611. 有限要素法による粘弾性球殻のクリープ座屈解析

宮崎 則幸*, 矢川 元基*, 安藤 良夫*

(1974年 9月19日 受理)

(1974年 12月12日 再受理)

Application of Finite Element Method to Creep Buckling of Visco-Elastic Spherical Shell

By Noriyuki MIYAZAKI, Genki YAGAWA and Yoshio ANDO

The present paper describes a finite element approach to the creep buckling analysis of a shallow spherical shell subjected to external pressure. This shell is assumed to be made of visco-elastic material, whose creep characteristics are represented by Voigt's 4-elements model. The incremental method is employed, and the stability of the equilibrium state obtained at individual time intervals is verified. By means of this method, we analyze not only the behavior of the pre-buckling state, but also the process of snap-through and the behavior in post-buckling state. It is also shown that snap-through buckling occurs after the lapse of a finite time, if the external pressure is larger than a certain critical value.

KEYWORDS: *finite element method, creep buckling, visco-elastic material, Voigt's 4-elements model, spherical shell, critical time, stability, high temperature*

I. 緒 言

薄肉シェルは構造要素として広く用いられている。このような構造要素では、圧縮荷重が作用する場合、この値が臨界値に達すると座屈を起す。特に、外圧を受ける部分球殻では、飛び移り座屈を起すことが知られている⁽¹⁾。

一方、原子力機器、化学プラントなど高温で使用される構造物を設計する際、クリープ挙動を考慮した応力解析をする必要が生じる⁽²⁾。外圧を受ける部分球殻では、加えられている外圧が臨界荷重より小さい場合でも、ある時間(臨界時間)経過すると、突然、飛び移り座屈を起し、大きな変形を生ずることが予想される。この問題についての研究はすでにいくつかの報告が出されているが、これらの報告では飛び移り過程および座屈後の解析は行われていない^{(3)~(5)}。

近年、有限要素法は構造解析の分野で長足の進歩を遂げ、線形解析だけでなく、浅い部分球殻の飛び移り座屈問題⁽⁶⁾⁽⁷⁾や時間依存の問題であるクリープ解析^{(8)~(10)}などの非線形問題にも広く使用されている。

本報では、有限要素法による浅い部分球殻のクリープ座屈解析の方法を提案した。この解析は座屈前および座屈後の解析も含んでいる。また浅い部分球殻は粘弾性材料でできていると仮定し、このクリープ特性はVoigtの4要素モデルで表わせるものとした。

II. 理 論

軸対称殻をFig. 1に示すような円錐台殻の集合としてモデル化し、それぞれの円錐台殻が1つの要素と仮定する。

* 東京大学工学部原子力工学科(Dept. of Nucl. Eng., Faculty of Eng., Univ. of Tokyo)

Fig. 1 Idealization of axis-symmetric shell as assemblage of conical frusta

1. 応力-ひずみ関係式

本報では材料のクリープ特性を表わすためにFig. 2に示すように2つのバネ要素および2つのダッシュポット要素より成るVoigtの4要素モデルを採用する。この場合、単軸応力状態での応力-ひずみ関係式は増分形で次のように書ける⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。

$$E_g = 2,500 \text{ kg/mm}^2, E_i = 2,000 \text{ kg/mm}^2 \\ \eta_g = 100,000 \text{ kg} \cdot \text{hr/mm}^2, \eta_i = 7,000 \text{ kg} \cdot \text{hr/mm}^2$$

Fig. 2 Voigt's 4-elements model

$$\Delta\sigma = E_g \Delta\epsilon - \Delta\sigma_a \quad (1a)$$

$$\Delta\sigma_a = \left\{ \left(\frac{E_g}{\eta_g} + \frac{E_i}{\eta_i} \right) \sigma - \frac{E_g E_i}{\eta_i} \epsilon_i \right\} \Delta t \quad (1b)$$

$$\epsilon_i(t) = \frac{1}{\eta_i} \int_{t-\Delta t}^t \sigma(\tau) e^{-(t-\tau)(E_i/\eta_i)} d\tau \\ + \epsilon_i(t-\Delta t) e^{-(E_i/\eta_i) \Delta t} \quad (1c)$$

ここで、 E_g, E_i : それぞれバネ要素の弾性係数

η_g, η_i : それぞれダッシュポット要素の粘性係数

σ, ϵ : 応力およびひずみ

σ_a : 粘弾性により生じるみかけの応力

t : 時間, Δ : 増分を示す

いま $\sigma(t)$ を微小時間増分 Δt 内で一定とすると(1c)式は次のように書き直せる。

$$\epsilon_i(t) = \frac{\sigma}{E_i} \{ 1 - e^{-(E_i/\eta_i) \Delta t} \} + \epsilon_i(t-\Delta t) e^{-(E_i/\eta_i) \Delta t} \quad (1c')$$

(1a), (1b), (1c') 式を平面応力状態に拡張すると次のようになる。

$$\Delta\sigma = E_g D_b \Delta\epsilon - \Delta\sigma_a \quad (2a)$$

$$\Delta\sigma_a = \left\{ \left(\frac{E_g}{\eta_g} + \frac{E_i}{\eta_i} \right) \sigma - \frac{E_g E_i}{\eta_i} D_b \epsilon_i \right\} \Delta t \quad (2b)$$

$$\epsilon_i = \frac{1}{E_i} D_b^{-1} \sigma \{ 1 - e^{-(E_i/\eta_i) \Delta t} \} \\ + \epsilon_i(t-\Delta t) e^{-(E_i/\eta_i) \Delta t} \quad (2c)$$

ここで、添字 s および θ を子午線方向、周方向を表わすものとしたとき、 $\Delta\sigma, \Delta\epsilon, \Delta\sigma_a, \epsilon_i$ は次に与えられるようなベクトルである。

$$\Delta\sigma = \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_s \\ \Delta\sigma_\theta \end{Bmatrix}, \Delta\epsilon = \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_s \\ \Delta\epsilon_\theta \end{Bmatrix}, \Delta\sigma_a = \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_{as} \\ \Delta\sigma_{a\theta} \end{Bmatrix} \\ \epsilon_i = \begin{Bmatrix} \epsilon_{is} \\ \epsilon_{i\theta} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

また、等方性材料に対して D_b は次のように与えられる。

$$D_b = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 ν : ポアソン比

ところで、Kirchhoff-Love の仮定を用いると、 $\Delta\epsilon$ は次のように表わせる。

$$\Delta\epsilon = \begin{Bmatrix} \Delta e_{ms} - \bar{z} \Delta \chi_{ms} \\ \Delta e_{m\theta} - \bar{z} \Delta \chi_{m\theta} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 $e_{ms}, e_{m\theta}$ と $\chi_{ms}, \chi_{m\theta}$: それぞれ殻中央面のひずみと曲率変化

$\bar{z}$: 殻中央面から板厚方向へった座標

(4), (5) 式より(2a)式は次のようになる。

$$\Delta\sigma = \frac{E_g}{1-\nu^2} \left\{ (\Delta e_{ms} + \nu \Delta e_{m\theta}) - \bar{z} (\Delta \chi_{ms} + \nu \Delta \chi_{m\theta}) \right\} \\ - \Delta\sigma_a \quad (6)$$

面内合応力 N_s, N_θ と合モーメント M_s, M_θ とを Fig. 1 のようにとる。また、これらを次のように定義する。

$$\Delta N_s = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta\sigma_s d\bar{z}, \quad \Delta N_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta\sigma_\theta d\bar{z} \quad (7)$$

$$\Delta M_s = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_s \bar{z} d\bar{z}, \quad \Delta M_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_\theta \bar{z} d\bar{z}$$

ここで, h : 殻の板厚

(6)式を(7)式に代入して整理すると, 次式のような広義の応力-ひずみ関係式が得られる。

$$\Delta N = \begin{Bmatrix} \Delta N_s \\ \Delta N_\theta \\ -\Delta M_s \\ -\Delta M_\theta \end{Bmatrix} = D \Delta e - \Delta C \quad (8)$$

$$\text{ここで, } \Delta e = \begin{Bmatrix} \Delta e_{ms} \\ \Delta e_{m\theta} \\ \Delta \chi_{ms} \\ \Delta \chi_{m\theta} \end{Bmatrix} \quad (8a)$$

$$D = \frac{E_0 h}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 \\ \text{対称} & & h^2/12 & h^2\nu/12 \\ & & h^2\nu/12 & h^2/12 \end{pmatrix} \quad (8b)$$

$$\Delta C = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_{ss} \\ \Delta \sigma_{s\theta} \\ -\Delta \sigma_{ss} \bar{z} \\ -\Delta \sigma_{s\theta} \bar{z} \end{Bmatrix} d\bar{z} \quad (8c)$$

2. 変位

Fig. 3 に 2 つの節点 i, j をもつ軸対称殻の要素を示す。図中で s は子午線方向の距離を表わす。節点変位は Fig. 3 に示すように $\bar{u}, \bar{w}, \bar{\beta}$ で規定される。よって節点 i の変位は次のような 3 成分からなる。

$$d_i = \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{w}_i \\ \bar{\beta}_i \end{Bmatrix} \quad (9)$$

節点 i, j をもつ要素の節点変位ベクトルは次のようになる。

$$d = \begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$N_d' = \begin{bmatrix} 1-s' & 0 & 0 & s' & 0 & 0 \\ 0 & 1-3s'^2+2s'^3 & L(s'-2s'^2+s'^3) & 0 & 3s'^2-2s'^3 & L(-s'^2+s'^3) \end{bmatrix} \quad (13)$$

ここで, $s' = s/L$

L : 要素の長さ

(11)式を増分形に直すと次のようになる。

$$\Delta v = N_d \Delta d \quad (14)$$

3. ひずみ-変位関係式

幾何学的非線形性を考慮したひずみ-変位関係式として次式を採用する。

$$\left. \begin{aligned} e_{ms} &= -\frac{du}{ds} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{ds} \right)^2 \\ e_{m\theta} &= (u \sin \phi + w \cos \phi) / r \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Fig. 3 Finite element configuration

要素内変位 v が節点変位 d で補完されるとし, この 2 つのベクトルを結びつける形状関数を隣接要素間で, $u, w, dw/ds$ が連続となる条件から決定する。このような条件を満たすには, 面内変位 u を s の 1 次式とし, 面外変位 w を s の 3 次式とすればよい。以上より v と d の関係は次のように表わせる。

$$v = \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = N_d \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} d \equiv N_d d \quad (11)$$

ここで, λ は Fig. 3 で示した $(\bar{u}, \bar{w}, \bar{\beta})$ から $(u, w, dw/ds)$ への変換マトリックスであり, 次のように与えられる。

$$\lambda = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで, ϕ : 要素と対称軸のなす角

(11)式の N_d' は次のように与えられるものである。

$$\chi_{ms} = \frac{d^2 w}{ds^2}, \quad \chi_{m\theta} = \frac{\sin \phi}{r} \cdot \frac{dw}{ds}$$

ここで, r : 対称軸と殻中央面との距離

(15)式を増分表示すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{ms} &= \frac{d \Delta u}{ds} + \frac{dw}{ds} \cdot \frac{d \Delta w}{ds} + \frac{1}{2} \left(\frac{d \Delta w}{ds} \right)^2 \\ \Delta e_{m\theta} &= (\Delta u \sin \phi + \Delta w \cos \phi) / r \\ \Delta \chi_{ms} &= \frac{d^2 \Delta w}{ds^2} \\ \Delta \chi_{m\theta} &= \frac{\sin \phi}{r} \cdot \frac{d \Delta w}{ds} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Δe_{m_i} の右辺第3項は2次の微小量であり、幾何学的剛性マトリックスを作る時以外は省略される。

(16)式を増分に関して線形部分と非線形部分の2つに分けると、

$$\Delta e = \Delta e_L + \Delta e_{NL} \quad (17)$$

ここで、

$$\Delta e_L = \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Delta u}{ds} + \frac{dw}{ds} \cdot \frac{d\Delta w}{ds} \\ (\Delta u \sin \phi + \Delta w \cos \phi)/r \\ \frac{d^2 \Delta w}{ds^2} \\ \frac{\sin \phi}{r} \cdot \frac{d\Delta w}{ds} \end{array} \right\} \quad (17a)$$

$$B_1' = \begin{bmatrix} -1/L & 0 & 0 \\ (1-s') \sin \phi/r & (1-3s'^2+2s'^3) \cos \phi/r & L(s'-2s'^2+s'^3) \cos \phi/r \\ 0 & -(6-12s')/L^2 & -(4-6s')/L \\ 0 & -(6s'-6s'^2) \sin \phi/rL & -(1+4s'-3s'^2) \sin \phi/r \end{bmatrix}$$

$$B_2' = \begin{bmatrix} 1/L & 0 & 0 \\ s' \sin \phi/r & (3s'^2-2s'^3) \cos \phi/r & L(-s'^2+s'^3) \cos \phi/r \\ 0 & -(12s'-6)/L^2 & -(2-6s')/L \\ 0 & -(6s'+6s'^2) \sin \phi/rL & -(2s'-3s'^2) \sin \phi/r \end{bmatrix} \quad (18a)$$

一方、 B_2' あるいは B_2 は殻の形状変化に依存するものであり、次のように与えられる。

$$B_2 = \begin{pmatrix} GdG \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (18b)$$

(18b)式でマトリックス G は次のように表わせるものである。

$$G = G' \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad (19)$$

ここで、

$$G' = \begin{bmatrix} 0 & (-6s'+6s'^2)/L & 1-4s'+3s'^2 & 0 \\ (6s'-6s'^2)/L & -2s'+3s'^2 \end{bmatrix} \quad (19a)$$

(19)式を用いると Δe_{NL} は次のようになる。

$$\Delta e_{NL} = \frac{1}{2} (G \Delta d)^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

4. 仮想仕事の原理

境界条件を斉次とすると、増分形の仮想仕事の原理は次のように書ける⁽¹³⁾。

$$\int_A \{\delta(\Delta e)\}^T (N + \Delta N) dA - \int_A \{\delta(\Delta v)\}^T (F + \Delta F) dA = 0 \quad (21)$$

$$\Delta e_{NL} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{d\Delta w}{ds} \right)^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (17b)$$

節点変位増分 Δd を用いると、 Δe_L は次のように書ける。

$$\Delta e_L = (B_1' + B_2') \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \Delta d \equiv (B_1 + B_2) \Delta d \equiv B \Delta d \quad (18)$$

ここで、 B_1' あるいは B_1 は殻の形状変化によらないもので、次のように与えられる。

ここで、 F : 殻中央面の単位面積当りの分布力

A : 要素面積, δ : 変分量, T : 転置

ところで dA は

$$dA = 2\pi r ds = 2\pi r L ds' \quad (22)$$

(22)式を用いると、(21)式は次のようになる。

$$\int_0^1 \{\delta(\Delta e)\}^T (N + \Delta N) r L ds' - \int_0^1 \{\delta(\Delta v)\}^T (F + \Delta F) r L ds' = 0 \quad (23)$$

(8), (14), (17), (18), (20)式を(23)式に代入し、増分量に関して3次以上の微小項を省略し、かつ前ステップで釣合いが完全に満足されているものとする、次のような要素についての平衡方程式が得られる。

$$(k^e + k^o) \Delta d = \Delta F_A + \Delta F_C \quad (24)$$

$$\text{ここで, } k^e = \int_0^1 B^T D B r L ds' \quad (24a)$$

$$k^o = \int_0^1 G^T N_s G r L ds' \quad (24b)$$

$$\Delta F_A = \int_0^1 N_s^T \Delta F r L ds' \quad (24c)$$

$$\Delta F_C = \int_0^1 B^T \Delta C r L ds' \quad (24d)$$

ここで、マトリックス k^o : 幾何学的剛性マトリックス
(24)式をすべての要素について重ね合わせると、系全体の平衡方程式は次のようになる。

$$\sum_{i=1}^n (k^e + k^o) \Delta d = \sum_{i=1}^n (\Delta F_A + \Delta F_C) \quad (25)$$

ここで, n : 要素数

III. 計算方法

計算手順をまとめると次のようになる。

時間 $t=0$ では

- (1) (25)式で ΔF_0 を 0 とおき, 通常の荷重漸増法を用いて, 大変形を考慮した弾性解を求める。

時間 $t>0$ では

- (2) 新しい殻形状および前ステップの N_0 を用いて, k^e および k^p を修正する。
- (3) 前ステップの σ_s, σ_θ などより ΔC を計算する。
- (4) (2), (3) の操作をすべての要素について行い, 系全体の平衡方程式(25)を作る。
- (5) (25)式を解き変位増分 Δd を求め, さらにこの値を用いて, $\Delta \sigma, \Delta N$ を求める。 $\Delta d, \Delta \sigma, \Delta N$ 等を前ステップの値に加え込み, d, σ, N を求める。ここで連立1次方程式(25)を解くのにガウスの消去法を用いた。
- (6) 時間増分 Δt を決定する。
- (7) (25)式を解いて得られた平衡状態が安定か不安定かを判定する。もし平衡状態が安定でなかったならば, 参考文献(6)と同じような方法で, 飛び移りの過程を解析する。すなわち, 平衡状態が安定性を失った時点で, 時間の進行を止め, 外圧を減らしていく。臨界時間 T_{cr} をこの時間で定義する。また平衡状態が安定性を回復したならば, 逆に外圧を増やし, 外圧が最初の値に戻るまで解析を行う。
- (8) 平衡状態が安定ならば, 次の時間ステップに進む。

この計算の流れ図をFig. 4に示す。

(8c)式で ΔC を求めるために, 各要素を板厚方向へ20等分しておき, 各層での σ_s, σ_θ の平均値を計算に用いる。各剛性マトリックスおよび荷重ベクトルを計算するのに必要な積分計算には, ガウスの数値積分公式を用いた。

平衡状態の安定性を判定するために, 系の剛性マトリックスの正値性を調べた。この正値性を調べるためには, 剛性マトリックスにガウスの消去法の前進消去過程を施して得られる上三角行列の対角要素の正負を調べればよい。すなわち, これがすべて正であるならば, マトリックスは正値である。

また, 時間増分 Δt は代表変位の増分が指定された基準値を越えないように決定される。本報で取り扱う浅い部分球殻のクリープ座屈の場合, 代表変位として

Fig. 4 Flow chart for computational processes at $t > 0$

球殻中心のたわみをと, これが殻の板厚の1/100を越えないように Δt を決めるものとする。

IV. 解析結果および検討

ここではFig. 5に示すような部分球殻のクリープ座屈解析の結果を示す。部分球殻の寸法を a (球殻半径) $= 1,000$ mm, h (板厚) $= 2$ mm, β (半頂角) $= 0.1$ rad. とする。いま, 形状パラメータを

$$\alpha = a\beta^2/h \quad (26)$$

で定義すると, この部分球殻の場合, $\alpha = 5$ である。ここで, 周辺は固定とする。

$$a = 1,000 \text{ mm}, h = 2 \text{ mm}, \beta = 0.1 \text{ rad}$$

Fig. 5 Geometry and loading of shallow spherical shell

また, 使用した物性値は, Fig. 2のVoigtの4要素モデルで, 次のように与えられるものである。

$$\begin{aligned}
 E_0 &= 2,500 \text{ kg/mm}^2, \quad E_t = 2,000 \text{ kg/mm}^2 \\
 \eta_0 &= 100,000 \text{ kg} \cdot \text{hr/mm}^2 \\
 \eta_t &= 7,000 \text{ kg} \cdot \text{hr/mm}^2, \\
 \nu &= 0.3
 \end{aligned}
 \quad (27)$$

これらの物性値は常温におけるポリカーボネートの値に近いものである⁽¹²⁾。

外圧 p を、 $p=0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.55 p_c^*$ としたときの球殻中心のたわみの時間変化を Fig. 6 に示す。また Fig. 7 に球殻中心の飛び移り量 δ の外圧による変化を示す。これらの図より、 $p=0.9, 0.8, 0.7, 0.6 p_c$ の各場合は、ある時間(臨界時間)経過すると平衡状態がエネルギー的に不安定になり、他の安定な平衡状態に向って瞬時に大きな変形を生じ、飛び移り座屈を起していることがわかる。また、その飛び移り量 δ は外圧の減少とともに小さくなっていく。Fig. 7 に示すように、曲線を外挿すると、およそ $p=0.55 p_c$ 付近で δ が 0 となる。このことは、これ以下の外圧では飛び移り座屈を起さないことを意味している。実際に $p=0.55 p_c$ の場合について解析を行うと、Fig. 6 に示すように、約 6 hr 付近のところでかなり大きな変形を呈しているが、この変形は安定に変形していくものであり、飛び移り座屈によるものではない。このことは、系の剛性マトリックスが常に正值であることか

Fig. 6 Time-central deflection curves

δ = (central deflection after snap-through)
 - (central deflection before snap-through)

Fig. 7 Pressure- δ curve

らもわかる。以上のことより、本解析例では $p=0.55 p_c$ 付近に飛び移り座屈を起す臨界点が存在していることがわかる。すなわち、この臨界値以上の外圧を加えれば、有限な時間経過すると飛び移り座屈を起すが、それ以下では飛び移り座屈は起さない。

Fig. 8 に、臨界時間 T_{cr} の外圧による変化を示す。臨界時間は外圧 p の減少とともに増大し、 $p=0.55 p_c$ 付近で無限大になっていくことがわかる。

Fig. 8 Pressure-critical time curve

Fig. 9 および 10 に $p=0.7 p_c$ の場合の各時間におけるたわみ波形の分布および子午線方向の面内力の分布を示す。Fig. 10 で η_s は無次元量で

$$\eta_s = \frac{aN}{Eh^2} \quad (28)$$

で与えられる。Fig. 9 より飛び移りにより③→④へと大きく変形していることがわかる。また、Fig. 10 より、子午線方向の面内力は飛び移り前は負であったものが、飛び移り後はしだいに正に変化していくことがわかる。

なお、飛び移り過程の解析を厳密にするには動的な

Fig. 9 Deflection pattern

* p_c は静的な飛び移り解析で求まる上座屈値で、本解析例の場合 $7.17 \times 10^{-3} \text{ kg/mm}^2$ である。

Fig. 10 Distribution of meridian stress resultant

取扱いをすべきである⁽¹⁴⁾。しかし本解析例の場合、飛び移り過程に要する時間を文献(14)の結果を用いて評価すると約2 msec程度であり、クリープ現象の時間オーダーと比べて非常に小さいと考えられるので、座屈点で時間の進行を止めて静的な飛び移り解析を行っても充分良い近似と考えられる。

V. 結 言

有限要素法を用いることにより、粘弾性特性を持つ浅い部分球殻のクリープ座屈解析を行なった。これによって飛び移り座屈前の挙動だけでなく、飛び移り過程および飛び移り後の挙動も明らかにした。また、この解析により、外圧がある臨界値以上の場合は、有限な時間経過後、飛び移り座屈を起すが、それ以下の値では、飛び移りというモードの座屈は起らない、ということがわかった。

〔記 号〕

本報で用いた主要な記号を次に列挙する。

- a : 球殻の半径
- B : ひずみマトリックス
- ΔC : クリープによる応力増分ベクトル
- d : 節点変位ベクトル
- D_0 : 応力-ひずみマトリックス
- D : 広義の応力-ひずみマトリックス
- e : 自然対数の底
- e_m : 殻中央面のひずみ
- e : 広義のひずみベクトル

E_0, E_1 : Voigtの4要素モデルのバネ要素の弾性係数
 F_A : 外荷重ベクトル

F_C : クリープによる荷重ベクトル

h : 殻の板厚

k^s : (微小変形剛性マトリックス)+(殻の形状変化より生じる剛性マトリックス)

k^g : 幾何学的剛性マトリックス

L : 要素の長さ, M : 合モーメント

N : 面内合応力, N : 広義の応力ベクトル

N_d : 形状関数マトリックス

p : 球殻に加わる外圧

p_c : 静的な飛び移り座屈解析で求まる上座屈値

r : 対称軸と殻中央面との距離

s : 要素の子午線方向にとった座標

$s' = s/L$, t : 時間

T_c : 臨界時間, u : 面内変位

v : 要素内変位ベクトル, w : 面外変位

$\bar{z}$: 殻中央面から板厚方向にとった座標

α : 形状パラメータ($=a\beta^2/h$)

β : 球殻の半頂角

δ : 飛び移り量=(飛び移り後の殻中心の変位) - (飛び移り前の殻中心の変位)

ε : ひずみ, ε : ひずみベクトル

η : 無次元化された面内合応力($=aN/Eh^2$)

η_0, η_1 : Voigtの4要素モデルのダッシュポット要素の粘性係数

λ : 座標変換マトリックス, ν : ポアソン比

σ : 応力, σ : 応力ベクトル

ϕ : 要素と対称軸のなす角度

χ_m : 殻中央面の曲率変化

$\Delta(\)$: 増分量, $\delta(\)$: 変分量

$(\)_a$: 見かけの量

$(\)_i, (\)_v$: Voigtの4要素モデルに係わる量

$(\)_s$: 子午線方向成分, $(\)_\theta$: 周方向成分

$\int (\) dA$: 面積積分

なお、本研究の一部は倉田奨励金によって行われたことを付記する。

—参考文献—

- (1) TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M.: "Theory of Elastic Stability", (1961), McGraw-Hill.
- (2) ODQVIST, F.K.G., HULT, J.: "Kriechfestigkeit Metallischer Werkstoffe", (1962), Springer-Verlag. (村上澄男: 邦訳"クリープ強さの理論", (1967), 培風館).
- (3) SHI, J.J.J., JOHNSON, C.D., BAULD, N.R., Jr.: AIAA J., 8[3], 469 (1970).
- (4) 矢川元基, 宮崎則幸, 安藤良夫: 機械学会講演論文集, No. 740-2, 211 (1974).
- (5) HUANG, N.C.: J. Appl. Mech., 32[2], 323 (1965).

- (6) KIKUCHI, F., OHYA, H., ANDO, Y.: *J. Nucl. Sci. Technol.*, 10[6], 339 (1973).
- (7) 小久保邦雄, 山本善之: 造船学会論文集, 133, 143 (1973).
- (8) GREENBAUM, G.A., RUBINSTEIN, M.F.: *Nucl. Eng. Design*, 7, 379 (1968).
- (9) CHANG, T.Y., RASHID, Y.R.: *Preprints 1st Int. Conf. Struct. Mech. Reactor Technol.*, 6, L4/2, (1971).
- (10) YAGAWA, G., ANDO, Y.: *Proc. 2nd Int. Conf. Struct. Mech. Reactor Technol.*, L4/2, (1973).
- (11) 山田嘉昭: “塑性・粘弾性”, コンピュータによる構造工学講座 II-2, (1972), 培風館.
- (12) 竹園茂男, 田中 宣: 機械学会論文集, 40[331], 652 (1974).
- (13) WASHIZU, K.: “*Variational Methods in Elasticity and Plasticity*”, (1968), Pergamon Press.
- (14) 安藤良夫, 矢川元基, 大矢弘史: 機械学会講演論文集, No. 732-1, 19 (1973).

投 稿 歓 迎!

(1975.5 一部改正)

本誌「投稿欄」の内容は、次のとおりです。()は無料ページで、超過分の掲載料は10,000円/頁)

① 研究論文(5頁)	研究の対象・方法あるいは結果に独創性・創造性があり、かつ明確で価値ある結論や事実を含み、未公開のもの。欧文は「欧文誌」に掲載される。
② 技術報告(5頁)	材料の製作・施設・設備・装置等の設計・試験・運転などの新しい経験やその結論をまとめた実用価値のある論文で、未公開のもの。欧文は「欧文誌」に掲載。
③ ショート・ノート(2頁)	研究・技術上の独創的でかつ重要な発見または結論を含む論文の速報。(欧文は「欧文誌」に掲載)。
内で2頁以内は無料
④ レター(2頁以内)(新設)	掲載論文に対する質疑応答および意見。(欧文は「欧文誌」に掲載)
⑤ 資料(5頁)	研究・技術に関する参考資料および調査集計報告など。
⑥ 私のノートから(2頁)	各専門分野の研究または技術上の経験、斬新なアイデア、珍しい実験結果など。
⑦ 談話室(2頁)	内外の会議・学会などの見聞記、あるいは科学・技術上の提言など。
⑧ 新刊紹介(800字程度)	内外の出版物の書評および紹介。
⑨ 会員のこえ(600字程度)	本会および本誌などに対する批判的ご意見・ご希望・ご提案などの自由投書。(用紙自由、誌上匿名可)

巻頭言、特別寄稿、解説、講演、特集等は編集委員会で立案・企画して執筆依頼する。
ご投稿には、「投稿規程」、「投稿の手引」に従って、所定の原稿用紙(30枚綴り1冊150円 千70円。欧文は市販のタイプ用紙)により、「投稿票」(付チェックリスト)(1部50円、千25円)を添付して事務局宛ご送付下さい。

レターの新設のほか、「投稿規定」・「投稿票」も一部が変更になりましたので、特にご留意願います。