656. 有限要素法による接触粘弾性応力解析

幾島 毅*, 田村 栄悦**

(1977年 5月30日 受理)

Contact Visco-Elastic Stress Analysis Using Finite Element Method

By Takeshi IKUSHIMA and Eietsu TAMURA

In a high temperature gas-cooled reactor, thermal performance of an annular fuel rod is superior to that of the hollow rod. Differential thermal expansion and shrinkage, however, cause closure of the gap between fuel compact and inner graphite sleeve, producing larger stress of the compact and sleeve than in the hollow rod. The contact between compact and sleeve must be fully considered, in design of the annular fuel rod.

Calculational method of this contact visco-elastic problem with the finite element method(FEM) for the annular fuel rod of HTGR is described. FEM results of the simplified problem are compared with those by an analytical one, and adequacy of the former is shown. The FEM is useful for stress analysis of the fuel in multi-purpose experimental very high temperature gas-cooled reactor. It is also applicable to other contact problems such as the pellet clad mechanical interaction in LWR or FBR fuels.

KEYWORDS: viscoelasticity, HTGR type reactors, finite element method, fuel rods, stress, radiation effects, shrinkage, graphite, nuclear fuels, fuel-cladding interactions, performance, numerical solution

I. 緒 言

高温ガス冷却型原子炉の炉心は黒鉛を主要な材料として構成されるので、炉心の構造設計では、黒鉛構造物の原子炉内の挙動を把握し、解析する必要がある。黒鉛は物体内に微細な空孔を有して異方性を示し、その物理的性質は素材および製作工程によって大きく異なる⁽¹⁾。原子炉内で黒鉛は高速中性子の照射によって、寸法および物理的性質が変化し、さらにクリープ現象が存在する⁽²⁾⁽³⁾。

その上、近接する2つの黒鉛構造部材が接触することがあり、接触によって部材に外力が加わる。この接触は、物質値の異なる部材の熱膨脹差に起因するもの以外に、燃料棒のコンパクトと呼ばれる燃料とスリーブと呼ばれる被覆材との間の接触のように、初期に存在しなかったものが、照射寸法変化の差や塑性変形などに起因するものがある。この接触による応力は、設計条件によっては、熱ひずみや照射ひずみの応力より

も大きいことがあり、応力解析において見落してはならない。

高速中性子照射のもとで黒鉛は、コンクリートや高分子材料などと同じように、応力状態は過去の履歴に大きく依存し、粘弾性材料として扱うことが適切と考えられている。

このように黒鉛燃料などの原子炉内黒鉛構造物の応力解析には、物体力、圧力、温度勾配以外に、黒鉛材料の特質である異方性、物性値の照射量と温度の依存性、照射寸法変化を、さらに高速中性子束とその勾配、接触問題を含めた粘弾性解析をしなければならない。

燃料を主目的とした黒鉛構造物の粘弾性応力解析はWitt-Greenstreet⁽⁴⁾、Kastenら⁽⁵⁾、Changら⁽⁶⁾およびStevens-Stansfield⁽⁷⁾によって1次元構造に対して解析的に解いた。しかし、2次元および3次元構造の複雑な

* 日本原子力研究所 (Japan At. Energy Res. Inst.)

** 日本 IBM ㈱ (IBM Japan Ltd.)

形状や境界条件に対して、解析的な方法には限界があり、Chang-Rashid⁽⁶⁾が有限要素法を適用して以来、数多くの研究者^{(9)~(19)}が応用している。

一方、接触問題について有限要素法の適用は、燃料以外の分野では、弾性接触では葛山⁽²⁰⁾に、弾塑性接触では Hatton⁽²¹⁾に、粘弾性接触では Chan⁽²²⁾によって、それぞれ試みられているものの、これらの解析手法が完成されたものとはいえない。

軽水型原子炉および Na 冷却型高速炉の燃料と被覆材との接触応力解析は、差分法および繰返し法などの解析的方法では Jankus-Weeks⁽²³⁾, Kämpf⁽²⁴⁾, Homan⁽²⁵⁾, Wordworth⁽²⁶⁾によって、有限要素法では Visser-VanBuren⁽²⁷⁾, Keegstra⁽²⁸⁾, Harbourne⁽²⁹⁾, Oldberg⁽³⁰⁾, Levy-Wilkinson⁽³¹⁾によって試みられている。しかしながら、高温ガス炉の黒鉛燃料の接触粘弾性応力解析は、Alujevic-Head⁽³²⁾によって解析的な取扱いがなされているものの、有限要素法によるものはない。

本報は、有限要素法による接触粘弾性応力解析についてその解析手法を述べ、黒鉛燃料の応力解析に適用して、解析手法の妥当性を解析解と比較することによって示し、さらに、この手法を多目的高温ガス実験炉の燃料応力解析に使用して、その有用性を示したものである。

II. 理 論

1. 粘弾性応力解析

黒鉛材料の履歴積分法による粘弾性応力解析法は Chang-Rashid⁽⁶⁾と同一なので、ここでは簡単に記述する。

時間依存のひずみと応力との関係式は、汎関数 H とすれば、単軸荷重状態において

$$\varepsilon_x(t) = H(\sigma_x(t)) \quad (1)$$

となり、(1)式を積分展開すれば、

$$\begin{aligned} \varepsilon_x(t_0) = & \int_0^{t_0} J_1(t_0 - t_1) \frac{d}{dt_1} \sigma_x(t_1) dt_1 \\ & + \int_0^{t_0} \int_0^{t_0} J_2(t_0 - t_1, t_0 - t_2) \frac{d}{dt_1} \sigma_x(t_1) \frac{d}{dt_2} \sigma_x(t_2) dt_2 dt_1 \\ & + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

となる。ここで、 J_1, J_2 は1, 2段のクリープ・コンプライアンスであり一般には n 段となるが、第1項だけとれば、(2)式は

$$\varepsilon_x(t_0) = \int_0^{t_0} J(t_0 - t) \frac{d}{dt} \sigma_x(t) dt \quad (3)$$

となる。黒鉛では、 J は高速中性子束 $\phi = \phi(x, t)$ と

温度との関数でもあり、Fig. 1 の Kelvin-Maxwell の1次結合4要素模型を考えれば、

$$J(\phi, t, T) = \frac{1}{E(\phi, t, T)} \{1 + A_0(1 + e^{-A_1 \phi}) + A_2 \phi t\} \quad (4)$$

となる。ここで、 A_0, A_1, A_2 は一般に中性子束、時間、温度の関数である。

Fig. 1 Viscoelastic model

高速中性子照射量 γ_0 は

$$\gamma_0 = \int_0^{t_0} \phi(x, t) dt \quad (5)$$

となり、 γ_0 までのひずみは(3)式から

$$\varepsilon_x(\gamma_0) = \int_0^{\gamma_0} J(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{d}{d\gamma} \sigma_x(\gamma) d\gamma \quad (6)$$

となる。一方、応力は

$$\sigma_x(\gamma_0) = \int_0^{\gamma_0} G(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{d}{d\gamma} \varepsilon_x(\gamma) d\gamma \quad (7)$$

ここで、 G : 緩和関数と呼ばれるもので J の逆数となり、多軸応力下では、(6), (7)式は(8), (9)式となる。

$$\varepsilon(\gamma_0) = \int_0^{\gamma_0} C(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{\partial}{\partial \gamma} \sigma(\gamma) d\gamma \quad (8)$$

$$\sigma(\gamma_0) = \int_0^{\gamma_0} R(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{\partial}{\partial \gamma} \varepsilon(\gamma) d\gamma \quad (9)$$

クリープ・コンプライアンス・マトリックスは Rogers-Pipkin⁽³³⁾によって、Fig. 2 の円柱座標系において直交異方性材料をとれば、

$$[C] = J \begin{bmatrix} \kappa_r & -\nu_r \kappa_r & -\nu_{rz} \kappa_z & 0 \\ & \kappa_r & -\nu_{rz} \kappa_z & 0 \\ \text{(対称)} & & \kappa_z & 0 \\ & & & \kappa_{rz} \end{bmatrix} \quad (10)$$

となり、また、緩和関数マトリックスはクリープ・コンプライアンスから求められる。

(8), (9)式のひずみと応力の成分は、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^T &= \{\varepsilon_r, \varepsilon_{th}, \varepsilon_z, \varepsilon_{rz}\} \\ \sigma^T &= \{\sigma_r, \sigma_{th}, \sigma_z, \sigma_{rz}\} \\ \varepsilon_\theta^T &= \{\alpha_r, \alpha_r, \alpha_z, 0\} T \\ \varepsilon_w^T &= \{\varepsilon_{wr}, \varepsilon_{wr}, \varepsilon_{wz}, 0\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Fig. 2 Cylindrical co-ordinate

となり, (11)式を(8), (9)式へ代入すれば,

$$\epsilon(\gamma_0) = \int_0^{\gamma_0} C(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{\partial}{\partial \gamma} \sigma(\gamma) d\gamma + \epsilon_\theta(\gamma_0) + \epsilon_w(\gamma_0) \quad (12)$$

$$\sigma(\gamma_0) = \int_0^{\gamma_0} R(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{\partial}{\partial \gamma} \cdot \{ \epsilon_i(\gamma) - \epsilon_\theta(\gamma) - \epsilon_w(\gamma) \} d\gamma \quad (13)$$

が得られ, 仮想仕事の原理から,

$$\int_V \sigma_i^T \delta \epsilon_i dV - \int_V f_i^T \delta \epsilon_i v_i dV - \int_S p_i^T \delta \epsilon_i v_i dS = 0 \quad (14)$$

が得られる。ここで, 形状関数マトリックス N とひずみマトリックス B を使用すれば⁽³⁴⁾, 変位とひずみは

$$\left. \begin{aligned} v &= N\delta \\ \epsilon &= B\delta \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となり, (15)を(14)式へ代入して, 次の剛性方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sum_i k(\gamma_0) \delta(\gamma) &= \sum_i \{ P_{\epsilon\theta}(\gamma_0) + P_{\epsilon w}(\gamma_0) + P_p(\gamma_0) \} \\ k(\gamma_0) &= \int_V B^T \left\{ \int_0^{\gamma_0} R(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{\partial}{\partial \gamma} d\gamma \right\} \cdot B dV \\ P_{\epsilon\theta}(\gamma_0) &= \int_V B^T \left\{ \int_0^{\gamma_0} R(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{\partial}{\partial \gamma} \cdot \epsilon_\theta(\gamma) d\gamma \right\} dV \\ P_{\epsilon w}(\gamma_0) &= \int_V B^T \left\{ \int_0^{\gamma_0} R(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{\partial}{\partial \gamma} \cdot \epsilon_w(\gamma) d\gamma \right\} dV \\ P_p(\gamma_0) &= \int_V N^T R^* f dV + \int_S N^T R^* p dS \\ R^* &= \int_0^{\gamma_0} \frac{1}{E(\gamma, T)} G(\gamma_0 - \gamma, T) \frac{\partial}{\partial \gamma} d\gamma \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

2. 接触問題

接触面のすべりが無い場合の接触において, いま2つの物体AとBが自由な変形を許すなら, Fig. 3(a)

のようにオーバー・ラップする。実際には, 力の平衡状態の Fig. 3(b) となり, このときの接触力を P_a, P_b , 初期不整量を d_a, d_b とすれば⁽³⁵⁾,

$$\left. \begin{aligned} P_a &= K_a d_a \\ P_b &= K_b d_b \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$P_a = -P_b \quad (19)$$

これから接触力が求められる。いま, 次のようにおき

$$\left. \begin{aligned} F_a &= K_a^{-1} \\ F_b &= K_b^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(18)~(20)式を用いて, 次式が得られる。

$$[F_a + F_b] P_a = d_a - d_b \quad (21)$$

$$\text{または, } F P_a = d \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで, } F &= F_a + F_b \\ d &= d_a - d_b \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

(22)式を解いて接触力を求め, これを(17)式の P_p に加えて剛性方程式を解けば, 接触粘弾性応力の解を得ることができる。

さて, (22)式から節点力を求めるには, 次のように分解して求められる。

$$\left[\begin{array}{cc} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} P_c \\ P_{in} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} d_c \\ d_{in} \end{array} \right\} \quad (24)$$

ここで, 添字 c は節点のうち接触点を, in は内部接点を示す。(24)式の $P_{in} = 0$ であるから,

$$F_{11} P_c = d_c \quad (25)$$

となり, 接触節点力 P_c が求められる。

(a) Initial overlapping state (b) Force balance state

Fig. 3 Contact of two bodies

接触問題を有限要素法で解く場合, 接触力は節点外力として扱う。しかし, 2物体の接触平衡点それぞれ節点である保証はない。例えば, 物体Aの節点と物体Bの節点間またはその逆の状態では接触状態にあるかも知れない。たとえ初期に2物体の接触節点を一致させたとしても, 2物体間の温度などの荷重条件の差や照射量の増加による寸法変化の差によって, 相対す

る接点と接点が同じ位置で接触はしない。このため、節点と節点との間の接触平衡力から節点力へ置き換える操作が必要となる。この方法は Visserら⁽²⁷⁾と同じように、節点間の力のモーメントから節点に作用する力を配分する。

Ⅲ. 解析手法の検討

1. 計算手順

接触粘弾性応力解析の計算の流れはFig. 4に示すとおりである。最初に、温度、照導、外力などによるひずみ、緩和関数マトリックス、荷重ベクトルを計算する。

次に、接触状態を調べ、接触があれば接触力を計算する。接触を荷重ベクトルに加えて剛性マトリックスを作り、剛性方程式を解き、そして変位を求める。この変位から接触状態を再び調べ、収束すれば、次にはひずみと応力を求め、1ステップの計算が終り、次のステップに進む。

2. 解析解との比較

本計算手法の妥当性を調べるため、解析的手法による結果を比較した。このため、Fig. 5に示す円環型燃料棒の一部分をFig. 6(a)のように切り取り、比較的単純な計算体系を例にとった。計算のための物性値は参考文献(1)~(3)、(36)~(38)を参考にし、Fig. 6に示す値を採用した。温度分布はFig. 6(b)に、境界拘束条件はFig. 6(c)に示す。

Fig. 7と8は、本有限要素法と解析的手法による計算結果とを比較したものである。Fig. 7(a)は、初期の接触がない場合のコンパクトと内外のスリーブの周方向応力分布を示し、Fig. 7(b)は、照射量が 15×10^{20} (n/cm²)の接触がある場合の応力と、接触がない場合の応力とを同じ図に示したものである。Fig. 8は、照射量の増加とともに変化する応力状態を、コンパクト

Fig. 4 Calculation flow sheet for contact viscoelasticity

Fig. 5 Annular fuel rod of HTGR

の内側表面応力と内側スリーブの外表面応力について示したものである。

これらから、本有限要素法の解と解析的な方法とがよい一致を示している。本解析手法が妥当なものと考えられる。

3. 燃料設計への適用

コンパクトと内側スリーブ間のギャップが小さければコンパクトの温度は低くなるが、少ない照射量からコンパクトとスリーブの接触が始まり、大きな接触応力が発生する。一方、ギャップが大きいと接触応力は小さいかまたはないが、コンパクトの温度は高くなる。コンパクトなどの燃料温度を低くすることと、応力を低く抑えることは相反することになり、このギャップの大きさは燃料設計の最適化から決められる。

このため、ギャップの応力と温度に及ぼす影響を調べる必要がある。この応力への影響を多目的高温ガス実験炉燃料設計研究で、本解析手法を適用して検討した。

計算体系は、Fig. 5に示す燃料棒の一部分を同図の右に示した要素分割により、燃料棒の直径と物性値は前節と同一とした。

Data for calculation

Young modulus	
Compact	$E=5.0 \times 10^4$ (kg/cm ²)
Sleeve	$E=1.0 \times 10^5$ (kg/cm ²)
Poissons ratio	$\nu=0.15$
Coeff. of thermal expansion	$\alpha=5.0 \times 10^{-6}$ (1/°C)
Transient creep constant	$A_0=0.0, A_1=0.0$
Steady creep constant	$A_2=2.5 \times 10^{-25}$ (cm ² /n) · (cm ² /kg)
Shrinkage	
Compact	DRAGON Report 11
Sleeve	SM 1-24

Fig. 6 Calculation condition for comparison of analytical results and FEM results

Fig. 9は初期の温度分布と周方向応力分布を示す。Fig.10は照射量 18×10^{20} (n/cm²) の応力分布で、Fig.10 (b) はギャップが大きく接触がない場合、Fig. 10 (a) はギャップが小さく接触による力が付加されたものである。Fig. 11 は初期ギャップの応力履歴への影響を調べたもので、ギャップが小さいほど照射の初期から接触が始まり大きな応力の発生がある。ギャップが 0.12 mm 以上になれば接触は起らない。このような検討を加えて初期ギャップの大きさが決められる。

Fig. 7 Comparison of analytical results and FEM results on tangential stress distribution

IV. 結 論

有限要素法による接触粘弾性応力解析について、次のことを明らかにした。

- (1) 解析手法と計算手順を示した。
- (2) 本解析手法を解析的な手法と比較して、妥当性を示した。
- (3) 本解析手法を高温ガス炉の燃料棒の応力解析に適用し、その有効性を示した。

本解析手法では接触面の摩擦や滑りを考慮していないが、今後検討を加えることが必要である。

〔記 号〕

- A_0, A_1 : 遷移クリープ係数
 A_2 : 定常クリープ係数
 B : ひずみマトリックス
 C : クリープ・コンプライアンス・マトリックス
 d : 変位, d : 変位ベクトル
 E : 縦弾性係数, f : 物体力ベクトル
 F : 影響係数マトリックス
 G : 緩和関数, H : 汎関数

Fig. 8 Comparison of analytical results and histories FEM results on stress

Fig. 9 Temperature and tangential stress contour of annular fuel rod at initial condition

J : クリープ・コンプライアンス

k : 要素剛性マトリックス

N : 形状関数マトリックス

p : 圧力ベクトル

P : 力, P : 力ベクトル

R : 緩和関数マトリックス

S : 面積, t : 時間

T : 温度, u : 半径方向変位

v : 要素変位ベクトル, V : 体積

w : 軸方向変位, x : 位置

α : 熱膨脹係数, γ : 照射量

δ : 変位ベクトル, δ_e : 仮想量

ε : ひずみ, ε : ひずみベクトル

κ : クリープ方向係数, ν : ポアソン比

σ : 応力, σ : 応力ベクトル

ϕ : 高速中性子束

Fig. 10 Tangential stress contour of annular fuel rod at irradiation dose $18 \times 10^{20} \text{ (n/cm}^2\text{)}$

Fig. 11 Effect of initial gap on fuel sleeve stress

(下添字)

i : 要素, r : 半径方向
 rz : rz 方向, th : 円周方向
 W : 照射, z : 軸方向
 θ : 温度

(上添字)

T : 転置 -1 : 逆マトリックス
 $[]$: マトリックス, $\{ \}$: ベクトル

本報は、日本機械学会第7回シンポジウム「材料力学における非線形問題」における講演⁽³⁶⁾をもとにまとめたものであり、講演予稿について助言をいただいた東京工業大学教授長松昭男博士、東京大学助教授矢川元基博士、三好俊郎博士および川崎重工(株)長渡甲太郎博士に感謝します。本研究に理解と援助をいただいた日本原子力研究所の能沢正雄博士、下川純一博士および青地哲男博士に感謝します。

— 参考文献 —

- (1) EVERETT, M.R., et al.: *BNES Int. Conf. Nucl. Fuel Performance*, P.24, (1973).
- (2) KENNEDY, C.R.: *ORNL-4170*, (1967).
- (3) HEAD, J.L., KINKEAD, A.N.: *Nucl. Eng. Design*, **18**, 115~144 (1972).
- (4) WITT, F.J., GREENSTREET, B.L.: *Nucl. Sci. Eng.*, **25**, 141~151 (1966).
- (5) KASTEN, P.R., et al.: *Nucl. Eng. Design*, **9**, 151~195 (1969).
- (6) CHANG, S.J., et al.: *ORNL-TM-2407*, (1969).
- (7) STEVENS, D.W., STANFIELD, O.M.: *Nucl. Sci. Eng.*, **45**, 73~85 (1971).
- (8) CHANG, T.Y., RASHID, Y.R.: *Nucl. Eng. Design*, **14**, 181~190 (1970).
- (9) HEAD, J.L., JEZERNIK, A.: *1st SMiRT Conf.*, D2/2, (1971).
- (10) REYNEN, J., et al.: 同上, D2/3.
- (11) BECKETT, V.S.: 同上, D2/4.
- (12) DONEA, J.M., GIULIANE, S.: *EUR 4674(e)*, (1971).
- (13) JEZERNIK, A., et al.: 前出(9), M5/8.
- (14) ALUJEVIC, A., HEAD, J.L.: *Atomkernenergie*, **21**, 75~80 (1973).
- (15) GITTUS, J.H.: *2nd SMiRT Conf.*, C1/7, (1971).
- (16) JEZERNIK, A., MILLER, M.C.: *Nucl. Eng. Design*, **27**, 238~273 (1974).
- (17) IKUSHIMA, T.: *JAERI-M 5880*, (1974).
- (18) ROSSITER, F.: *TRG-R 2640 (R)*, (1975).
- (19) BOARDMAN, F.B., COLIER, W.D.: *TRG-R 2682 (R)*, (1975).
- (20) TUTA, N., YAMAJI, S.: *Nihon Kikai Gakkai-shi*, (in Japanese), **76**, 348~358 (1973).
- (21) HATTON, H.: *AECL-4834*, (1974).
- (22) CHAN, S.K.: "Pressure Vessel and Piping 1972 Computer Programs Verification," No. 11, (1972), ASME.
- (23) JANKUS, V.Z., WEEKS, R.W.: *Nucl. Eng. Design*, **18**, 83~96 (1972).
- (24) KÄMPF, H., et al.: *KFK-1575*, (1972).
- (25) HOMAN, F.J., et al.: *ORNL-4825*, (1973).
- (26) WORDSWORTH, J.: *Nucl. Eng. Design*, **31**, 309~366 (1974).
- (27) VISSER, C., et al.: *WERL-ELPLA-1*, (1970).
- (28) KEEGSTRA, P.N.R., et al.: 前出(9), C3/3.
- (29) HARBOURNE, B.L., et al.: *Nucl. Tech.*, **16**, 156~170 (1972).
- (30) OLDBERG, S.: *GEAP-13788*, (1972).
- (31) LEVY, S., WILKINSON, J.P.D.: *Nucl. Eng. Design*, **29**, 157~166 (1974).
- (32) ALUJEVIC, A., HEAD, J.L.: *Atomkernenergie*, **20**, 281~285 (1972).
- (33) ROGERS, T.R., PIPKIN, A.C.: *ZAMP*, **14**, 334~343 (1963).
- (34) ZIENKIEWICZ, O.C., CHEUNG, Y.K.: "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics", (1967), McGraw-Hill.
- (35) IKUSHIMA, T.: *JSME 7th Symposium on Non-linear Problems in Material Mechanics*, P.740-8, p. 9~16 (1974).
- (36) OECD: *DRAGON 11th Annu. Rep.*, 41~80 (1970).
- (37) 同上: *DRAGON 13th Annu. Rep.*, 37~58 (1972).
- (38) MOORE, R.W., et al.: 前出(1), P.94, (1973).

正 誤 表 (Errata)

Vol. 19, No. 10 (1977)

p. 678 第3表中の脾臓の重量

誤 日本人(女)

180 を

正

120

" "

Reference man (男)

120 を

180

p. 679 左欄下から2行目

身長は 165 cm (152 cm)

を

身長は 165 cm (150 cm)

" "

体重は 59 kg (51 kg)

を

体重は 60 kg (50 kg)