefficient.

A value of 11.21 has adopted for the Biot number B_1 (heating side) and 4.75 for B_2 (cooling side).

Comparison of the experimental results with the theoretical values reveals the following:

- (1) Analog values of temperature distribution agree fairly well with the calculated results.
- (2) The analog values of the thermal stress in a combined system of porous material and hollow rubber balls are in tolerably good agreement with theory: There is some discrepancy in the time scale, but fairly good agreement in the values of maximum stress.
- (3) The delays on the time scale found in the analog results may be considered to be due to the internal friction of the rubber balls themselves, and should be improved by finding a more suitable material for the balls.

I. 緒 言

不定形物体に温度変化が与えられて生ずる熱応力や熱ひずみについての研究は、熱疲労の研究と共に、装置が大型化かつ高負荷となりつつある原子動力部門において、ますますその重要性を増してきている。ところで、簡単な形状をした物体に単純な熱的境界条件が加わった際に生ずる熱応力を、理論的に解析することは比較的容易ではあるが、物体の形状や熱的境界条件が少しでも複雑になると大変むずかしく、そのため高温ひずみゲージを用いて熱応力の大きさを実験から求めたり、また応力測定法の1つである光弾性による方法を利用したりしている。しかし、これだけでは必ずしも充分とはいえず、そのためわれわれは新しいアナログ解析法を追求した結果、その1つの試案として多孔質～中空ゴムボール・システムを利用して、温度場と応力場とを同時にアナログする新しい方法を開発し

た。このアナログ法の原理ならびに基礎的な実験結果についてはすでに報告^{(1)~(3)}してあるので、本報ではその概要を示す程度にとどめ、主に原子炉圧力容器、熱交換器、原子炉燃料被覆板などに数多くみられる、板をはさんで一方の側より他方へ熱が移る場合に生ずる熱応力について、高温側でのビョー数をおよそ10、低温側のそれを5程度にした場合の理論解と、本アナログ法による実験結果とを比較した結果について報告する。

II. アナログ実験

1. アナログの原理

この多孔質～中空ゴムボールによる熱応力アナログ法は温度場と応力場との同時アナログであるため、

- (1) 多孔質内圧力場による温度場のアナログ系
- (2) 中空ゴムボール系による熱応力場アナログ系

* 東京工業大学(Tokyo Inst. of Technol.)

第 1 図 熱応力アナログの原理

の 2 つの部分に大別できる。

このうち最も重要な主体原理は、中空ゴムボールの内圧上昇による膨脹(圧力膨脹)と、対象とする物体材料の温度上昇による膨脹(熱膨脹)との相似である。

いま、ある物体素片が基準温度より T だけ一様に温度上昇したとすると、その自由熱膨脹ひずみ ε_T は、 β を熱膨脹係数として

$$\varepsilon_T = \beta T \quad (1)$$

で示される。

一方、中空ゴムボールの内圧が基準圧力より P だけ上昇したときの圧力膨脹ひずみを ε_P とすると、もしこの膨脹が圧力に対して直線的であれば、 β_P を圧力膨脹係数として次式で示される。

$$\varepsilon_P = \beta_P P \quad (2)$$

ゆえに、物体素片に関する熱膨脹は、中空ゴムボールの圧力膨脹で置換できる可能性が生ずる。

この考えをさらにおし進めると、第 1 図(a)のような任意形状物体に対しては、同図(c)のような相似形の中空ゴムボール格子結合体を形成させ、(a)物体に生ずる温度分布と同様な圧力分布とを各ゴムボール内に加えてやればよい。

もしゴムボール格子間の弾性的性質が原物体の弾性的性質と相似であれば、それに各素子の圧力膨脹と熱膨脹とを弾性変形に重合させることにより、格子全体のひずみや内部の応力は、原物体に生ずる熱ひずみや熱応力と相似になるはずである。

次に、このゴムボール系に加えるべき圧力分布は、温度分布をまず計算し、それに比例するような圧力を 1 つずつきめて密封してもよいが、その操作は大変めんどうである。

それを簡単に行うには、物体内部熱伝導による温度場と多孔質内の粘性流体の流れによる圧力場とが相似となることを利用すればよい。

そもそも物体内に温度分布が生ずるのは、何らかの境界条件(温度もしくは熱流の)が与えられるからで、いま第 1 図(b)のように(a)と相似形の多孔質物体を作り、それに対して(a)に与えられている境界温度条件(もしくは熱流条件)と相似の境界圧力条件(または粘性流条件)を与えて粘性流体を流すときは、原物体内の温度分布の基礎式は、系内に発熱体がなく、かつ原物体内の温度が厚さ方向に一樣とすれば、 κ を温度伝導率として

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

となり、また多孔質内の圧力分布の基礎式は、 a' を多孔質の圧力抵抗およびその系内の流体容積を考慮した圧力伝導率とし、圧縮性が無視できるときは

$$\frac{\partial P}{\partial t} = a' \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

となることより、時間のスケールを $\kappa : a'$ にかえれば、温度分布 T と圧力分布 P とは定常的にも非定常的にも全く相似となる。ゆえに第 1 図(b)の多孔質系内に生ずる分布圧力を、同図(c)の中空ゴムボール系の対応各ボールにゴム管などで供給してやれば、原物体の温度分布と全く相似の圧力分布、温度分布をあらかじめ知る必要なく直接与えることができる。

粘性流体としては、実験上は空気をいれれば、ゴムボールの有する空気容量が熱容量と同じ作用をして、非定常問題における圧力伝導率 a' を定める要素となる。

以上、説明の都合上、2 次元を対象に述べてきたが、一般には 3 次元問題にも適用することができる。

第2図は、以上の原理を総合した全アナログ体系のブロック線図を空気流を利用した場合について、実際の熱流と対応させて示したものである。

第2図 実体系およびアナログ体系対応図

2. 実験装置および実験方法

第3図はアナログ実験装置の概略を示したもので、温度場アナログ系に当る多孔質部分と、熱応力アナログ系に当る中空ゴムボールブロック部分とに大別することができる。本実験では温度場に対応する圧力場を得るための多孔質部分は、同物質を7つのセグメントに分割して一定の間隔をへだてて並べ、上下から圧縮してあるもので、その各間隔から出ているゴム管はお

第3図 アナログ実験装置

のの内径30mmの中空ゴムボール80個と連絡させてある。なおこの実験では、板の曲がり拘束した場合に生ずる熱応力を対象にしているため、同図からも明らかなように、空気圧力分布がボール結合体の中心線、すなわち x 軸に関して左右対称に分布するようにしてある。また多孔質物質7セグメントのうち、空気入口部および出口部に当る2つのセグメントを、おのおの他の残りのセグメントに比して大きさを違えてあるのは、実際の場合の板両面における熱伝達を考慮したためである。

この実験では、装置空気入口部での空気圧を常に一定にしておく必要があるため、さらに容積2 m^3 の空気溜を設け、圧縮機の貯気槽との間に圧力調整弁を設けて連絡した。そのため空気溜内の圧力変動は、圧縮機用貯気槽内のそれに比較して充分小さく保てるようになった。なお実験を行うに当たり、空気の圧縮性の影響をできるだけ少なくするため、空気溜内の圧力を0.2 $\text{kg/cm}^2\text{g}$ とした。そのためボールブロック長手方向の伸びは精々1.4mm程度であるので、ボールに固定したバーニヤと、1端をボールに固定し他端を自由にしたスケールとでボール内圧力上昇による x 方向の伸びを測定することにした。

いま、ショックチューブで多孔質の1端にステップ状圧力上昇を与えると、空気は多孔質内を大気開放端に向って流れ始め、いわゆる多孔質内に空気流が形成されるが、多孔質部分に大きな空気透過抵抗があるため多孔質内に圧力分布が形成され、その結果、中空ゴムボール内においても x 軸に近いボール内圧力は高く、左右に遠ざかるに従って圧力が低下する圧力分布が形成される。この状態での圧力分布経時変化をオシログラフで測定し、他方ボールブロックの x 方向の伸びの経時変化を、適切な時間間隔をおいてバーニヤ部の写真撮影により測定する。なお、多孔質部空気透過率 k 、多孔質部1セグメント当りの空気容量 C_p 、それに付随した圧力膨脹の影響を含めたボールブロック空気容量 C'_p 等の値は、あらかじめ別の実験で測定した。

Ⅲ. 実験結果ならびに結果の整理

1. 理論

板を介して熱が板の一方の側から他の側へ移る現象は、例えば板状原子燃料被覆板とか、また、たとえ円筒形状であっても、直径に対して管壁厚が小さければ曲率の影響が無視できて近似的に曲がりを拘束された板とみなすことができる。このような例は数多くみることができ、円筒状原子燃料、ボイラの水管、熱交換器の

管路等はその1例である。そこで曲げを拘束された板の一方の側から他方へ熱が移る場合に、板に生ずる熱応力を考えてみる。

いま、板厚 l にくらべて幅および長さが共に十分大きな板を考え、この板の両側に流体があって板、流体ともに一様温度 T_1 であるものとする。このような場合、板には熱応力が生じないので、この温度を基準温度に選び、この温度から測定した温度を T で表わす。また第4図(b)のように板厚方向に座標軸 z を選ぶ。

第4図 実体系およびアナログ系対応図

ところで、ある瞬間に $z=l$ の面に接している流体の温度が $T_2(T_2 > T_1)$ に変化して熱流が z 方向のみに存在するものとする、問題は1次元問題に帰着することができ、熱伝導の式ならびに初期条件、境界条件はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (0 < z < l) \\ T|_{t=0} &= T_1 \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \alpha_1(T - T_1) &= 0, \quad (z=0) \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \alpha_2(T - T_2) &= 0, \quad (z=l) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

これより T について解き、初期基準温度 T_1 をゼロに選び、さらに無次元量

$$T/T_2 = V, \quad z/l = Z, \quad \kappa t/l^2 = Fr$$

$$\alpha_1 l / \lambda = B_1, \quad \alpha_2 l / \lambda = B_2$$

を導入して T についての式を書き改めれば、結局、次式が得られる⁽⁴⁾。

$$\begin{aligned} V &= \frac{B_1 B_2 Z + B_2}{B_1 + B_1 B_2 + B_2} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-M_n^2 Fr} Fr \\ &\cdot \left\{ \frac{(M_n \cos M_n Z + B_1 \sin M_n Z) \cos M_n Z}{M_n (M_n^2 - B_1 B_2)} \right\} \\ &\cdot \left\{ \frac{B_2 (M_n^2 + B_1^2) (M_n^2 + B_2^2)}{(M_n^2 + B_1^2) (M_n^2 + B_2^2) + (B_1 + B_2) (M_n^2 + B_1 B_2)} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 M_n は次式の第 n 番目の正根である。

$$\tan M_n = \frac{M_n (B_1 + B_2)}{M_n^2 - B_1 B_2} \quad (7)$$

ところで、実験に使用したボールブロックのボールの数は x 方向に20個、 z 方向に12個、 $x-z$ 平面に垂直な方向すなわち y 方向に2個のいわゆる板状のもので、このような形状の物体に z 方向のみに温度変化があるとき、曲げを拘束された状態で生ずる熱応力は β および E が温度に無関係の場合、次式で与えられる⁽⁵⁾。

$$\sigma_x = -\beta E T + \frac{\beta E}{l} \int_0^l T dz \quad (8)$$

したがって、(6)式の関係を上式に代入して計算すると、次の結果が得られる。

$$\begin{aligned} K_{ts} &= \frac{\sigma_x}{\beta E T_2} = \frac{B_1 B_2 (0.5 - Z)}{B_1 + B_1 B_2 + B_2} \\ &+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ e^{-M_n^2 Fr} \frac{B_2 (M_n^2 + B_1^2) (M_n^2 + B_2^2)}{M_n^2 (M_n^2 - B_1 B_2) \sec M_n Z} \right\} \\ &\cdot \left\{ \frac{M_n^2 \cos M_n Z + M_n B_1 \sin M_n Z}{(M_n^2 + B_1^2) (M_n^2 + B_2^2) + (B_1 + B_2) (M_n^2 + B_1 B_2)} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

以上、(6)ならびに(9)式がこのようなモデルにおける温度分布および熱応力を与える理論式である。

2. アナログ実験結果

本装置により板の両面に熱伝達がある場合の熱応力を、さきの原理によりアナログできる。そのさい、たとえば(9)式で見られる B_1 、 B_2 および Fr 等はこの実験上ではどのようなものが相当するかを考えてみる。

いま第4図に示すように、(a)は多孔質内に空気流があって、そこに生じた圧力分布、(b)は実際の場合の一方の側から他方の側へ熱が移る場合に生ずる温度分布を示したもので、温度伝導率 κ に対応するものとして圧力伝導率 a' が考えられることはすでに述べた⁽³⁾が、この圧力伝導率 a' は k を多孔質内空気透過率、 A は空気の流れる方向に対する多孔質部の断面積、 Δz を同方向の多孔質部1セグメントの長さ、 C_F および C_F' をおのおの多孔質部1セグメント当りの空気容量ならびにそれに付随した圧力膨脹の影響をも含めたボールブロック部空気容量とすると、次式で与えられる。

$$a' = \frac{A k \Delta z}{C_F + C_F'} \quad (10)$$

したがって、アナログ系におけるフーリエ数 Fr は、 l を第4図(a)で示す長さにとるとき次のようになる。

$$Fr = \frac{a' t}{l^2} \quad (11)$$

次に、ビョー数 B については(5)式で示したとおり、たとえば $z=l$ における熱的境界条件は

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \alpha^2 (T - T_2) = 0 \quad (12)$$

であって、第4図(a)の空気流に対しても熱流と同じく $z=l$ で連続、すなわち多孔質(II)を通過してきた空気はそのまま次の多孔質内に入るの、 k_2 を多孔質(II)の空気透過率とすると次式が成立する。

$$k \frac{\partial P}{\partial z} - k_2 \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{z=l+0} = 0 \quad (13)$$

ここで、 $(\partial P / \partial z)_{z=l+0}$ は多孔質(II)での $z=l$ における圧力勾配を示すが、この多孔質部分にはボールが連結されていないために、この区間での空気容量は極めて少ないことを考慮し、かつこの部分の空気流方向の長さを L_2 とすれば、結局(13)式は次のようになる。

$$k \frac{\partial P}{\partial z} + k_2 \frac{P - P_2}{L_2} = 0 \quad (14)$$

ところで、ビョー数 B_2 は $\alpha_2 l / \lambda$ で与えられることを考えれば、(12)と(14)式からアナログ系におけるビョー数 B_2 は結局、次の形で表される。

$$B_2 = \frac{k_2 l}{k L_2} \quad (15)$$

同様に、 B_1 に相当するものとして k_1 を多孔質(I)での空気の透過率とし、この部分での空気容量を無視すれば、次式が得られる。

$$B_1 = \frac{k_1 l}{k L_1} \quad (16)$$

ここで、 L_1 は多孔質(I)の空気流方向の長さである。

第5図は以上のような要領で測定値より計算した B_1, B_2 それに Fr を用い、温度分布アナログ部に当る多孔質部内で測定した空気入口部でのビョー数が11.21、空気出口部でのその値が4.75なる場合の圧

第5図 温度分布アナログ実験結果

力分布経時変化を P/P_2 で無次元化し、その値と(6)式によって計算した V の値とを比較したもので、理論値は実線で示してある。この図からも明らかなように、 $Z=1$ 付近で多少値の不一致が認められるが、全般的にはかなりよい精度で一致している。

次に応力についてであるが、無次元熱応力 K_{th} は次のように変形できる。

$$K_{th} = \frac{\sigma}{\beta E T_2} = \frac{\sigma}{\beta E T} \cdot \frac{T}{T_2} \quad (17)$$

いま、物体のある部分が基準温度より T だけ温度上昇し、熱膨脹に対して他の部分からなら影響を受けなければ、このために生じた自由熱膨脹ひずみ ε は

$$\varepsilon = \beta T \quad (18)$$

となる。

一方、実際には周囲からいろいろな影響を受けるので、実際の熱膨脹ひずみは ε とならずに ε' となる。したがって、このひずみの差、すなわち β' を比例定数として

$$\varepsilon' - \varepsilon = (\beta' - \beta) T \quad (19)$$

に比例した応力が実際にはこの部分に生じているわけで、この応力を σ とおけば

$$\sigma = (\varepsilon' - \varepsilon) E = (\beta' - \beta) E T \quad (20)$$

となり、 σ が正ならば引張応力、負ならば圧縮応力である。ここで、さらに(17)式を(18)、(20)両式を用いて変形すれば、次のようになる。

$$\begin{aligned} K_{th} &= \frac{\sigma}{\beta E T} \cdot \frac{T}{T_2} = \frac{(\beta' - \beta) E T}{\beta E T} \cdot \frac{T}{T_2} \\ &= \frac{\beta' T}{\beta T_2} - \frac{T}{T_2} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_2} - \frac{T}{T_2} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 ε_2 は温度が T_2 に変化した場合の自由熱膨脹ひずみである。

以上のような考え方から、無次元圧力応力についても同じようなことがいえ結局、次の関係が成立する。

$$K_{th} = \frac{\sigma P}{\beta_P E P_2} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_2} - \frac{P}{P_2} \quad (22)$$

第6図は、(9)式で与えられる K_{th} の理論解をディジタル計算機で数値計算した値と、実験データを(22)式に入れて計算した K_{th} の相当実験値とを比較したもので、理論値は実線で示してある。この図から明らかなように、この実験に関する限りでは、少なくとも定常部分、非定常部分を問わず、最大応力の絶対値に対するこのアナログ法の精度は $\pm 10\%$ 以内に収まるもの

と思われる。この点、実用的な見地からみれば、最大応力値が問題になるのであって、本アナログ法の実用性は十分期待がもてるところである。また Fr の値が小さいところで実験値の方の時間の遅れが認められるが、これはボール自体の内圧変化による伸縮の時間遅れからくるものと考えられる。

第6図 非定常熱応力アナログ実験結果

いずれにしろ、ボールブロックの圧力変動に対する伸縮の追従性を高めれば、時間遅れなどの問題はある程度解決できるものと考えられ、ボールそのものの材質が改善されることが望まれる。

IV. 結 言

以前、この種の実験を 1 min 以内の短い時定数で実験したことがあるが、今回は時定数を 20 min 程度にしたため、熱応力アナログの場合に見られる時間遅れが前の場合より比較的小さいように思われる。この時間遅れが生ずる原因として、ゴムの内部摩擦およびヒステリシス等が考えられるが、理論計算値と実験値との間に定量的にかなりよい一致が認められる。とくに最大応力の絶対値については、実用上十分な精度でその値が求められることが再び実証された。

〔記 号〕

B : Biot の係数 $= \alpha l / \lambda$

E : 縦弾性係数

Fr : フーリエ数 $= \kappa t / l^2$

M_n : (7) 式によって求まる値

K_{th} : 無次元熱応力 $= \sigma / \beta E T_2$ または

無次元圧力応力 $= \sigma_P / \beta_P E P_2$

l : 板 厚

T : 温 度

P : 圧 力 (T に対応)

t : 時 間

x, y, z : 座 標

Z : 無次元長さ

V : 無次元温度 $= T / T_2$ または

無次元圧力 $= P / P_2$

α : 熱伝達率

β : 線膨脹係数

β_P : 圧力膨脹係数 (β に対応)

σ : 熱応力

σ_P : 圧力応力 (σ に対応)

κ : 温度伝導率

α' : 圧力伝導率 (κ に対応)

λ : 熱伝導率

k : 多孔質内空気透過率 (λ に対応)

C_P : 空気容量

ε_T : 熱膨脹ひずみ

ε_P : 圧力膨脹ひずみ

ε' : 実際のひずみ量

添 字

1 : 温度または圧力一定側および初期

2 : 温度または圧力変動側

x : x 方向

— 参 考 文 献 —

- (1) 一色尚次, 藤井石根, 他: 動力に関する講演会前刷集, 25, (1967).
- (2) 一色尚次, 藤井石根, 他: 第4回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 13 (1967).
- (3) 一色尚次, 藤井石根, 他: 機械誌, 71 [596], 1187 (1968).
- (4) 藤井石根, 一色尚次: 機械学会論文集(第2部), 35 [271], 604 (1969).
- (5) TIMOSHENKO, S., GOODIER, J.N.: "Theory of Elasticity", (1951), McGraw-Hill.