研究論文

566. 原子炉の Flux Shape Mode 伝達関数

今崎 正秀*, 野上 暁一*

(1972年 2月4日 受理)

Flux Shape Mode Transfer Function for a Nuclear Reactor

By Masahide IMASAKI and Gyoichi NOGAMI

With particular reference to the fundamental mode of Xe oscillation, the characteristic roots of the rational function (two-dimensional analysis) and the transcendental function (one-dimensional analysis) are compared by changing the reactivity coefficient of the moderator. The root-loci of the two analytical methods agree well with each other. Concerning this root-loci, one should note that there are two roots which change very much, and that the stability of the mode is essentially determined by these roots. The cause of the difference of the functional form lies in the thermal system. To confirm the above results, the frequency responses of the thermal system, therefore, were compared between the two methods. Very good agreement was again obtained.

To verify the validity of this modal analysis, the characteristic roots are compared with the time response of the first azimuthal mode obtained at Berkeley power station. The calculated roots roughly agree with the experimental value.

Miida *et al.* have reported on a case where the frequency responses of the rational function and the transcendental function differ from each other in the high frequency region. An examination of this case revealed that the most important factor is whether or not the angular velocity approaches the essential singular point.

KEYWORDS: flux shape, transfer function, reactor control, xenon oscillation, rational function, transcendental function, root-loci, stability, characteristic roots, frequency responses

I. 緒 言

Xe 振動の問題は、Kaplan が natural mode を提唱^①して以来、natural mode による mode 解法が理想的な mode 解法であると考えられている。Natural mode には mode 相互干渉を生じない優れた特性がある反面、固有値や固有関数の計算が非常に複雑になる欠点がある。しかるに、Randall & John^②によって始められ、Mochizuki & Takeda^③らによって発展された flux shape mode による解法では、通常、第1近似解しか得られない欠点があるが、natural mode に比べるとはるかに解析しやすく、また、使い慣れた伝達関数による検討が行えるため、見通しの良い解析が

行える利点がある。本報では、この flux shape mode の mode 伝達関数について検討を進める。

Xe 振動問題の核心に最も簡単な基礎方程式で接近できる意味において、原子炉としては Calder Hall 改良型の炉心を想定して検討を進める。

II. 特性根と熱系の mode 伝達関数

Xe 振動問題を3次元の拡がりのまま解析した場合、半径方位角方向に2次元化して解析した場合、軸方向に1次元化して解析した場合について、それぞれの対応する mode 伝達関数の Nyquist 線図を比較すると、それらの線図は良く一致することがわかっている^④。

* 九州工業大学 (Kyushu Inst. of Technol.)

したがって、前述の3種類の解法による特性根も良く一致することが期待される。問題の焦点は、熱系の mode 伝達関数が超越関数であるか、または有理関数であるかの点にある。したがって、問題を簡単化するため、以後1次元化した基本 mode と2次元化した基本 mode に限定して検討を進める。2次元化した場合の特性方程式を求めると、次の5次方程式になる⁽⁴⁾。(付録1. 参照)

$$C_5 s^5 + C_4 s^4 + C_3 s^3 + C_2 s^2 + C_1 s + C_0 = 0$$

$$\text{ただし, } C_5 = p_0 u$$

$$C_4 = p_0 v + q_0 u$$

$$C_3 = p_0 + u + q_0 v$$

$$-Q_R \{ (Q_u w + Q_v y) p_0 - Q_{x0} a_0 u \}$$

$$C_2 = q_0 + v - Q_R \{ (u - a_0 v) Q_{x0}$$

$$+ (Q_u w + Q_v y) q_0 + (Q_u + Q_v) p_0 \}$$

$$C_1 = 1 - Q_R \{ (v - a_0) Q_{x0} + Q_u w + Q_v y$$

$$+ (Q_u + Q_v) q_0 \}$$

$$C_0 = -Q_R (Q_{x0} + Q_u + Q_v)$$

$$Q_R = \phi_{a0}^* \zeta_0 / l$$

2次元化した場合の基本 mode の mode 番号は、慣例に従って0とした。なお、上記の使用文字については、付録1を参照されたい。

同様に、1次元化した場合の特性方程式は、まず、1次元化した mode 伝達関数を用いてその一巡伝達関数を求め、その結果に1.0を加えたものを用いることにした⁽⁴⁾。(付録1. 参照)

2次元化した flux shape mode の特性根は、まず5次方程式の近似根を Graeffe の方法⁽⁵⁾で求め、さらに、その近似根を Newton の方法⁽⁶⁾で修正した。1次元化した flux shape mode の特性方程式は超越関数であるため、その近似根を求めることも容易でない。したがって、まず、対応する3種類の Nyquist 線図が良く一致する事実より、2次元化した flux shape mode の特性根の近くに1次元化した flux shape mode の特性根が存在するものと推定した。すなわち前述の5次方程式の5根を1次元化した flux shape mode の近似根と考え、それらを Newton の方法⁽⁶⁾で修正することを試みた。根の収束状況を2次元化した flux shape mode の場合と比較した結果、それらは1次元化した flux shape mode の特性根と考えられた。以上の計算を、文献⁽⁴⁾の数値を用い、減速材の反応度温度係数を -6×10^{-5} から $20 \times 10^{-5} (1/^\circ\text{C})$ まで変化させて反復繰り返した。計算は電子計算機によって行なった。その結果を根軌跡として図示すると、

Fig. 1 のようにまとめられた。1次元化した解析の結果と2次元化した解析の結果とは良く一致するので、図上で区別することはできず、2種類の結果を1種類の結果のようにして示した。

The results for the transcendental function and the rational function become same locus in Fig. 1

Fig. 1 Root locus of the characteristic equation for the fundamental mode

* These points move in the direction of the arrow so slightly that can not be illustrated in the figure.

以上の結果より、1次元化した解法による特性方程式(超越関数)の根には、2次元化した解法による特性方程式(5次方程式)の根に近い根が存在することが確認された。さらに注目されるのは、5次方程式の5根の中には、減速材の反応度温度係数を変えると大きく変化する2根が存在するが、超越関数の特性根にもそれと同じ変化をする2根が存在する点である。基本 mode が安定になったり、あるいは不安定になったりするの、根軌跡的に眺めた場合、前述の2根の存在に起因するものである。基本 mode を1次元化して解析した場合の Nyquist 線図と2次元化して解析した場合の Nyquist 線図が良く一致する事実⁽⁴⁾から考えても、基本 mode の安定または不安定に直接影響を及ぼしているのは前述の2根に限られるものと考えられる。なお、特性根の重複度に関しては、5次方程式の特性根は5根得られるためすべて単一根である。超越関数の特性根に関しては、前述の Newton 法を適用する際すでに超越関数の特性方程式を1回微分した方

程式を求めているので、その方程式に前述のようにして算出した特性根を代入して、それが特性根になっていないことを確認することにより単一根であることを確かめた。したがって、1次元化した解析による特性方程式(超越関数)の中には、根の重複度まで含めて2次元化した解析による特性方程式(5次方程式)と類似の根が存在することがわかった。

前述の結果にさらに念を入れるため、熱系の flux shape mode 伝達関数(付録1. 参照)のみに注目し、その周波数応答を Bode 線図で比較した。その結果は Fig. 2 に示すようになった。1次元化した熱系の flux shape mode 伝達関数(超越関数)の結果と、2次元化した熱系の flux shape mode 伝達関数(有理関数)の結果とは非常に良く一致し、図上で区別することはできなかった。したがって、2次元化した解法による有理関数の flux shape mode 伝達関数が周波数応答に関する限り、事実上、1次元化した解法による超越関数の flux shape mode 伝達関数と等価な働きをしていることがわかる。

The corresponding results for the transcendental function and the rational function become same curve in Fig. 2.

Fig. 2 Bode plots of the fundamental mode for the thermal system

Ⅲ. Berkeley 発電所第2炉心の第1方位角 mode の解析

Berkeley 発電所第2炉心の第1方位角 mode の試験結果⁽⁷⁾と、flux shape mode による解析より得られる特性根との比較を行う。第1方位角 mode は軸方向が基本 mode である。したがって、この mode は半径方位角方向に2次元化することによって解析可能である。前述のように、2次元化すると特性方程式は代数方程式となり、特性根の計算が非常に容易になる。

他方、特性根に関する検討で明らかのように、2次元化した解析によっても、3次元解析に近い特性根が得られるものと考えられる。したがって、この比較検討では2次元化した解法による特性方程式で特性根の計算を行う。解析に際しては Table 1 の数値を使用した。伝達関数の決定に必要なパラメータの値を求めると Table 2 のようになる。

Table 1 Constants used for the analysis of the Berkeley Power Station⁽⁸⁾⁻⁽¹⁰⁾

$R=736$ (cm)	$H=814$ (cm)
$r_f=396$ (cm)	
$M^2=1,000$ (cm ²)	$l=1.0 \times 10^{-3}$ (sec)
$\beta_u=-1.5 \times 10^{-5}$ (1/°C)	$\beta_g=6.08 \times 10^{-5}$ (1/°C)
$c_u=6.44$ (cal/cm·°C)	$c_g=173$ (cal/cm·°C)
$P_u=4.8 \times 10^{-12}$ (cal·cm)	$P_g=0.361 \times 10^{-12}$ (cal·cm)
$h_u=0.595$ (cal/cm·sec·°C)	$h_g=0.0821$ (cal/cm·sec·°C)
$V=1,770$ (cm/sec)	$c_c=0.12$ (cal/cm·°C)
$\lambda_s=2.1 \times 10^{-5}$ (1/sec)	$\lambda_l=2.9 \times 10^{-5}$ (1/sec)
$\sigma_s=3.3 \times 10^{-18}$ (cm ²)	$\beta_x=-0.026$

Table 2 Parameters derived from the two-dimensional analysis for the Berkeley Power Station

$\nu_s^2=0.104 \times 10^{-4}$	$\tilde{\phi}_{s0}^*=1.12 \times 10^{13}$ (1/cm ² ·sec)
$\zeta_{2r}=0.864$	$\eta_{2r}=0.608$

ただし、Table 1 と 2 において、燃料棒と減速材の熱伝達係数 (h_u, h_g) ならびに冷却材の流速 (V) は定格出力時に相当する値を、減速材の反応度温度係数 (β_g) と2次元化した定常時の最大中性子束 ($\tilde{\phi}_{s0}^*$) は80%程度の出力に相当する値を用いた。なお、Table 1 と 2 で使用した文字については文献⁽⁴⁾を参照されたい。特性根を前と同様に求めると次のようになった。

$$\begin{aligned} r_1 &= -2.41 \times 10^{-4}, & r_{4,5} &= 3.23 \times 10^{-6} \\ r_2 &= -6.29 \times 10^{-2}, & & \pm j 5.05 \times 10^{-5} \\ r_3 &= -1.04 \times 10^1, \end{aligned}$$

他方、Fig. 3 の試験結果⁽⁷⁾より $\exp(\sigma + j\omega)t$ で表わされる σ と ω を求めると次のようになる。

$$\sigma = 3.1 \times 10^{-6}, \quad \omega = 5.9 \times 10^{-5}$$

これは、前述の $r_{4,5}$ に対応するものと考えられる。したがって、flux shape mode による解析により大体実験値に近い解が得られることが判明した。しか

し、以上の結果には、①解析に際して不明確な要素が多いため、使用定数には推定値を使用しているものがある、②実験との比較は第1方位角 mode に対する結果のみである、等のさらに検討を要する面がある。

Fig. 3 Spontaneous reactor oscillation during normal operation without automatic sector control (1st azimuthal mode Berkeley reactor 2, 890MWD/Te)

Ⅳ. L-L model と L-D model の比較検討

有理関数の伝達関数が超越関数の伝達関数と等価に近い働きをしている解析例としては、本報のほかに、L-L model (燃料棒も冷却材も集中定数近似とする解析法) と L-D model (燃料棒は集中定数近似を用い、冷却材については分布定数系として扱う解析法) によって、原子炉出力変化に基づく原子炉出口ガス温度の変化を解析し、2つの model による伝達関数の周波数応答をベクトル軌跡で比較検討したものがある⁽¹¹⁾。文献⁽¹¹⁾には、L-L model と L-D model のベクトル軌跡が高周波領域において差異を生ずる点がさほど明確には図示されていない。文献⁽¹²⁾の Calder Hall 発電所の炉心に対応する数値 ($R-I$) を用いて、L-L model と L-D model の周波数応答を計算し、ベクトル軌跡に表わすと Fig. 4 のようになり、確かに高周波領域には、L-L model と L-D model の間に差異があることがわかる。

前述の、文献⁽¹¹⁾の伝達関数 (付録2. 参照) と本報の flux shape mode 伝達関数とは、解析している対象

達関数(超越関数)(付録2.参照)においては, 2つの1次の極が, 文献⁽⁴⁾の場合と同様に, それぞれ同時に真性特異点にもなっている。他方, 文献⁽¹¹⁾において, $C_e \partial \theta_e / \partial t$ なる項を無視して L-L model の伝達関数(有理関数)(付録2.参照)を求めると分母は2次方程式となり, 極は2つ存在することになる。一方, L-L model と L-D model の指数関数部以外の分子の根は全く同じ値になる。したがって, 文献⁽¹³⁾の場合より類推し, $C_e \partial \theta_e / \partial t$ なる項を無視した場合には, L-L model と L-D model の根と極, あるいはそれと同等の働きをするもの間には良い対応が成立し, 両者の周波数応答も良く一致することが予想される。その周波数応答の計算を行なった結果, Fig. 5 に示すように, L-L model と L-D model のベクトル軌跡は非常に良く似たものになった。したがって, L-L model と L-D model のベクトル軌跡が高周波領域で一致しない原因は, 基礎方程式において $C_e \partial \theta_e / \partial t$ なる項を無視しないためであるといえる。

Fig. 5 Comparison of the polar plots of L-L model; Eq. (A3) and L-D model; Eq. (A4). Equations (A3) and (A4) are derived by neglecting $C_e \partial \theta_e / \partial t$ term in the basic equation.

次に, 文献⁽¹³⁾と同じく, Fig. 6 に示すように, 複素平面: s 面上に真性特異点のみを囲み込む閉曲線 Γ_1 を考え, s をその閉曲線 Γ_1 上で変化させて, L-D model の伝達関数によって写像されるベクトル軌跡を求めた。その結果は Fig. 7 のようになった。閉曲線 Γ_1 によって真性特異点 $(-1/T_f)$ を時計方向に1回囲むと, Fig. 7 の写像されたベクトル軌跡は原点を反時計方向に1回囲んでいる。したがって, 前述の flux shape

$E_1 = -1/T_f = -1.05 \times 10^{-1}$
 $E_2 = -1/T_m = -9.52 \times 10^{-4}$
 $Z_1 = -1/(\mu_f T_m + \mu_m T_f) = -1.00 \times 10^{-3}$
 E_1, E_2 : Essential singular points of Eqs. (A2) and (A4)
 Z_1 : Zero point for the denominator of Eqs. (A2) and (A4)
 1: $(-2.05 \times 10^{-1} + j0)$, 2: $(-2.05 \times 10^{-1} + j10)$
 3: $(-2.26 \times 10^{-3} + j10)$, 4: $(-2.26 \times 10^{-3} + j0)$
 $r = 20.0$

Fig. 6 Closed contour Γ_1, Γ_2 and Γ_3 in the complex plane

Transformed contour encircles the origin once in the counter-clockwise direction, therefore, in this case, we can think that the essential singular point $(= -1/T_f)$ works as if the pole of order 1.

Fig. 7 Transformed contour Γ_1 by Eq. (A4)

mode 伝達関数の場合と同様に, 同時に1次の極でもある真性特異点 $(-1/T_f)$ が, ベクトル軌跡に関しては, 1次の極と等価な働きをしていることが確認された。Fig. 6 の閉曲線 Γ_2 についても上と同様な結果が得られる。 $C_e \partial \theta_e / \partial t$ なる項を無視した場合の L-L model と L-D model の根, 極, 真性特異点の対応は Table 3 のようになる。両者の間には非常に良い対応が成立していることがわかる。

Table 3 Comparison of L-L model and L-D model when $C_e \partial \delta \theta_c / \partial t$ term is neglected

	L-L model	L-D model
Zeros	$-1.00 \times 10^{-3} \uparrow$ (a)	$-1.00 \times 10^{-3} \uparrow$ (a)
	$\infty \uparrow$ (b)	$\infty \uparrow$ (b)
Poles	$-7.18 \times 10^{-4} \uparrow$ (c)	$-9.52 \times 10^{-4} \uparrow$ (c)
	$-6.36 \times 10^{-2} \uparrow$ (d)	$-1.05 \times 10^{-1} \uparrow$ (d)
Essential singular points		$-9.52 \times 10^{-4} \uparrow$ (c) $-1.05 \times 10^{-1} \uparrow$ (d)

The constants for R-I of Ref.(2) is used for the calculation.

$\uparrow$: order 1. (a)~(d) shows correspondence.

次に、基礎方程式において $C_e \partial \delta \theta_c / \partial t$ なる項を無視しない場合、高周波領域において、L-L model と L-D model のベクトル軌跡が一致しなくなる点について検討を行う。基礎方程式において $C_e \partial \delta \theta_c / \partial t$ なる項を無視しない場合の L-D model の伝達関数を用いて、Fig. 6 の閉曲線 Γ_1 , Γ_3 の写像を求めると Fig. 8 (a), (b) のようになる。Fig. 8 (a) より、真性特異点 ($-1/T_f$) は、 $C_e \partial \delta \theta_c / \partial t$ なる項を無視した場合と同じく、ベクトル軌跡に関しては 1 次の極と等価な働きをしていることがわかる。閉曲線 Γ_2 に関しても閉曲線 Γ_1 と同

様な結果が得られる。閉曲線 Γ_3 によって無限遠点を矢印の方向に囲むことは、無限遠点を反時計方向に 1 回囲むことに相当する。閉曲線 Γ_3 を写像したベクトル軌跡が原点を反時計方向に 1 回囲んでいるのであるから、 $s = \infty$ なる真性特異点は 1 次の根と等価な働きをしていることになる。これらのことを考慮の上、 $C_e \partial \delta \theta_c / \partial t$ なる項を無視しない場合について、L-L model と L-D model の根、極、真性特異点の対応を整理すると Table 4 のようになる。

以上の結果より、基礎方程式において $C_e \partial \delta \theta_c / \partial t$ なる項を無視しない場合は、 $C_e \partial \delta \theta_c / \partial t$ なる項を無視した場合に比べて、L-L model と L-D model の間の根、極、真性特異点の対応があまり良くないことがわかる。さらに重要なことは、基礎方程式において $C_e \partial \delta \theta_c / \partial t$ なる項を無視した場合は、周波数応答を求めるに際し ω を無限大に近づけることが、2 つの真性特異点からいくらかでも遠ざかることを意味するのに対し、 $C_e \partial \delta \theta_c / \partial t$ なる項を無視しない場合は、 ω を無限大に近づけることが $s = \infty$ なるもう 1 つの真性特異点にいくらかでも近づくことに対応していることである。

Flux shape mode 伝達関数においても、冷却材の時間的な温度変化に基づく蓄熱量の変化を無視しない場合には、文献⁽¹¹⁾の L-D model と同種の真性特異点が現われる。したがって以上の考察は、flux shape

Transformed contour encircles the origin once in the counter-clockwise direction, therefore, in this case, we can think that the essential singular point ($= -1/T_f$) works as if the pole of order 1.

Fig. 8(a) Transformed contour Γ_1 by Eq.(A2)

Transformed contour encircles the origin once in the counter-clockwise direction, therefore, in this case, we can think that the essential singular point ($= \infty$) works as if the zero of order 1 because contour encircles the point ($= \infty$) once in the counter-clockwise direction.

Fig. 8(b) Transformed contour Γ_3 by Eq.(A2)

Table 4 Comparison of L-L model and L-D model when $C_c \partial \theta_c / \partial t$ term is considered

	L-L model	L-D model
Zeros	$-1.00 \times 10^{-3} \dagger$ (a) $\infty \ddagger$ (b)?	$-1.00 \times 10^{-3} \dagger$ (a) $\infty \dagger$ (b)?
Poles	$-7.17 \times 10^{-4} \dagger$ (c) $-6.34 \times 10^{-2} \dagger$ (d) $-1.09 \times 10^{2} \dagger$ (b)?	$-9.52 \times 10^{-4} \dagger$ (c) $-1.05 \times 10^{-1} \dagger$ (d)
Essential singular points		$-9.52 \times 10^{-4} \dagger$ (c) $-1.05 \times 10^{-1} \dagger$ (d) $\infty \dagger$ (b)?

The constants for $R-I$ of Ref. (4) is used for the calculation.

$\dagger$: order 1. (a)~(d) shows correspondence.

$\ddagger$: order 2. Correspondence of (b) is not so good.

mode 伝達関数の場合にも同様に当てはまる問題である。これらの点に関する、さらに詳細な検討は今後に譲る。

V. 結 論

Flux shape mode で Xe 振動問題を解析する場合の基本 mode に注目し、それを半径方位角方向に 2 次元化して解析した場合と、軸方向に 1 次元化して解析した場合について、まず、それらの特性根の比較検討を行なった。特性方程式は、2 次元化して解析した場合は 5 次方程式、1 次元化して解析した場合は超越関数となり、両者は全然関数形の異なったものとなる。しかし、減速材の反応度温度係数を -6×10^{-5} から $20 \times 10^{-5} (1/^\circ\text{C})$ まで変化させて計算した結果、超越関数の特性根の中には前述の 5 次方程式の特性根のごく近くに存在するものがあることがわかった。注目されることは、5 次方程式の特性根の中には、減速材の反応度温度係数を変えると大きく変化し、直接 mode の安定、不安定に影響する 2 根が存在するが、超越関数の場合にも同じ変化をする 2 根が存在することである。

次に、関数形の差異を生ずる根源の熱系の mode 伝達関数に注目し、その周波数応答を Bode 線図で比較した。その結果、1 次元化した場合(超越関数)の線図と 2 次元化した場合(有理関数)の線図が非常に良く一致した。したがって、有理関数の伝達関数が、周波数応答に関する限り、超越関数の伝達関数と実質上等価な働きをしていることが判明した。

さらに、この mode 解法の妥当性を調べるために、Berkeley 発電所第 2 炉心の第 1 方位角 mode の試験

結果と flux shape mode 伝達関数の特性根とを比較した。その結果、flux shape mode による解法により大体試験結果に近い解が得られることが判明した。

最後に、本報と同じく有理関数の伝達関数と超越関数の伝達関数との比較検討を行なっている例、すなわち、原子炉出力変化に基づく原子炉出口ガス温度の変化を解析している例に注目し、高周波領域において有理関数(L-L mode)のベクトル軌跡と超越関数(L-D mode)のベクトル軌跡が一致しなくなる点について検討した。その結果、この差異は、基礎方程式に立ち戻って考えれば、冷却材の時間的な温度変化に基づく蓄熱量の変化を考慮したためであることが明らかになった。他方、このことを有理関数と超越関数の根、極、真性特異点の面から眺めれば、根、極とベクトル軌跡に関してはそれらと等価な働きをしている真性特異点との間の対応が良い場合には、両者のベクトル軌跡が良く一致するが、高周波領域で両者のベクトル軌跡が一致しない場合には、前述の根、極、真性特異点の間の対応関係が悪くなっていること、さらに、周波数応答を求める際の ω の値が、超越関数の真性特異点に限りなく接近する形になっていることを明らかにした。

終りに、絶えざるご指導と激励を賜わっている九州大学辻 節三教授、園田正明教授、長谷川 修教授、大橋章男教授ならびに高田勝教授に感謝の意を表す。また、特性根の計算に協力してくれた矢野恒雄君(現在三菱電機)、面倒な図面の作成を手伝ってくれた九州工業大学技官藤本利喜雄君にも、あわせて感謝の意を表すものである。

— 参 考 文 献 —

- (1) KAPLAN, S.: The property of finality and the analysis of problem in reactor space-time kinetics by various modal expansion, *Nucl. Sci. Eng.*, **9**, 357~361 (1961).
- (2) RANDALL, D., JOHN, D.S.St.: Xenon spatial oscillations, *Nucleonics*, **16** [3], 82~86, 129 (1958).
- (3) MOCHIZUKI, K., TAKEDA, A.: An analysis of neutron flux spatial oscillation due to xenon build-up in a large power reactor core, *Nucl. Sci. Eng.*, **7**, 336~344 (1960).
- (4) IMASAKI, M., YANARU, T.: A modal analysis of neutron-flux spatial oscillation, *ibid.*, **33**, 93~105 (1968).
- (5) SCARBOROUGH, J.B.: "Numerical Mathematical Analysis", pp. 225~245 (1966), Johns Hopkins Press.

- (6) STANTON, R.G.: "Numerical Method for Science and Engineering", pp. 84~97 (1961), Prentice-Hall (Maruzen Asian Edition).
- (7) GOW, R.S., MILLARD, D.J.: Automatic control in gas-cooled-reactor nuclear power stations, *I.E.E. Conf. Publ.*, 16 pt. 1, (1966).
- (8) YELLOWLEES, J.M., FRENCH, P.R.J.: Kinetics and control of the Berkeley reactors, *2nd Geneva Conf.*, P/55, (1958).
- (9) GHALIB, S.A., SOUTHWOOD, J.R.M.: The Berkeley power station, *ibid.*, P/264, (1958).
- (10) Berkeley parameters, *Nucl. Power*, 52, (May 1962).
- (11) 須田信英: "原子炉の動特性と制御", pp.120~125 (1969), 同文書院.
- (12) MIIDA, J., et al.: Analysis of dynamic characteristics of British type gas cooled reactors, *JAERI 1006-B*, 40~42 (Dec. 1959).
- (13) 今崎正秀: 原子炉の flux shape mode 伝達関数の真性特異点について, 近く投稿の予定.

〔付 録〕

1. Flux shape mode 伝達関数 (基本 mode)

Xe 振動問題の flux shape mode をブロック線図に整理すると Fig. A1 のようになり, おのおのの基本 mode 伝達関数は次のように表わされる⁽⁴⁾.

(1) 1次元化した解析の場合

$$\begin{aligned}\widetilde{G}_{Ri}(s) &= (\bar{\phi}_i^* \xi_i / L) \cdot (1/s) \\ \widetilde{G}_{xi}(s) &= Q_{xi}(-a_i s + 1) / (p_i s^2 + q_i s + 1) \\ \widetilde{G}_{ui}(s) &= \frac{\beta_u(P_u/h_u)}{1 + (c_u/h_u)s} + \frac{\beta_u F(s)}{1 + (c_u/h_u)s} \xi_i(s) \\ \widetilde{G}_{gi}(s) &= \frac{\beta_g(P_g/h_g)}{1 + (c_g/h_g)s} + \frac{\beta_g F(s)}{1 + (c_g/h_g)s} \xi_i(s)\end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned}F(s) &= \frac{1}{Vc_e} \left\{ \frac{P_u}{1 + (c_u/h_u)s} + \frac{P_g}{1 + (c_g/h_g)s} \right\} \\ \xi_i(s) &= [1 / \{D^2(s) + \kappa_i^2\}] \{D(s) + (2/H)\rho_i(s)\kappa_i\} \\ \rho_i(s) &= [\kappa_i / \{D^2(s) + \kappa_i^2\}] \\ &\quad \cdot [1 - (-1)^i \exp(-D(s)H)]\end{aligned}$$

Fig. A1 The i 'th mode block diagram for the Xe oscillation

$$D(s) = \frac{1}{Vc_e} \left\{ \frac{c_u s}{1 + (c_u/h_u)s} + \frac{c_g s}{1 + (c_g/h_g)s} \right\}$$

(2) 2次元化した解析の場合

$$\begin{aligned}\widetilde{G}_{Ri}(s) &= (\bar{\phi}_{i0}^* \xi_i / L) \cdot (1/s) \\ \widetilde{G}_{xi}(s) &= Q_{xi}(-a_i s + 1) / (p_i s^2 + q_i s + 1) \\ \widetilde{G}_{ui}(s) &= Q_u(ws + 1) / (us^2 + vs + 1) \\ \widetilde{G}_{gi}(s) &= Q_g(ys + 1) / (us^2 + vs + 1)\end{aligned}$$

ただし, $Q_i = \beta_i(WP_i + P_u h_i + P_g h_g) / (Wh_i)$

ここで,

$\widetilde{G}_{Ri}(s)$: 拡散系の mode 伝達関数
 $\widetilde{G}_{xi}(s)$: Xe 系の mode 伝達関数
 $\widetilde{G}_{ui}(s)$: 熱系の燃料棒温度変化に起因した feedback loop の mode 伝達関数
 $\widetilde{G}_{gi}(s)$: 熱系の減速材温度変化に起因した feedback loop の mode 伝達関数
 β_g : 減速材の反応度温度係数 ($1/^\circ\text{C}$)
 s : Laplace の演算子

β_g, s 以外の文字は原子炉によって定まる定数と考えれば良い。なお, 基本 mode の mode 番号は, 慣例に従い, 2次元化した解析の場合は 0, 1次元化した解析の場合は 1 とし, 両者の区別を図った。

2. L-L model と L-D model の伝達関数

次の基礎方程式⁽¹¹⁾を温度や熱発生定の定常状態からの変化分に注目して解析すると下記の伝達関数が得られる。解析法等の詳細は文献⁽¹¹⁾を参照されたい。

$$\begin{aligned}C_f \partial \theta_f / \partial t &= \mu_f P_L \sin(\pi z / L) - H_1(\theta_f - \theta_c) \\ C_c(\partial \theta_c / \partial t + V \partial \theta_c / \partial z) &= H_1(\theta_f - \theta_c) + H_2(\theta_m - \theta_c) \\ C_m \partial \theta_m / \partial t &= \mu_m P_L \sin(\pi z / L) - H_2(\theta_m - \theta_c)\end{aligned}$$

(1) 基礎方程式で $C_c \partial \theta_c / \partial t$ なる項を無視しない場合⁽¹¹⁾

(1) L-L model: 文献⁽¹¹⁾の伝達関数を少し変形すると, 次の伝達関数が得られる。

$$\delta \theta_2(s) / \delta P_L(s) = \frac{(es + 1)f}{as^3 + bs^2 + cs + d} \quad (\text{A1})$$

ただし, $a = T_f T_c T_m$

$$b = T_f T_m + T_f T_c + T_m T_c$$

$$c = (1 - K_2)T_f + (1 - K_1)T_m + T_c$$

$$d = 1 - K_1 - K_2, \quad e = \mu_f T_m + \mu_m T_f$$

$$f = 2 / \{H_1 + H_2 + (2C_c V / L)\}.$$

(2) L-D model:

$$\begin{aligned}\delta \theta_2(s) / \delta P_L(s) &= [\{\mu_f / (1 + T_f s)\} \\ &\quad + \{\mu_m / (1 + T_m s)\}] (T_0 / \pi C_e) \\ &\quad \cdot \frac{1 + \exp\{-A(s)L\}}{1 + \{A(s)L / \pi\}^2} \quad (\text{A2})\end{aligned}$$

ただし,

$$A(s) = (s/V) \{ 1 + \{ (C_f/C_e) / (1 + T_f s) \} + \{ (C_m/C_e) / (1 + T_m s) \} \}$$

(2) 基礎方程式で $C_e \partial \theta_c / \partial t$ なる項を無視

した場合

(1) L-L model:

$$\partial \theta_2(s) / \partial P_L(s) = \frac{(es+1)f}{b's^2 + c's + d} \quad (A3)$$

ただし, $b' = T_f T_m$

$$c' = (1 - K_2) T_f + (1 - K_1) T_m$$

d, e, f は (A1) 式の場合と同じ

(2) L-D model:

$$\begin{aligned} \partial \theta_2(s) / \partial P_L(s) = & \{ \{ \mu_f / (1 + T_f s) \} \\ & + \{ \mu_m / (1 + T_m s) \} \} (T_0 / \pi C_e) \\ & \cdot \frac{1 + \exp\{-A(s)L\}}{1 + \{A(s)L/\pi\}^2} \quad (A4) \end{aligned}$$

ただし,

$$A(s) = (s/V) \{ \{ (C_f/C_e) / (1 + T_f s) \} + \{ (C_m/C_e) / (1 + T_m s) \} \}$$

ここで, θ_c : 冷却材の温度 (°C)

θ_2 : 冷却材の炉心出口温度 (°C)

P_L : ユニットセル内の熱発生
(cal/cm·sec)

C_e : ユニットセル内の冷却材の熱容量
(cal/cm·°C)

t : 時間 (sec), s : Laplace の演算子

δ : 定常状態からの変化分

上記以外の文字は原子炉によって定まる定数と考えればよい。

投稿歓迎！ 本「会誌」各欄の要項

本誌各欄の内容は、大要つぎのとおりです。(有料分の掲載料は6,000円/頁)

- ① 研究論文(5頁まで無料) 研究の対象・方法あるいは結果に独創性・創造性があり、かつ明確で価値ある結論や事実を含み、未公開のもの。欧文は「欧文誌」に掲載される。
- ② 技術報告(5頁まで無料) 材料の製作・施設・設備・装置等の設計・試験・運転などの新しい経験やその結論をまとめた実用価値のある論文で、未公開のもの。欧文は「欧文誌」に掲載。
- ③ ショート・ノート(2頁以内) 研究・技術上の独創的かつ重要な発見または結論を含む論文の速報、掲載論文に対する意見および質疑応答。欧文は「欧文誌」に掲載。
- ④ 資料(5頁まで無料) 研究・技術に関する参考資料および解説・調査集計報告など。
- ⑤ 私のノートから(2頁以内) 各専門分野の研究、または技術上の経験、斬新なアイデア、珍しい実験結果など。
- ⑥ 談話室(2頁以内) 本会および本誌に対する希望・意見、または内外の会議・学会などの見聞記、あるいは科学・技術上の提言など。
- ⑦ 新刊紹介(約0.5頁) 内外の出版物の書評および紹介。
- ⑧ 巻頭言、総説、講演、講座、特集等の各欄は編集委員会で企画する。

会員投稿欄は、研究論文、技術報告、ショート・ノート、資料、私のノートから、談話室、新刊紹介ですから、奮ってご投稿願います。ご投稿には「投稿規程」、「投稿の手引」(7月より改訂)に従って所定の原稿用紙(30枚綴り1部100円干70円。欧文は適宜のタイプ用紙で正副2通)により、「投稿票」(付チェックリスト)を添付して事務局宛ご送付下さい。その他、ご意見・ご希望やご提案は大歓迎です。