787. 二相流の数値解法に関する一考察

高橋 亮一*, 富山 明男*†

(1983年 11月18日 受理)

Consideration on Computational Method of Two-Phase Flow Problem

By Ryoichi TAKAHASHI and Akio TOMIYAMA

For safety evaluation it is important to establish the numerical method for analyzing two-phase flow dynamics concerned with the design basis accident. The dynamics has been described by several kinds of the field equations as well as by many constitutive equations which complete the proposed model in the closed form. The wide range of variety of equations should require the preliminary considerations of numerical analysis much more until solutions will be obtained. The authors apply examination of eigenvalues of the numerical scheme at the iterative procedure to study numerical stability on non-linear flow process during the blowdown phenomena appeared in Edwards pipe problem. This involves a try to propose practical remarks which can enable us to devise an efficient numerical scheme for solving these equations. The present method could give a practical recommendation to the instabilities which come from the choice of constitutive equations and the implicit difference of these equations. Subsequently numerical experiments confirmed that the donor-cell difference reduced the instability at the presence of discontinuity of process variables even when the fixed pressure was used for the outflow boundary condition which had a disadvantage of including the onset of instability at the boundary.

KEYWORDS: blowdown, constitutive equations, donor-cell difference, implicitness, Edwards pipe problem, Newton Block Gauss Seidel method, outflow boundary, spectral radius, stability, numerical scheme, two-phase flow

1. 緒 言

原子炉の安全性を評価するために想定事故における熱・流体力学的現象を解析する手法を確立することは重要である。軽水炉の冷却水喪失事故は圧力波の伝播、過熱高温水のフラッシング、急激な冷却材の噴出を伴う現象であり、多くの研究がなされている⁽¹⁾⁽²⁾。とりわけ理論的な解析ではRELAP⁽³⁾、TRAC⁽⁴⁾等の計算コードによる研究が大きな部分を占める。この種の過渡状態を予測する能力が計算コードに備わっているか否かを調べるために幾つかの標準問題が用意され、このなかにはEdwards Pipe問題⁽⁵⁾がある。これは水平円管内に高温高圧水を封入し、円管の一端を瞬時に破断したときの二相流の挙動を実験的に追跡したものである。

本報は、これを例題として、二相流を数値計算するときに考慮すべき幾つかの注意を調べる。二相流の物理を表現するモデルは非線形連立方程式からなり、そ

の解は数値的計算により得られる。解が二相流を精度よく記述していれば議論は十分であり、同時にその仮定、実験的相関式を含めたモデル、また差分法等が適切であったといえる。しかし方程式を解く段階で、副次的に出合う幾つかの問題を整理して記録に留める必要がある。すなわち、多くの報告では、単に解を求めたことのみを述べ、そこで使用した計算スキームの性質に対する理論的あるいは経験的な調査報告がほとんどないのが現状である⁽⁶⁾。

数値的に安定な流れの解を求めるための一つの指針としてCourant条件、Courant-Fridrichs-Lewy条件等が与えられている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。これらは、空間を離散化したときのメッシュ幅 Δx に対する時間刻み幅 Δt に制約を要求

* 東京工業大学原子炉工学研究所(Res. Lab. for Nucl. Reactors, Tokyo Inst. of Technol.)

† 現在、(株)日立製作所エネルギー研究所(Energy Res. Lab., Hitachi Ltd.)

したものである。変数に急峻な空間分布をもたらす現象では、 Δz を小さく設定する必要性を生じ、そのため Δt に小さい値を採用して数値解の安定条件を満足させる。これが計算機に多大な演算回数を荷し、費用の負担を大きくする基本的部分である。この困難を緩和するために、計算スキームにおけるベクトル演算化の努力⁹⁾、あるいは解くべき偏微分方程式の特徴を装置と結び合わせた並列処理計算機 PAX の開発¹⁰⁾がある。

もう一つの問題に次のものがある。二相流の問題は強い非線形性を含むので、数値解を求めるのに困難が伴う。このため個々の問題に適用した計算スキームの性質を数値実験的に整理・蓄積して、これを新しく提示された問題に対する効率的な計算スキームを速く見出す準備とすることである。これが本報の動機と目的である。

ここで Edwards Pipe 問題に注目しているのは、臨界現象が存在すること、したがって変数に急峻な分布が出現すること、モデルが統一されていないうえに熱と流れを特徴づける実験式を導入する必要がある等の数値計算的に内訳が多いためである。そこで、どのような因子に着目して計算スキームの性質を記録に残すべきかを試みた。二相流は気液相の間で熱的平衡を仮定し、1次元のドリフト・フラックスモデルを用い、数値解はセミ・インプリシットに差分化して NBGS 法 (Newton Block Gauss Seidel Method)¹¹⁾によって求めた。特に、モデルに含まれる構成方程式の選択が時間刻み幅に与える効果、下流における差圧が現象を駆動するこの問題に対して、1次元計算では適切な境界条件が存在しないため単純な境界条件を用いるが、その境界条件の効果、ドナーセル差分の解の安定性に対する効果等を考察した。いずれも非線形性に富むために解析的吟味は困難であるので、これらの因子の影響を数値実験的に調べた。

II. 基礎式と解法

二相流のモデルは、個々の問題に依存して数多く提案され分類されている⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。本報では1次元のドリフト・フラックスモデルを用いており、次の方程式からなる。ここでは、Fig. 1に示す空間メッシュ系における差分方程式として与える(ただし、 $T_i = T_0$ を仮定)。

$$\frac{(\rho_m)_i^{n+1} - (\rho_m)_i^n}{\Delta t} + \frac{(\rho_m)_{i+1/2}^n (v_m)_{i+1/2}^{n+1/2} - (\rho_m)_{i-1/2}^n (v_m)_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{(\alpha \rho_v)_i^{n+1} - (\alpha \rho_v)_i^n}{\Delta t} + \frac{(\alpha \rho_v)_{i+1/2}^n (v_m)_{i+1/2}^{n+1/2} - (\alpha \rho_v)_{i-1/2}^n (v_m)_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} + \frac{1}{\Delta z} \left\{ \left[\frac{(1-\alpha) \rho_l \alpha \rho_v v_r}{\rho_m} \right]_{i+1/2}^n - \left[\frac{(1-\alpha) \rho_l \alpha \rho_v v_r}{\rho_m} \right]_{i-1/2}^n \right\} = \Gamma_i \quad (2)$$

$$\frac{(v_m)_{i+1/2}^{n+1/2} - (v_m)_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta t} + (v_m)_{i+1/2}^n \left\{ \frac{(v_m)_i^n - (v_m)_{i-1/2}^n}{\Delta z} \right\} + \frac{1}{(\rho_m)_{i+1/2}^n \Delta z} \left\{ \left[\frac{(1-\alpha) \rho_l \alpha \rho_v v_r^2}{\rho_m} \right]_{i+1/2}^n - \left[\frac{(1-\alpha) \rho_l \alpha \rho_v v_r^2}{\rho_m} \right]_{i-1/2}^n \right\} + \frac{1}{(\rho_m)_{i+1/2}^n} \left\{ \frac{p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}}{\Delta z} \right\} + (g_z)_{i+1/2} + \left(\frac{\tau_w}{\rho_m} \right)_{i+1/2} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{(\rho_m e_m)_i^{n+1} - (\rho_m e_m)_i^n}{\Delta t} + \frac{(\rho_m e_m)_{i+1/2}^n (v_m)_{i+1/2}^{n+1/2} - (\rho_m e_m)_{i-1/2}^n (v_m)_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} + \frac{1}{\Delta z} \left\{ \left[\frac{(1-\alpha) \rho_l \alpha \rho_v (e_v - e_l)}{\rho_m} \right]_{i+1/2}^n - \left[\frac{(1-\alpha) \rho_l \alpha \rho_v (e_v - e_l)}{\rho_m} \right]_{i-1/2}^n \right\} + p_i^{n+1} \frac{(v_m)_{i+1/2}^{n+1/2} - (v_m)_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} + \frac{p_i^n}{\Delta z} \left\{ \left[\frac{\alpha(1-\alpha)(\rho_l - \rho_v) v_r}{\rho_m} \right]_{i+1/2}^n - \left[\frac{\alpha(1-\alpha)(\rho_l - \rho_v) v_r}{\rho_m} \right]_{i-1/2}^n \right\} = 0 \quad (4)$$

ここで、

α : ボイド率, e : 内部エネルギー
 p : 圧力, v : 速度
 ρ : 密度, Γ : 蒸気生成率
 τ_w : 壁面摩擦係数, v_r : 気液間の相対速度
 g_z : z 方向の重力加速度
 Δt : 時間刻み幅 ($t = n \Delta t$)
 Δz : 空間刻み幅 ($z = (i - 1/2) \Delta z$)

(添字)

l : 液相, v : 蒸気相, m : ミクスチャ

また、ミクスチャの変数は次式で定義する。

$$\rho_m = (1-\alpha) \rho_l + \alpha \rho_v \quad (5)$$

$$v_m = [(1-\alpha) \rho_l v_l + \alpha \rho_v v_v] / \rho_m \quad (6)$$

$$e_m = [(1-\alpha) \rho_l e_l + \alpha \rho_v e_v] / \rho_m \quad (7)$$

差分式(1)~(4)は順にミクスチャの質量保存、蒸気相の質量保存、ミクスチャの運動量保存、ミクスチャ

のエネルギー保存を表わす。この式では、Fig. 1のように、速度はセル・エッジ($i \pm 1/2$)で、他の変数はセルの中心(i)で定義するスタガードメッシュ系で差分化してある。また、中心で定義された変数 x_i のセル・エッジにおける値 $x_{i+1/2}$ が対流項に必要となるが、これを次式で定義する。

$$x_{i+1/2} = [(1 + \beta_{i+1/2})x_i + (1 - \beta_{i+1/2})x_{i+1}]/2 \quad (8)$$

$$\beta_{i+1/2} = \theta \cdot \text{sgn}(v_{i+1/2}) \quad (0 \leq \theta \leq 1) \quad (9)$$

ここで、 θ はドナーセル重みであり、中心差分とドナーセル差分の割合調整に用いる。

Fig. 1 Mesh geometry

NBGS法により数値解を求める。これは、変数の(n)-レベルの値を既知として、($n+1$)-レベルの値を反復収束計算で求める手法である。すなわち、第(i)番目のセル中で基本的な従属変数を、 α_i^{k+1} , p_i^{k+1} , $(e_i)^{k+1}$, $(v_m)^{k+1}_{i+1/2}$ (ここで記号($k+1$)は(n)-レベルから($n+1$)-レベルに至る反復過程の第($k+1$)番目を示す)の4個として、(k)-レベルで変数を局所的に線形化し、変係数のブロック三重対角行列を持つ代数方程式に、(1)~(4)式を変形する。ベクトル $\mathbf{x}_i = \text{col.}[\alpha_i, p_i, (e_i)_i]$ とすると次式となる。

$$\begin{bmatrix} D_2 U_2 \\ L_3 D_3 U_3 \\ L_1 D_1 U_1 \\ L_n D_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_2^{k+1} \\ \mathbf{x}_3 \\ \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \\ \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、 L_i, D_i, U_i は 3×3 の行列、 $\mathbf{b}_i$ は 3×1 のベクトルであり、[付録 1]にこれらの要素を示す。また、(10)式への変形の手続きにおいて、 $(v_m)^{k+1}_{i+1/2}$ は変係数および $\mathbf{b}_i$ の中に組み込まれる。NBGS法は、(10)式に対して Block Gauss Seidel 法を適用し、反復収束計算により解を求める手法である。

III. 数値実験

1. 原型計算

Edwards Pipe 問題とは、内径 7.32 cm、長さ 4.1 m の水平断熱円管に 502 K、 $6.99 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ の高温高压水を封入し、円管の一端を瞬時に破断したときの二相流の挙動を実験的に追跡したものである。Fig. 2 に示すパイプの水平方向 7 点で圧力履歴が測定され、GS5 においてはボイド率と温度との履歴が測定された⁽¹⁾。

Fig. 2 Edwards Pipe geometry and locations of gauge stations

議論の便宜のために“原型”の計算を実行した。これは実験の結果と良好な一致を目指したものではなく、数値解法上からすると最も単純なものとした。すなわち、相対速度および壁面摩擦を無視し、(9)式で θ を 1 とするドナーセル差分として Fig. 1 のメッシュ系を用いる。ここでセルの個数は、この問題に対して 40 セル以上とすれば十分な精度が得られると報告⁽¹³⁾されているので、41 セル ($\Delta x = 0.1$) とした。

境界条件は 1 次の正確度として、パイプの閉端で

$$\begin{cases} (v_m)^{k+1}_{i+1/2} = 0 \\ f_1^k = f_2^k \quad (f = \alpha, p, e_i) \\ h_1^k = h_2^k \quad (h = v_m, f \text{ 以外の変数}) \end{cases} \quad (11)$$

を与え、開放端においては次の諸式とした。

$$\begin{cases} p_{\text{MAX}}^k = p_{\infty} \quad (p_{\infty}: \text{大気圧}) \\ f_{\text{MAX}}^k = f_{\text{MAX}-1}^k \quad (f = \alpha, e_i) \\ h_{\text{MAX}}^k = h_{\text{MAX}-1}^k \end{cases} \quad (12)$$

初期条件はパイプの内側で

$$\alpha = 0.0001, \quad p = 6.99 \text{ MPa}, \quad T = 502 \text{ K}, \\ v_m = 0 \text{ m/s}$$

とし、外側で

$$\alpha = 0.9999, \quad p = p_{\infty} = 0.1013 \text{ MPa}, \quad T = 300 \text{ K}, \\ v_m = 0 \text{ m/s}$$

とした。

熱的状態方程式の単純化は、蒸気相は理想気体としボリトロップ変化を仮定し、液相は大きな圧力変化に

対応できるように密度の圧力依存性を考慮した⁽⁴⁾。熱量的状態方程式は、各相ともに問題とする温度範囲で蒸気表を線形補間した式を用いた。すなわち、

$$\text{蒸気相} \begin{cases} \rho_v = p/(\gamma-1)e_v \quad (\gamma=1.07) & (13) \\ e_v = 2.42 \times 10^6 + 667(T_v - 273) & (14) \end{cases}$$

$$\text{液相} \begin{cases} \rho_l = 1.0 \times 10^3 - 2.0 \times 10^{-5} e_l & (15) \\ -1.5 \times 10^{-10} e_l^2 + 0.657 \times 10^{-6} p & (16) \\ e_l = 4.174 \times 10^5 + 4,434(T_l - 373) & (16) \end{cases}$$

とした⁽⁹⁾。ここで、 ρ : [kg/m³], e : [J/kg], p : [N/m²], T : [K] の単位であり、以下も同じ単位系を用いる。

蒸気生成率 Γ [kg/m³·s] は、蒸発率 Γ_e と凝縮率 Γ_c を用いて次のように $(n+1)$ -レベルにおいて定義した⁽¹⁰⁾⁽¹⁴⁾。

$$\Gamma^{n+1} = \Gamma_e^{n+1} - \Gamma_c^{n+1} \quad (17)$$

$$\Gamma_e^{n+1} = \begin{cases} C_e^n \{ (1-\alpha)(T_i - T_s)/\sqrt{T_i} \}^{n+1} & (T_i \geq T_s) \\ 0 & (T_i < T_s) \end{cases} \quad (18)$$

$$\Gamma_c^{n+1} = \begin{cases} C_c^n \{ \alpha(T_v - T_s)/\sqrt{T_v} \}^{n+1} & (T_v \leq T_s) \\ 0 & (T_v > T_s) \end{cases} \quad (19)$$

$$C_e^n = (\lambda A \rho_l \alpha R_{\text{gas}}^{1/2})^n \quad (20)$$

$$C_c^n = (\lambda A \rho_v (1-\alpha) R_{\text{gas}}^{1/2})^n$$

$$A = \begin{cases} \alpha^{2/3} (4\pi N/3)^{1/3} & (\alpha \leq 1/2) \\ (1-\alpha)^{2/3} (4\pi N/3)^{1/3} & (\alpha > 1/2) \end{cases} \quad (21)$$

ここに、 N は単位体積当りの分散相の滴数であり、 1×10^7 [個/m³] の値を用いた。 R_{gas} は気体定数、 T_s は飽和温度を表わし、蒸気表の補間式である次式⁽⁴⁾

$$T_s = 117.8 (10^{-5} p)^{0.223} + 255.2 \quad (22)$$

を用いた。 λ は定数であり 0.1 とした。(18)~(20)式に示すように Γ^{n+1} は部分的に陰に取り扱うが、この数値計算上の効果は後節で吟味する。

Fig. 3 (a)~(c)に、パイプの破断から20msまでの圧力履歴の Edwards の実験と原型計算との比較を示す。単純な原型計算でも膨脹波の伝播をよく求めていることがわかる。またFig. 3(d), (e)に、400msまでの圧力とボイド率の履歴を示すが、計算と実験の不一致は主に壁

Fig. 3 Comparison of simplified calculations with experimental data

面摩擦を無視する仮定に帰因し、原型計算の数値解法上の意味からこの相違は問題の本質ではない。

2. 状態方程式の選択が安定性に及ぼす効果

数値解の収束性・安定性の議論には、線形の差分方程式に対して Neumann や Hirt の方法がある⁽⁶⁾。しかし二相流を求める計算スキームの効率などを一般的に議論するのは困難である。これは、二相流のモデルは幾つも提案されており、さらにモデルを数学的に閉じた形にするための構成式も多いためである。二相流の数値解析は、この分だけ単相流に比べて容易ではない。本節では状態方程式のどのような選択が計算スキームに適するかを数値実験的に調べる。

状態方程式(13)~(16)が数値解に及ぼす効果と、[付録 2]の方程式⁽¹⁵⁾の及ぼす効果とを比較する。ここで便宜上、前者を M_s (Simple Model)、後者を M_f (Fitting Model)と呼ぶ。 M_f では、気液相の状態方程式を問題とする温度・圧力範囲で詳細に補間している。 M_s では、 $\partial \epsilon_l / \partial T_l$, $\partial \epsilon_v / \partial T_v$, $\partial \rho_l / \partial p$ は定数、 $\partial \epsilon_l / \partial p = \partial \epsilon_v / \partial p = 0$ であり、この意味で M_s は M_f よりも単純である。

原型計算に2種の状態方程式 M_s , M_f を組み入れ、時間刻み幅 Δt を 0.025, 0.05, 0.1 ms と設定して6種の計算を行なった。また、数値解法の実験としての意味から、 $|(X^{k+1} - X^k) / X^k| \leq \epsilon = 0.001$ が40回の反復によっても得られないときには強制的に時間を Δt 進めた。ここに、 X^k はすべての基礎的従属変数を意味する。Fig. 4(a)~(c)に典型的な数値実験結果を示す。Fig. 4(a)は M_f , $\Delta t = 0.1$ ms の場合で、実験値と良い一致を示しているのに対し、Fig. 4(b), (c)は現象に存在しない高周波の振動を生じ解を意味のないものになっている。また、Fig. 4(b)より、解の不安定性は初めに流出境界近傍の GS1 において生じ、その影響が上流の GS2 に伝播していることがわかる。

計算結果を Table 1 に整理する。ここで Region (1) は初期状態(0~0.1 ms), Region (2) は膨脹波の伝播時

Table 1 Effect of equation of state functions on numerical instability

Test No.	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5	No. 6
Time Step	0.025	0.025	0.05	0.05	0.1	0.1
Model	MS	MF	MS	MF	MS	MF
CFL number	0.35	0.33	0.7	0.67	1.41	1.35
Region (1)	S	S	S	S	S	S
Region (2)	S	S	I	S	I	S
Region (3)	S	S	I	S	I	S
Region (4)	S	S	I	S	I	S

Fig. 4 Effect of equation of state functions on numerical instability

(0~3 ms), Region (3) は膨脹波の反射波の伝播時(3~8 ms), Region (4) は臨界流状態への接近時(8~20 ms)を示す。S は stable を、I は Fig. 4(b), (c) に示す高周波振動を持つ弱い発散性を伴った instable を示す。この不安定性は誤まった差分スキームが本質的に内蔵している破局的な不安定性ではなく、反復計算の収束を極端に遅らせる不安定性である。この数値実験より、 M_f が M_s より計算スキームに適していることがわかる。

この、状態方程式の選択に帰因する解の不安定性を考察する指針を以下に述べる。説明のために、再び(10)式を次のように書き直す。

$$(L^k + D^k)x^{k+1} = -U^k x^k + b^k \quad (23)$$

ここで、 L^k , D^k , U^k は計算スキームに固有な内部フィードバックであり、 b^k はいわば外力項である。変数が

急峻な変化をするため、(23)式の $\mathbf{b}^k$ は計算の反復ごとに大きく変化する。そこで、 $\mathbf{b}^k$ を次式のように (n) -レベルと (k) -レベルの項に分離して考える。

$$\mathbf{b}^k = \bar{\mathbf{b}}^k + \tilde{\mathbf{b}}^k = \mathbf{B}^k \mathbf{x}^k + \hat{\mathbf{b}}^k + \tilde{\mathbf{b}}^k \quad (24)$$

ここで、 $\mathbf{B}^k, \hat{\mathbf{b}}^k, \tilde{\mathbf{b}}^k$ のセル (i) の要素 $B_i^k, \hat{b}_i^k, \tilde{b}_i^k$ は[付録3]に示す。この変形により(23)式は次式に見るように外力項の一部も内部フィードバックに加えられて便利である。

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{H}^k \mathbf{x}^k + \mathbf{a}^{(k,n)} \quad (25)$$

$$\mathbf{H}^k = (\mathbf{L}^k + \mathbf{D}^k)^{-1} (\mathbf{B}^k - \mathbf{U}^k)$$

$$\mathbf{a}^{(k,n)} = (\mathbf{L}^k + \mathbf{D}^k)^{-1} (\hat{\mathbf{b}}^k + \tilde{\mathbf{b}}^k)$$

ここで、 $\mathbf{H}^k, \mathbf{a}^{(k,n)}$ は $\mathbf{x}^k, \mathbf{x}^n$ から作られることを示す。非線形性のために反復解法(25)式の解の安定性を一般的に議論することはできない。次の線形方程式に対する定理⁽¹⁷⁾に基づいて(25)式の解の安定性に関する指針を得ようとするのが通常である。すなわち、

〔定理〕

任意の初期ベクトル $\mathbf{x}^0$ に対して

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{H} \mathbf{x}^k + \mathbf{a} \quad (26)$$

なる反復が収束するためには、 $\mathbf{H}$ のスペクトル半径 $\rho(\mathbf{H})$ が次式を満足することが必要十分条件となる。

$$\rho(\mathbf{H}) \leq 1 \quad (\text{等号は } \mathbf{a} = 0 \text{ のとき}) \quad (27)$$

この条件を満足するとき、(26)式は唯一の解を持ち反復列 $\{\mathbf{x}^k\}$ の極限として得られる。

を用いる。(26)式の場合、安定性は系に固有の性質であり、そのスペクトル半径を調べれば安定性は理解される。しかし(25)式の場合、解の収束は安定・不安定の2種のみが存在する訳ではない。本報では、解が破局的な発散を示すものを不安定とするのではなく、数値解の収束を極端に遅らせるものを不安定と呼ぶ。非線形系では、不安定性は初期値に依存し、また、 (n) -レベルから $(n+1)$ -レベルの変数を求める過渡状態では、 $\mathbf{H}^k$ は反復ごとに異なるが、 $\mathbf{H}^0$ の固有値に注目して議論を進める。

〔付録 1, 3〕に示すように、状態方程式の関数形により $\mathbf{H}^k$ の性質は変化するので、Table 1に示した状態方程式の選択による解の安定性の相違は、 $\mathbf{H}^0$ の固有値に現れると予想される。そこでTable 1に示した各Region(0, 2, 7, 15 ms)において $\mathbf{H}^0$ の固有値を調べた。従属変数が3個、セル数が41個であるので、123個の固有値を倍精度QR法によるサブルーチンMSL2-DEF1M(日立製作所製)から求めた。Fig. 5(a)~(c)に典型的な固有値の分布を示す。Fig. 5(a)は安定な場合で、単位円内にすべての固有値が分布し、Fig. 5(b), (c)は弱い発散性を持つ不安定性に対応する。Fig. 5(b)には絶対値が1よりわずかに大きな固有値が存在している。これは、不安定な場合の $\mathbf{H}^0$ にしばしば存在するが、 $\mathbf{H}^k(k=1, 2, 3, \dots)$ のすべてに存在するものではない。すなわち、非線形的な不安定性の原因となる $\mathbf{H}^0$ の固有値である。

Fig. 5 Typical eigenvalue distribution

Fig. 6に Δt の関数としてスペクトル半径をプロットしたが、状態方程式の選択による解の安定性が把握され、Fitting Modelは良い性質を持つことがわかる。

この手法は基本的には線形系に対して有効であるが、状態方程式の選択が二相流の数値解に与える効果を調べるにも有益な指針を与え得ることがわかる。次節からの議論もこれに従っている。

3. 蒸気生成率などの効果

現象に支配的なパラメータである蒸気生成率 Γ が数

値解に及ぼす効果を調べる。計算条件を原型計算と同じにし、 Γ と Δt のみをパラメータとした。(17)~(21)式に見るように、 Γ の関数式で定数 λ を大きくすると $(n+1)$ -レベルの変化が大きくなり、差分表現の陰な程度が増すため反復計算に不安定性が出現しやすいと予想される。そこで $0.005 \leq \Delta t \leq 0.025$ (ms)とすると、おのおのの Δt において安定な計算が実行できた最大の λ の値を数値実験により求めた結果をFig. 7に示す。

Fig. 6 Effect of equation of state functions on spectral radius

λ の値が大きくなると数値的不安定性が増すことがわかる。大きな λ は、物理的には過熱水のフラッシング効果が大きいことに対応するが、数値計算の面では、 (n) -レベルから $(n+1)$ -レベルへの過渡状態において圧力変化に対して Γ によるフィードバックゲインが大きくなるため振動が発生し易く、計算スキームの正值性が破綻して不安定になることがある。

このことを、先述の〔定理〕と(25)式で考える。計算スキームにおいて Γ は(25)式の $\mathbf{a}^{(k,n)}$ に含まれるので、陰な程度が大きくなるほど $\mathbf{a}^{(k,n)}$ の値は反復ごとに大きく変化する。仮に $\mathbf{a}^{(k,n)} = \mathbf{a}^n$ と陽な表現で、しかも(25)式が $\mathbf{x}^{k+1} = H^0 \mathbf{x}^k + \mathbf{a}^n$ ならば、先述の〔定理〕の証明と同様にスペクトル半径のみで反復過程の解の挙動が推察できる*。しかし、 $\mathbf{a}^{(k,n)}$ の陰な程度が大きいと反復列 $\{\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^\infty\}$ の等比数列性が破綻し、収束を極端に遅らせる。このようにして Γ は計算スキーム上では、陽に扱う方が有利であることが、数値実験と〔定理〕よりわかる。

次に、壁面摩擦 τ_w 、相対速度 v_r などの相関式の関数形の安定性に及ぼす効果も同様の手法で検討できた。壁面摩擦に環状流モデル⁽¹³⁾を用い、抵抗係数に壁面の相対粗さを 1×10^{-3} とした Colebrook の式を導入したときの計算例を Fig. 8(a), (b) に示す。当然ながら原型計算よりも実験に一致している。また、流出速度の文献値⁽¹⁴⁾ 160 m/s に十分に接近しているのがわかる。

(3)式の τ_w が解の安定性に影響を与えないことを、 Γ の場合と同じ観点で考察することができる。NBGS 法は速度を従属変数から消去するので、(3)式は計算スキームの中に一様に組み込まれる。したがって、解が安定であるためには(3)式自体が安定であることを必要とする。この式を反復収束過程の基本形に変形すると次式を得る。

Fig. 7 Numerical instability caused by implicit treatment of vapor production rate

Fig. 8 Calculated pressure history at GS5 for several pipe wall friction models

$$(v_m)_{i+1/2}^{k+1} = (v_m)_{i+1/2}^k - \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot \frac{1}{(\rho_m)_{i+1/2}^n} (\Delta p_{i+1/2}^{k+1} - \Delta p_{i+1/2}^{k+1}) - \Delta t \left\{ \left(\frac{\tau_w}{\rho_w} \right)_{i+1/2}^k - \left(\frac{\tau_w}{\rho_w} \right)_{i+1/2}^{k-1} \right\} \quad (28)$$

ここに、 $\Delta p_{i+1/2}^{k+1} = p_{i+1/2}^{k+1} - p_{i+1/2}^k$ を表わす。この式は

$$(v_m)_{i+1/2}^{k+1} = H(v_m)_{i+1/2}^k + c^k \quad (29)$$

* $\mathbf{x}^{k+1} = H^0 \mathbf{x}^k + \mathbf{a}^n$ の極限值を $\mathbf{x}^\infty$ とすると、 $\mathbf{x}^\infty = H^0 \mathbf{x}^\infty + \mathbf{a}^n$ 。2式より $(\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^\infty) = H^0 (\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^\infty)$ となり、 $\{\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^\infty\}$ は H^0 のスペクトル半径を公比とする等比数列となる。

の形をしており、増幅係数 $H=1$ で、摩擦項は c^k に含まれる項として反復過程に影響を与えるが、(28)式に見るように、反復段階(k)と($k-1$)における値の差の形で効くため、 τ_w の導入が c^k の変動に与える効果は非常に小さく見積られる。このため τ_w の関数形が解の安定性に与える効果は小さい。

次に、相対速度 v_r の効果について調べる。基礎式(1)~(4)に見るように v_r はすべて陽に評価しているため、 v_r が強い非線形の形であっても反復過程においては定数項となるので収束を遅らす要因にはならない。Churn乱流モデル⁽⁴⁾、Ziniモデル⁽¹⁸⁾を用いて実験した結果、やはり解の不安定化は認められなかった。しかし、 v_r の存在により気相の流速が大きくなるため変動の伝播速度が大きくなる。この効果により、Courant条件から Δt を小さくする注意が必要とされる*。すなわち、相対速度については、差分化のときに線形的不安定性にのみ注意すればよいことがわかる。

4. ドナーセル差分および境界条件の取扱いの効果

本報のスキームはドナーセル差分と中心差分を重み θ で結合したものである。前者は移動性という良い性質を持ち、後者の打ち切り誤差は小さく2次の正確度を有する⁽⁹⁾。差分スキームの移動性が解の安定性に及ぼす効果を調べ、また、この性質の境界条件への寄与について数値実験を行う。

計算条件を原型計算と同じにして、 θ と Δt をパラメータとして解の安定性を数値実験的に調べた。ここでは、タイムステップ $n=0$ から $n=1$ の過渡状態の安定性にのみ注目する。線形の安定性解析によれば、 θ の値は、 $0 \leq \theta \leq 1$ のいかなる値でも不安定は生じない⁽¹⁹⁾。しかし数値実験の結果は、Fig. 9に示すように、移動性を持つ差分スキームが解の安定化に役立ち、 Δt を大きく設定できることがわかる。また、Edwards Pipe問題では、開放端の条件が流れを駆動させている。このことは数値計算にも反映して、解の不安定性の開始は流出セルから起き、Fig. 9に示す不安定領域は境界条件に依存していることがわかった。すなわち、反復解が破局的振舞いに至るときの最初の反復($k=1$)では、不連続面近くにおいて解の空間振動を生じ、これによって変数の正値性が破綻するwiggles現象^(20,21)が現れる。差分スキームをドナーセル差分に接近させると安定性が向上するのは、移動性が有効に働いて対流項が流出境界における不連続性に不感となるためである。

次に、原型計算では境界条件(11)、(12)式を用いたが、この条件が適切か否かを考察した。破断後、パイ

Fig. 9 Effect of donor cell differencing on numerical stability

プ内に膨脹波が、外側に短い時間内に圧力波が伝播する。衝撃波管の流れの問題⁽⁶⁾から類推すると、流出境界条件式(12)は、不連続面が進行せずパイプの開放端に停滞していることに対応づけられる。しかも数値解析的には、この流出条件は常に厚さ $\delta_s = \Delta z$ の不連続面を設定していることになる。一般に $\delta_s \leq \Delta z$ の場合、衝撃波面の後方に変数の空間振動が発生して解の収束を悪化させる⁽⁶⁾。したがって、原型計算において固定圧力境界条件式(12)はちょうど安定限界条件であり、破局的不安定性は生じない条件であった。

原型計算の場合にはドナーセル差分を用いているため人工粘性が数値解に陰に導入される。このため境界条件式(12)でも解の収束を遅らす不安定性を取り除いている。ドナーセル差分は人工粘性係数 α_e として

$$\alpha_e = \frac{1}{2}v(\Delta z - v\Delta t), \quad (\text{ただし}, v\Delta t \leq \Delta z) \quad (30)$$

を持ち、 Δt が大きいほど人工粘性効果が小さい。したがって、大きな Δt を用いれば流出境界条件の悪さが上流側に伝播する危険性がある。Fig. 4(b), (c)の結果は、 M_s が適切でないことに加え、人工粘性が小さくなるため流出境界から空間振動を生じて収束を悪化した典型的な例である。

IV. 結 論

現在、二相流を記述するモデルは幾種類も提案さ

*文献(19)では、 v_r により Δt が制約を受けることを記述しているが、これはCourant条件による制約であり、 v_r の非線形効果ではない。

れ、これを補完する構成方程式も多くある。この流れを求めるのは、その分だけ単相流よりも考慮を要する。変数の急峻な分布が出現する Edwards Pipe 問題を通して二相流を数値的に解くための検討を行い、以下の結論を得た。

計算スキームの取扱いが解の安定性に及ぼす効果を線形差分式に対する安定性解析のみで調べるのは不十分であるが、これは非線形性のため反復収束過程が含まれるからである。しかし、この過程に注意することが大切である。(n)-レベルから(n+1)-レベルへの収束過程を(25)式の基本的な形に整理し、この数値的過渡状態の初期条件を線形的な考察、すなわち計算スキームにおける固有値のスペクトルを調べるのは、有効な指針であった。この指針によって、計算スキームに適する構成方程式の選択あるいは構成方程式の陰な表現の程度が解の安定性に及ぼす効果を容易に調べられた。

また、下流における差圧が現象を駆動する問題を1次元計算する場合の流出境界条件として最も単純な固定圧力境界条件を用い、この条件が解の安定性に及ぼす効果を検討したが、この条件の持つ数値解析上の欠点、すなわち wiggles 現象および不連続面後方に空間振動を誘発することに対して、ドナーセル差分スキ-

ームの持つ移動性、人工粘性が解の安定化に有効な役割を果たすことを数値実験的に確認した。

— 参考文献 —

- (1) EDWARDS, A.R., O'BRIEN, T.P.: *J. Brit. Nucl. Energy Soc.*, **9**, 125 (1970).
- (2) WINTER, W.S., MERTE, H.: *Nucl. Sci. Eng.*, **69**, 411 (1979).
- (3) MOORE, K.V., RETTING, W.H.: *ANCR-1127*, (1973).
- (4) "TRAC-P1A"; *LA-7777-MS*, (1979).
- (5) 石黒登美子: 航空宇宙技研報, *TR-310*, (1973).
- (6) ROACHE, P.J. (高橋亮一, 他訳): "コンピュータによる流体力学<上><下>", (1978), 構造計画研究所刊, 企画センター.
- (7) 高橋亮一: "コンピュータによる流体力学<演習>", (1982), 構造計画研究所刊, 企画センター.
- (8) 浅井 清, 他: 原子力誌, **25**[3], 165 (1983).
- (9) HOSHINO, T., et al.: *ACM Transaction on Computer Systems*, Vol. 1, 195, (1983).
- (10) LILES, D.R., REED, W.H.: *J. Comp. Phys.*, **26**, 390 (1978).
- (11) BANERJEE, S., HANCOX, W.T.: *Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf.*, Vol. 6, Canada, (1978).
- (12) 芹沢昭示, 他: 原子力誌, **25**[8], 606 (1983).
- (13) HIRT, C.W., ROMERO, N.C.: *LA-6005-MS*, (1975).
- (14) RIVARD, W.C., TORREY, M.D.: *LA-6104-MS*, (1975).
- (15) 鈴木修二: 私 信.
- (16) "蒸気表および線図", (1955), 機械学会.
- (17) 山本哲朗: "数値解析入門", (1980), サイエンス社.
- (18) 赤川浩爾: "気液二相流", (1974), コロナ社.
- (19) HIRT, C.W., et al.: *LA-6236*, (1976).

〔付 録〕

1. $L_i^k, D_i^k, U_i^k, b_i^k$ の要素

数値計算上の議論を正確にするため、各行列およびベクトルの要素を記す。

$$L_i^k = \begin{bmatrix} 0 & -\left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 \left(\frac{\alpha \rho_0}{\rho_m}\right)^n_{i-1/2} & 0 \\ 0 & -\left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 \left(\frac{(\rho_m e_m)_{i-1/2}^n + p_i^k}{(\rho_m)_{i-1/2}^n}\right) & 0 \end{bmatrix} \quad U_i^k = \begin{bmatrix} 0 & -\left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 \left(\frac{\alpha \rho_0}{\rho_m}\right)^n_{i+1/2} & 0 \\ 0 & -\left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 \left(\frac{(\rho_m e_m)_{i+1/2}^n + p_i^k}{(\rho_m)_{i+1/2}^n}\right) & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_i^k = [d_{im}] = \begin{bmatrix} (\rho_0 - \rho_i)_i^k & \left[(1-\alpha)\frac{\partial \rho_i}{\partial p} + \alpha \text{DRV1}\right]_i^k + 2\left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 & \left[(1-\alpha)\frac{\partial \rho_i}{\partial e_i} + \alpha \text{DRV2}\right]_i^k \\ (\rho_0)_i^k & (\alpha \text{DRV1})_i^k + \left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 \left[\left(\frac{\alpha \rho_0}{\rho_m}\right)^n_{i+1/2} + \left(\frac{\alpha \rho_0}{\rho_m}\right)^n_{i-1/2}\right] & (\alpha \text{DRV2})_i^k \\ \left[(1-\alpha)e_i\frac{\partial \rho_i}{\partial p} + \alpha(e_0 \text{DRV1} + \rho_0 \text{DEV1})\right]_i^k & & \left[(1-\alpha)\left(\rho_i + e_i\frac{\partial \rho_i}{\partial e_i}\right)\right]_i^k \\ (\rho_0 e_0 - \rho_i e_i)_i^k & + \left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 [(v_m)_{i+1/2}^k - (v_m)_{i-1/2}^k] & + \alpha e_0 \text{DRV2} \\ & + \left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 [(e_m)_{i+1/2}^k + (e_m)_{i-1/2}^k] & + \rho_0 \alpha \text{DEV2}_i^k \\ & + \left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2 p_i^k \left[\frac{1}{(\rho_m)_{i+1/2}^n} + \frac{1}{(\rho_m)_{i-1/2}^n}\right] & \end{bmatrix}$$

ここで、次の省略形を用いた。

$$\text{DEV1} = \frac{\partial e_v}{\partial p} - \frac{\partial e_v}{\partial T_v} \cdot \frac{\partial T_i}{\partial e_i} \cdot \frac{\partial e_i}{\partial p}, \quad \text{DEV2} = \frac{\partial e_v}{\partial T_v} \cdot \frac{\partial T_i}{\partial e_i}, \quad \text{DRV1} = \frac{\partial \rho_v}{\partial p} + \frac{\partial \rho_v}{\partial e_v} \text{DEV1}, \quad \text{DRV2} = \frac{\partial \rho_v}{\partial e_v} \text{DEV2}$$

b_i^k の要素は、 d_{im} を用いて次のように書ける。

$$\begin{aligned} b_1 &= d_{11}\alpha_i^k + \left(d_{12} - 2\left(\frac{\Delta t}{\Delta z}\right)^2\right)p_i^k + d_{13}(e_i)_i^k + (\rho_m)_i^k - (\rho_m)_i^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta z} [(\rho_m)_{i+1/2}^n \text{VON}_{i+1/2}^k - (\rho_m)_{i-1/2}^n \text{VON}_{i-1/2}^k], \\ b_2 &= (\alpha\rho_v)_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[\left(\frac{(1-\alpha)\rho_i\alpha\rho_v v_r}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n - \left(\frac{(1-\alpha)\rho_i\alpha\rho_v v_r}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] + d_{21}\alpha_i^k + d_{23}(e_i)_i^k \\ &\quad + (\alpha p \cdot \text{DRV1})_i^k - (\alpha\rho_v)_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta z} [(\alpha\rho_v)_{i+1/2}^n \text{VON}_{i+1/2}^k - (\alpha\rho_v)_{i-1/2}^n \text{VON}_{i-1/2}^k], \\ b_3 &= (\rho_m e_m)_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[\left(\frac{(1-\alpha)\rho_i\alpha\rho_v(e_v - e_i)v_r}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n - \left(\frac{(1-\alpha)\rho_i\alpha\rho_v(e_v - e_i)v_r}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[\left(\frac{\alpha(1-\alpha)(\rho_i - \rho_v)v_r}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n - \left(\frac{\alpha(1-\alpha)(\rho_i - \rho_v)v_r}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] \\ &\quad + d_{31}\alpha_i^k + \left[(1-\alpha) \frac{\partial \rho_i}{\partial e_i} + \alpha(e_v \text{DRV1} + \rho_v \text{DEV1}) \right]_i^k p_i^k + d_{33}(e_i)_i^k - (\rho_m e_m)_i^k \\ &\quad + \frac{\Delta t}{\Delta z} p_i^k [(v_m)_{i+1/2}^k - (v_m)_{i-1/2}^k + \text{VON}_{i-1/2}^k - \text{VON}_{i+1/2}^k] \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta z} [(\rho_m e_m)_{i+1/2}^n \text{VON}_{i+1/2}^k - (\rho_m e_m)_{i-1/2}^n \text{VON}_{i-1/2}^k], \end{aligned}$$

ここで、次の省略形を用いた。

$$\begin{aligned} \text{VON}_{i+1/2}^k &= -\frac{\Delta t}{\Delta z} (v_m)_{i+1/2}^n [(v_m)_{i+1}^n - (v_m)_i^n] + (v_m)_{i+1/2}^n - \Delta t \left(\frac{\tau_w}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^k \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot \frac{1}{(\rho_m)_{i+1/2}^n} \left[\left(\frac{(1-\alpha)\rho_i\alpha\rho_v v_r^2}{\rho_m} \right)_{i+1}^n - \left(\frac{(1-\alpha)\rho_i\alpha\rho_v v_r^2}{\rho_m} \right)_i^n \right] \end{aligned}$$

2. 蒸気表のフィッティングによる状態方程式

以下の補間式は蒸気表⁽¹⁸⁾により作成されたため、 ρ : [kg/m³], e : [J/kg], p : [kgw/cm²], T : [°C]の単位を用いている。

(1) ρ_i, e_i

$$\begin{aligned} \rho_i &= -6.207 \times 10^{-8} T^4 + 3.9569 \times 10^{-5} T^3 - 1.1379 \times 10^{-2} T^2 + 6.5271 \times 10^{-1} T \\ &\quad + 9.7808 \times 10^2 - (100 - p)(3.2792 \times 10^{-10} T^4 - 2.12 \times 10^{-7} T^3 \\ &\quad + 5.2089 \times 10^{-5} T^2 - 5.4475 \times 10^{-3} T + 0.24883) \\ e_i &= 4.186 \times 10^3 [8.797 \times 10^{-3} T^4 - 3.509 \times 10^{-6} T^3 + 5.79 \times 10^{-4} T^2 + 0.9622 T \\ &\quad + (1 - 10^{-2} p)(0.65 + 1.34 \times 10^{-2}(T - 100))] \end{aligned}$$

(2) $p \geq 10$ における ρ_v, e_v

$$\begin{aligned} \rho_v &= (bT + c)/(T + a) \\ a &= 1.596 \times 10^2 + p(-7.421 + p(3.576 \times 10^{-2} + p(1.523 \times 10^{-4} - p \cdot 1.667 \times 10^{-6}))) \\ b &= 0.5949 + p(-6.072 \times 10^{-3} + p(5.487 \times 10^{-3} + p(-5.59 \times 10^{-5} + p \cdot 2.586 \times 10^{-7}))) \\ c &= -2.690 \times 10^2 + p(1.880 \times 10^2 + p(-4.850 + p(4.470 \times 10^{-2} - p \cdot 1.862 \times 10^{-4}))) \\ e_v &= 4.186 \times 10^3 \sum_{i=1}^5 a_i T^{5-i} \\ a_1 &= -7.202 \times 10^{-8} + p(7.235 \times 10^{-9} + p(-2.766 \times 10^{-10} + p(3.814 \times 10^{-12} - p \cdot 2.116 \times 10^{-14}))) \\ a_2 &= 8.472 \times 10^{-5} + p(-9.033 \times 10^{-6} + p(3.617 \times 10^{-7} + p(-5.114 \times 10^{-9} + p \cdot 2.947 \times 10^{-11}))) \\ a_3 &= -3.785 \times 10^{-2} + p(4.289 \times 10^{-3} + p(-1.798 \times 10^{-4} + p(2.604 \times 10^{-6} - p \cdot 1.556 \times 10^{-8}))) \\ a_4 &= 7.997 + p(-9.146 \times 10^{-1} + p(4.013 \times 10^{-2} + p(-5.938 \times 10^{-4} + p \cdot 3.674 \times 10^{-6}))) \\ a_5 &= -26.54 + p(73.56 + p(-3.407 + p(5.137 \times 10^{-2} + p \cdot 3.283 \times 10^{-4}))) \end{aligned}$$

(3) $p < 10$ における ρ_0, e_0

$$\begin{aligned}\rho_0 &= (300 - T) [1.04 \times 10^{-8} + p(2.159 \times 10^{-4} + p(5.757 \times 10^{-5} + p(-1.437 \times 10^{-6} + p \cdot 1.215 \times 10^{-8}))) \\ &\quad + p(0.3696 + p(1.017 \times 10^{-8} + p(-1.329 \times 10^{-8} + p \cdot 1.123 \times 10^{-7}))) \\ e_0 &= 4.186 \times 10^3 [690.1 + p(-0.3064 + p(-2.0146 \times 10^{-3} + p(1.8284 \times 10^{-5} - p \cdot 1.1956 \times 10^{-7}))) \\ &\quad + (T - 350) [0.360 + p(5.3832 \times 10^{-3} + p(-1.4441 \times 10^{-4} + p(2.9658 \times 10^{-6} - p \cdot 1.5563 \times 10^{-8})))]]\end{aligned}$$

3. $B_i^t, \delta_i^t, \delta_i^n$ の要素

数値計算上の議論を正確にするため、行列および各ベクトルの要素を記す。

$$B_i^t = \begin{bmatrix} 0 & \left(d_{12} - 2\left(\frac{dt}{dz}\right)^2\right) & d_{13} \\ 0 & (\alpha \text{ DRV1})_i^t & d_{23} \\ \left[(1-\alpha)e_i \frac{\partial \rho_i}{\partial p} + \alpha(e_0 \text{ DRV1} + \rho_0 \text{ DEV1})\right]_i^t & & \\ 0 & -\frac{dt}{dz} [(v_m)_{i+1/2}^t - (v_m)_{i-1/2}^t + \text{VON}_{i-1/2}^t - \text{VON}_{i+1/2}^t] & d_{33} \end{bmatrix}$$

$$\delta_i^t = \begin{bmatrix} (\rho_i)_i^t \\ dt \Gamma_i^t \\ (\rho_i e_i)_i^t \end{bmatrix}$$

$$\delta_i^n = \begin{bmatrix} (\rho_m)_i^n - \frac{dt}{dz} [(\rho_m \text{ VON})_{i+1/2}^n - (\rho_m \text{ VON})_{i-1/2}^n] \\ (\alpha \rho_0)_i^n - \frac{dt}{dz} \left[\left(\frac{(1-\alpha)\rho_i \alpha \rho_0 v_r}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n - \left(\frac{(1-\alpha)\rho_i \alpha \rho_0 v_r}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] \\ \quad - \frac{dt}{dz} [(\alpha \rho_0 \text{ VON})_{i+1/2}^n - (\alpha \rho_0 \text{ VON})_{i-1/2}^n] \\ (\rho_m e_m)_i^n - \frac{dt}{dz} \left[\left(\frac{(1-\alpha)\rho_i \alpha \rho_0 (e_0 - e_i) v_r}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n - \left(\frac{(1-\alpha)\rho_i \alpha \rho_0 (e_0 - e_i) v_r}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] \\ \quad - \frac{dt}{dz} \left[\left(\frac{(1-\alpha)\alpha(\rho_i - \rho_0) v_r}{\rho_m} \right)_{i+1/2}^n - \left(\frac{(1-\alpha)\alpha(\rho_i - \rho_0) v_r}{\rho_m} \right)_{i-1/2}^n \right] \\ \quad - \frac{dt}{dz} [(\rho_m e_m \text{ VON})_{i+1/2}^n - (\rho_m e_m \text{ VON})_{i-1/2}^n] \end{bmatrix}$$

ただし、原型計算では $\tau_w = 0$ としたため、[付録 1]に示した $\text{VON}_{i\pm 1/2}^t$ は $\text{VON}_{i\pm 1/2}^n$ となる。

第12回放医研環境セミナー

放射性核種の化学形が

被曝線量評価に及ぼす影響

主催 放医研、共催 保物学会

期 日 12月6日(木)、7日(金)

会 場 放射線医学総合研究所講堂(千葉市穴川4-9-1)

○プログラム○

12月6日(木) 9:50~19:00

開会の辞 (放医研所長)熊取敏之
共催学会長あいさつ (保物学会副会長)福田整司

I. 環境における元素の存在形の形態別分析定量法

座長 (公衆衛生院)山県 登

(1) 大 気 (九大・理)高島良正

コメンター (原研)成富満夫, (動燃)大和愛司

座長 (筑波大)池田長生

(2) 土 壌 (東大・農)茅野充男

コメンター (放医研)内田滋夫, (農環技研)結田康一

座長 (放医研)市川龍資

(3) 海 水 (名大)半田暢彦

コメンター (放医研)長屋 裕, 平野茂樹

II. 環境での移行に及ぼす元素の化学形の影響

座長 (東大・農)熊沢喜久雄

(1) 農作物 (放医研)大桃洋一郎

コメンター (農環技研)小林宏信

座長 (放医研)上田泰司

(2) 海洋生物 (放医研)小柳 卓

コメンター (放医研)鈴木 謙, (近畿大)本田嘉秀

懇親会(第1会議室)

12月7日(金) 10:00~15:25

III. 人体での元素の移行と代謝に及ぼす元素の

化学形の影響

座長 (放医研)河村正一

(1) 食 品 (聖徳栄養短大)鈴木一正

コメンター (放医研)内山正史, 住谷みさ子

座長 (秋田大・医)滝沢行雄

(2) 人 体 (放医研)岡林弘之

コメンター (放医研)河村日佐男, (公害研)森田昌敏

IV. 総合討論

座長 (放医研)佐伯誠道

指定発言者 (地球化学研究協)猿橋勝子, (原電)伊沢正実,

(原研)笠井 篤, (放医研)小林定喜, 丸山隆司, 渡利一夫

閉会の辞 (放医研科学研究所)寺島東洋三

連絡先 (〒260)千葉市穴川4-9-1

放医研 管理部企画課 (0472-51-2111)