812. 複合理論を適用した有限要素法による トロイダルコイルの電磁力による構造解析

宮 健三*, 小川 雄一**,
浜田 泰司**, 渡辺 隆之**, 田形 一則**

(1984年 4月12日 受理)

*Electro-Magneto-Structural Analysis of Toroidal Coils Using
Finite Element Method with Application of Composite Theory*

By Kenzo MIYA, Yuichi OGAWA,
Taiji HAMADA, Takayuki WATANABE and Kazunori TAGATA

Application of superconducting magnets to magnetic confinement fusion reactors is necessary to generate as strong magnetic field as possible since a huge amount of electrical power is consumed if normal conducting magnets are used. And the strong field from the superconducting magnets generates very large electromagnetic force into structural components. It is thus required to establish a design guideline for the superconducting magnet structures. Development of a computer code to calculate stress-strain state in the complex interior of the magnet could serve the requirements.

In this paper mathematical formulations available for the finite element implementation are presented to solve detailed stress and strain in layered components of the magnets. The formulations are based on the composite theory of layered structures. Examples of numerical analysis are presented for electromagnetomechanical analysis of toroidal coils of the R-machine which has been discussed and promoted by Institute of Plasma Physics, Nagoya University. The numerical results are compared with those obtained from the beam-shell model. Significant differences are found at some portions between them indicating validity of the present code "MAGCOMP". Detailed stress distributions are shown for each component, which would be furthermore available to analysis and evaluation of quench phenomena.

KEYWORDS: *finite element method, superconducting magnets, composite theory, magnetic fusion reactors, toroidal coil, slip theory, electromagnetic forces, computer codes, stress distribution, electromagnetomechanical analysis*

I. 緒 言

磁場閉じ込め核融合炉は強磁場を必要とし、経済性という点から、超電導マグネットの使用が不可欠である。構造工学という観点から見た場合、トカマク炉においてはトロイダルコイルとポロイダルコイルの、タンデムミラー炉においてはソレノイドコイルと陰陽コイルの使用が必要である。これらの超電導大型コイルは、磁場が強大だけに電磁力も巨大なものとなり、構造設計上重要な因子となっている。このような観点

から、これらのコイルに発生する電磁力の解析は、数多く実施されてきた⁽¹⁾⁻⁽³⁾。しかしながら、これらの電磁力による構造解析では、コイル断面の複雑な内部構造物を詳細に解析していない。最も単純なモデルでは、コイルを梁で近似している。少し複雑なモデルで

* 東京大学工学部原子力工学研究施設(Nucl. Eng. Res. Lab., Univ. of Tokyo)

** 名古屋大学プラズマ研究所(Inst. of Plasma Phys., Nagoya Univ.)

** センチュリリサーチセンタ(株)(Century Res. Center)

は平板で近似したり、3次元中実体として近似する場合がある。

したがってこれらの解析では、(1)実際のコイルの剛性の評価方法と精度、(2)コイルを構成する要素(導体、スペーサー、構造支持材、冷却チャンネル、絶縁材)の中に発生する応力を詳細に知ることができない、という点に問題がある。これらの問題点を解決するには、複合理論とすべり理論を導入し、3次元解析コードを作成する必要がある。

核融合炉のマグネット構造物は、材料特性が非常に異なる幾つかの材料によって構成されているため、大きな電磁力が作用すると構成材料が弾塑性挙動を示すとともに、材料間においてすべり挙動を同時に生ずることが知られている。このマグネット構造物における変形挙動を正しく把握するための解析法としては、有限要素法による解法が考えられる。しかし、通常の方法による有限要素法を用いた場合には、計算機の容量および計算時間等の面から、実用的な解析は困難である。

このような点を考慮し、Chang ら⁽⁴⁾は弾性-すべり挙動を解析するための構成方程式を、Chang ら⁽⁵⁾と Aoki ら⁽⁶⁾は弾塑性-すべり挙動を解析するための構成方程式を提案し、有限要素法を用いて超電導マグネットの解析を行なっている。Chang らは、層状の複合材に対して Chou ら⁽⁷⁾が提案した構成方程式を発展させて応用している。Chou らが提案した構成方程式は、層状の複合材に対して Voigt の仮定と Reuss の仮定を組み合わせで応用し求めたものである。すべり挙動を表わす構成方程式は、塑性問題における Mohr-Coulomb の条件に類似した理論を用いて求めている⁽⁶⁾。

現在、名古屋大学プラズマ研究所において、核融合反応プラズマ実験計画(R計画)が進められている⁽⁸⁾。このR計画においては、中型のトカマク型装置を建設しD-T核融合反応を発生させようという計画である。現在、R計画は準備研究の段階にあるが、これまでにステンレス鋼系をベースにした1次設計を行い、2次設計においてはAl合金系の低誘導放射化装置の設計も行なっている。

本報では、Chou および Chang らが提案した複合理論について簡単に言及する。この複合理論に基づいて開発したプログラム MAGCOMP の数値的な検証例を示した後、R計画における常電導トロイダルコイルの詳細な内部構造を考慮した解析例を示す。また、トロイダルコイルの解析結果と、梁理論に基づいて解析した結果との比較検討を行う。なお、MAGCOMP では、トロイダルコイルの磁場解析および電磁力の解析も行

えるようになっている。また、本プログラムは開発の第1段階として、弾性-すべり挙動の解析を行えるようにしたものである。

II. 複合理論の適用

1. 層状複合材の構成方程式

層状の複合材において平均化した構成関係を求める方法としては、複合則、Voigt の仮定および Reuss の仮定の採用が考えられる。しかし、複合則は等価縦弾性係数については応用できるが、ポアソン比やせん断弾性係数といった弾性定数に対しては応用できない。また、Voigt の仮定と Reuss の仮定を別々に用いると、応力の釣合い条件とひずみの適合条件をそれぞれ満足しないという欠点を有している。このような点を考慮し Chou ら⁽⁷⁾は、Voigt の仮定と Reuss の仮定を組み合わせで使用し、複合材の構成方程式を求める方法を提案している。

(1) 一様応力と一様ひずみの仮定

ここでは、Fig. 1 に示すような直交異方性の層状複合材を考える。

Fig. 1 Global and local coordinate systems of laminar composite element

図中の要素は、異なる材料特性を有する n 個の層 (1, 2, ..., k , ..., n) を同時に考慮できる。20節点の立体複合要素である。図中の数字は、節点番号を表わしている。 x, y, z 系は全体座標系、 R, S, T 系は直交異方性の材料特性を定義するための座標系である。 L, M, N 系は要素座標系であり、 L, M 軸は層の面内にとり、 N 軸は層に直交する方向にとる。

Chou ら⁽⁷⁾は、複合要素を構成する各層に対して層間における変位の連続性に基づき、 L - M 平面内のひずみ成分は要素内の各層において一様であると仮定し

ている (Voigt の仮定)。この関係は、有限増分表示を用いて次のように表わされる。

$$\Delta \epsilon_i = \Delta \epsilon_i^K, \quad (i=L, M, LM; K=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

(1) 式は各層におけるひずみ増分 $\Delta \epsilon_i^K$ ($i=L, M, LM$) は、等価な複合要素 (Fig. 1) より得られる対応したひずみ増分 $\Delta \epsilon_i$ に等しいことを表わしている。ここで Δ は有限増分を表わしている。また Chou らは、層間での応力の連続性を考慮して、各層の N 軸方向に関係した応力成分は一樣であると仮定している (Reuss の仮定)。すなわち

$$\Delta \sigma_i = \Delta \sigma_i^K, \quad (i=N, MN, NL; K=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

と表わす。(2) 式は、各層の応力成分 $\Delta \sigma_i^K$ ($i=N, MN, NL$) は、Fig. 1 に示される等価な複合要素より得られる対応した応力増分 $\Delta \sigma_i$ に等しいことを表わしている。次に、等価要素 (複合要素) の残りの応力成分とひずみ成分を求める必要があるが、それらは各層の応力とひずみの重みつき平均として、次式のように与えられる。

$$\Delta \epsilon_i = \sum_{K=1}^n \rho^K \Delta \epsilon_i^K \quad (i=N, MN, NL; K=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

$$\Delta \sigma_i = \sum_{K=1}^n \rho^K \Delta \sigma_i^K \quad (i=L, M, LM; K=1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

ここで、 ρ^K は各層の複合要素に占める体積比で、次のように表わす。

$$\rho^K = \frac{\text{複合要素における } K \text{ 番目の層の体積}}{\text{複合要素の全体積}}$$

以上の結果に基づき、かつ Chang ら⁽⁶⁾の表示を引用して、(1)~(4) 式を次のようにマトリックス表示する。

$$\{\Delta \epsilon_i^e\} = \{\Delta \epsilon_i^{e,K}\} = [R_i] \{\Delta \epsilon_i^{e,K}\} \quad (\text{Set I}) \quad (1')$$

$$\{\Delta \sigma_i\} = \{\Delta \sigma_i^K\} = [R_i] \{\Delta \sigma_i^K\} \quad (\text{Set II}) \quad (2')$$

$$\{\Delta \epsilon_i^e\} = \sum_{K=1}^n \rho^K \{\Delta \epsilon_i^{e,K}\} = \sum_{K=1}^n \rho^K [R_i] \{\Delta \epsilon_i^{e,K}\} \quad (\text{Set II}) \quad (3')$$

$$\{\Delta \sigma_i\} = \sum_{K=1}^n \rho^K \{\Delta \sigma_i^K\} = \sum_{K=1}^n \rho^K [R_i] \{\Delta \sigma_i^K\} \quad (\text{Set I}) \quad (4')$$

(1')~(4') 式において、 $\{\cdot\}$ と $[\cdot]$ は列ベクトルとマトリックスを表わしている。右下添字 I, II は、Set I, II を表わしている。Set I は L, M, LM のひずみと応力の成分、Set II は N, MN, NL のひずみと応力の成分をそれぞれ表わしている。(1'), (3') 式における右上添字 e は弾性ひずみを表わしている。 K は (1)~(4) 式で示した通りである。マトリックス $[R_i]$, $[R_i]$ は、応力とひずみ成分を Set I, II に分解するマトリ

ックスであり、次のように表わす。

$$[R_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[R_i] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ひずみと応力の列ベクトルは、次のように表わす。

$$\begin{aligned} \{\Delta \epsilon^e\} &= [R_i]^t \{\Delta \epsilon_i^e\} + [R_i]^t \{\Delta \epsilon_i^e\} \\ &= [\Delta \epsilon_L^e, \Delta \epsilon_M^e, \Delta \epsilon_N^e, \Delta \gamma_{LM}^e, \Delta \gamma_{MN}^e, \Delta \gamma_{NL}^e]^t \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \{\Delta \sigma\} &= [R_i]^t \{\Delta \sigma_i\} + [R_i]^t \{\Delta \sigma_i\} \\ &= [\Delta \sigma_L, \Delta \sigma_M, \Delta \sigma_N, \Delta \tau_{LM}, \Delta \tau_{MN}, \Delta \tau_{NL}]^t \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 t は転置を表わし、 $\Delta \epsilon^e$ と $\Delta \gamma^e$ は軸方向弾性ひずみ増分とせん断弾性ひずみ増分である。 $\Delta \sigma$ と $\Delta \tau$ は軸方向応力増分とせん断応力増分である。なお、これらの物理量は要素座標系に従って定義する。

(2) 複合要素の弾性範囲における構成方程式
複合要素における K 番目の層の構成方程式は、次のように表わせる。

$$\{\Delta \sigma^K\} = [D^{e,K}] \{\Delta \epsilon^{e,K}\} \quad (9)$$

ここで、 $[D^{e,K}]$: 直交異方性を考慮した弾性材料特性マトリックス

これより (5), (6) 式の関係を用いて、(9) 式を Set I, II に分解すると次のように表わせる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_i^K \\ \Delta \sigma_i^K \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^{e,K} & D_{12}^{e,K} \\ D_{21}^{e,K} & D_{22}^{e,K} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_i^{e,K} \\ \Delta \epsilon_i^{e,K} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

これより (1')~(4') 式を用いて (10) 式を解くと、複合要素の平均化した構成方程式が次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_i \\ \Delta \sigma_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^e & D_{12}^e \\ D_{21}^e & D_{22}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_i^e \\ \Delta \epsilon_i^e \end{Bmatrix} \quad (11)$$

ここで、

$$\begin{aligned} [D_{11}^e] &= \sum_{K=1}^n \rho^K [(D_{11}^{e,K}) - (D_{12}^{e,K})(D_{22}^{e,K})^{-1}(D_{21}^{e,K})] \\ &\quad + \left[\sum_{K=1}^n \rho^K (D_{12}^{e,K})(D_{22}^{e,K})^{-1} \right] \left[\sum_{K=1}^n \rho^K (D_{21}^{e,K})^{-1} \right]^{-1} \\ &\quad \cdot \left[\sum_{K=1}^n \rho^K (D_{21}^{e,K})^{-1} (D_{22}^{e,K}) \right] \end{aligned} \quad (12a)$$

$$[D_{12}^e] = \left[\sum_{K=1}^n \rho^K (D_{12}^{e,K})(D_{22}^{e,K})^{-1} \right] \left[\sum_{K=1}^n \rho^K (D_{21}^{e,K})^{-1} \right]^{-1} \quad (12b)$$

$$[D_{21}^e] = \left[\sum_{K=1}^n \rho^K (D_{21}^{e,K})^{-1} \right]^{-1} \left[\sum_{K=1}^n \rho^K (D_{21}^{e,K})^{-1} (D_{22}^{e,K}) \right] \quad (12c)$$

$$[D_{22}^e] = \left[\sum_{K=1}^n \rho^K (D_{22}^{e,K})^{-1} \right]^{-1} \quad (12d)$$

である。また(10), (12)式の各サブマトリックスは, (5), (6), (9)式を用いて次のように表わされる。

$$[D_1^{\epsilon}] = [R_1][D^{\epsilon}][R_1]^t \quad (13a)$$

$$[D_2^{\epsilon}] = [R_2][D^{\epsilon}][R_2]^t \quad (13b)$$

$$[D_3^{\epsilon}] = [R_3][D^{\epsilon}][R_3]^t \quad (13c)$$

$$[D_4^{\epsilon}] = [R_4][D^{\epsilon}][R_4]^t \quad (13d)$$

これより(11)式は複合要素の平均化した構成方程式になっており, 参照している座標系は L, M, N 系である。

(3) すべりを考慮した構成方程式

複合要素の平均的な変位により計算されるひずみは弾性成分とすべり成分に分解されるものとする。

$$\{\Delta \epsilon\} = \{\Delta \epsilon^e\} + \{\Delta \epsilon^s\} \quad (14)$$

ここで, $\{\Delta \epsilon^s\}$: すべり成分

すべり状態は複合要素内の層間において層間面内のせん断応力が極限値に達し, 層間の接合材が剥離したときに生ずると仮定する。すなわち, 応力状態が次の条件を満足したとき, 層間面内においてすべりが生ずるとする⁽⁵⁾。ただし, 圧縮による崩壊は考慮されていない。

$$f_s = f\left(\frac{\bar{\tau}}{\tau_r}, \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0}\right) = 0 \quad (15)$$

ここで, Fig. 1を参照し,

$$\bar{\tau} = \sqrt{\tau_{MN}^2 + \tau_{NL}^2}$$

$$\tau_r = \begin{cases} \tau_0: \text{初期すべり抵抗応力} (\bar{\sigma}=0 \text{ のとき}) \\ \tau_s = \beta \tau_0: \text{初期すべり開始後の} \\ \text{すべり抵抗応力} \end{cases}$$

$$\sigma_0: \text{すべり曲面の応力} (\bar{\tau}=0 \text{ のとき})$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_N: \text{すべり面に対する垂直応力}$$

と表わす。 $\beta \in [0, 1]$ は摩擦特性に関係した係数である。すべりによるせん断ひずみ増分は, せん断応力に比例すると仮定して, 次のように表わす⁽⁶⁾。

$$\{\Delta \epsilon^s\} = \Delta \lambda^s \{\bar{\sigma}\} \quad (16)$$

$$\text{ここで, } \{\bar{\sigma}\} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \tau_{MN} \ \tau_{NL}]^t$$

$\Delta \lambda^s$ は, すべりが生じたとき次式を満足するという条件より

$$\Delta f_s = \frac{\partial f_s}{\partial \bar{\tau}} \Delta \bar{\tau} + \frac{\partial f_s}{\partial \bar{\sigma}} \Delta \bar{\sigma} = 0 \quad (17)$$

決定される比例定数である。これよりすべりを考慮した平均化構成方程式は, 次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \{\Delta \sigma\} &= [D^{\sigma}](\{\Delta \epsilon\} - \{\Delta \epsilon^s\}) \\ &= [D^{\sigma}]\{\Delta \epsilon\} - \{\Delta \sigma^s\} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで, $[D^{\sigma}]$ は対称な平均化弾性-すべり材料マトリックスで, $\{\Delta \sigma^s\}$ は層間のすべりによる応力増分ベクトルである。なお, これらの詳細は文献(6)に与えられている。

Ⅲ. 有限要素法による定式化

有限要素法に関する定式化については, 多くの出版物(例えば文献(9), (10))において示されているので, ここでは簡単に述べる。本解析においては, Fig. 1に示したように, 20節点の3次元立体要素を用いている。要素内の変位ベクトル $\{\Delta \bar{u}\}$ は, 次のように表わされる。

$$\{\Delta \bar{u}\} = [N(\xi, \eta, \zeta)]\{\Delta \delta\} \quad (19)$$

ここで, $[N]$: 形状関数マトリックス

$\{\Delta \delta\}$: 要素節点変位ベクトル

$\xi, \eta, \zeta \in [-1, 1]$: 要素の局所座標系

(-): x, y, z 座標系で表わした物理量

ひずみと変位の関係は, 次のように表わす。

$$\{\Delta \bar{\epsilon}\} = [\bar{B}]\{\Delta \delta\} \quad (20)$$

ここで, マトリックス $[\bar{B}]$: 節点変位とひずみを関係づけるマトリックス

これより仮想仕事の原理に従って,

$$\begin{aligned} d\{\Delta \delta\}^t \{d\bar{P}\} &= d\{\Delta \delta\}^t \int_{\Omega_e} [\bar{B}]^t \{d\bar{\sigma}\} dv \\ &\quad - d\{\Delta \delta\}^t \int_{\Omega_e} [N]^t \{d\bar{F}\} dv - d\{\Delta \delta\}^t \int_{\Gamma_s} [N]^t \{d\bar{T}\} ds \end{aligned} \quad (21)$$

ここで, $dv = dx dy dz$

Ω_e : 要素の積分領域

Γ_s : 応力境界, $\{d\bar{P}\}$: 節点作用力

$\{d\bar{F}\}$: 物体力, $\{d\bar{T}\}$: 表面力

これより(21)式に(18)式の関係を代入すると, 次のような平衡方程式が得られる。

$$\{d\bar{P}\} = [\bar{K}^{\sigma}]\{\Delta \delta\} - \{\Delta \bar{P}^s\} - \{\Delta \bar{P}^B\} - \{\Delta \bar{P}^T\}$$

ここで, $\{\Delta \bar{P}^s\} = \int_{\Omega_e} [\bar{B}]^t \{d\bar{\sigma}^s\} dv$ (23a)

$$\{\Delta \bar{P}^B\} = \int_{\Omega_e} [\bar{B}]^t \{d\bar{\sigma}^B\} dv \quad (23b)$$

$$\{\Delta \bar{P}^T\} = \int_{\Omega_e} [N]^t \{d\bar{F}\} dv \quad (23c)$$

$$\{\Delta \bar{P}^T\} = \int_{\Gamma_s} [N]^t \{d\bar{T}\} ds \quad (23d)$$

(22)式はすべり状態が生ずると, 各荷重増分ごとに(23a)式の接線剛性マトリックスを修正し, すべりによる残差荷重増分ベクトル((23b)式)を荷重項に加えることによって計算を行う。構造全体の平衡方程式は, (22)式を全有限要素にわたって求めればよい。

弾性-すべりモデルにおける要素の全ひずみ増分は, 通常の方法によって変位増分より求められ, 平均的な応力増分は(18)式より求まる。また平均的なすべりひずみ増分 $\{\Delta \epsilon^s\}$ と弾性ひずみ増分 $\{\Delta \epsilon^e\}$ は, (16), (14)式より求まる。Set I における弾性ひずみ増分と Set II における応力増分は, 最初の仮定に従って(1'), (2')式

より次のように求められる。

$$\{\Delta \varepsilon_1^K\} = \{\Delta \varepsilon_1^f\} \quad (24)$$

$$\{\Delta \sigma_1^K\} = \{\Delta \sigma_1\} \quad (25)$$

Set IIにおけるひずみ増分は、(10)式に(24)、(25)式を代入し $\{\Delta \varepsilon_1^K\}$ について解くと次式が得られる。

$$\{\Delta \varepsilon_1^K\} = [D_1^K]^{-1} \{\Delta \sigma_1\} - [D_1^K]^{-1} [D_1^K] \{\Delta \varepsilon_1^f\} \quad (26)$$

これより Set I における応力増分は、(10)式より

$$\{\Delta \sigma_1^K\} = [D_1^K] \{\Delta \varepsilon_1^K\} + [D_1^K] \{\Delta \varepsilon_1^f\} \quad (27)$$

複合材の弾性-すべり解析は、上記のような増分解析

により行うことができる。すべり状態の判定は(15)式に従い各荷重増分ごとに行う。

IV. 数値解析の結果

1. プログラムの検証

最初の数値計算例は作成したプログラム (MAGCOMP) の検証を行うため、Chang ら⁽⁴⁾ が解析した長方形断面を有する単純梁について解析を行い、解を検証する。解析モデルはFig. 2(a)に示す単純梁であり、梁断面はFig. 2(b)に示すような長方形断面で2種類の異なる

Fig. 2 Finite element mesh division of composite beam

った材料よりなる複合材である。有限要素分割は、Fig. 2(c)に示すように Chang らと全く同じである。材料はボンド材がエポキシ、基材がCuである。材料の物性値は、次のとおりである。

	ヤング係数(E)	ポアソン比(ν)
ボンド材	800 ksi	0.3
基 材	17,000 ksi	0.33

(1) 弾性解析

Fig. 2(a)に示される荷重を作用したときの中心断面における曲げ応力の分布をFig. 3に示す。図中()内の数字はChang ら⁽⁴⁾の結果である。本結果はChang らの結果と非常に良く一致している。Fig. 4にはC-C断面のせん断応力分布を示す。Chang らの結果はB-B断面の結果である。本結果が少し高目の値を示しているのは、Chang らより細かく結果を評価しているためである。これらの結果より両結果は良く一致しているので、プログラムの検証は行えたものと考えられる。

(2) 弾性-すべり解析

Fig. 2に示した単純梁について、すべり効果を考慮した解析を行なったので、その結果も示しておく。この場合ボンド材のすべり抵

Fig. 3 Bending stress distribution in cross section at center of beam

Fig. 4 Shearing stress distribution in section C-C (see Fig. 2)

抗は、次のように仮定した。

$$\tau_0 = 10 \text{ ksi}, \quad \sigma_0 = 10 \text{ ksi}, \quad \beta = 1.0$$

このときの荷重と中心断面のたわみ δ との関係を Fig. 5 に示す。図より、すべり挙動を考慮した影響が明らかになる。Fig. 6 では、中心断面における曲げ応力の分布を示す。図から明らかなように、すべり挙動を考慮した場合としない場合の結果は、ほとんど一致している。このときの荷重値は 120 kips である。Fig. 7 では、C-C 断面におけるせん断応力の分布を示す(荷重値は 120 kips.)。Fig. 7 では、すべりを考慮しない場合中心面において最大のせん断応力を生じており、この傾向は Fig. 4 においても明らかである。しかし、すべり挙動を考慮した場合、最大せん断応力が 10 ksi となり断面全体にわたって、平坦な応力分布となる傾向

Fig. 5 Relation between load and deflection at center of beam

Fig. 6 Bending stress distribution in beam center section (load=120 kips)

を示している。これは荷重が増加するに従って、中立面近傍よりすべり現象が生じ、次第にすべり面が増加していくことを示している。ここではすべり挙動を考慮した解析例を示したが、すべり条件の妥当性を実験により検証する必要があると考えられる。

Fig. 7 Shearing stress distributions in section C-C (load=120 kips, see Fig. 2)

2. トロイダルコイルの解析

本節では、名古屋大学プラズマ研究所において計画中の R 装置において、現在検討中の Al 合金系の低誘

導放射化装置のD型トロイダルコイルの変形挙動の解析結果について述べる。本解析結果は、梁-シェルモデルを用いて得られた結果⁽¹¹⁾と比較検討される。

R装置のトロイダルコイルの立面図をFig.8に示す⁽¹¹⁾。本解析においては、トロイダルコイルに拡張力のみが作用する場合について解析を行う。したがって解析モデルは、対称性を利用し1つのコイルを取り出し、その1/4領域のみをモデル化する。Fig.9には、トロイダルコイルに作用する電磁力分布を示す。コイルの有限要素モデルと境界条件をFig.10に示す。有限要素モデルでは、通常の20節点立体要素、20節点複合要素および8節点厚肉シェル要素を用いている。図中、X,Y,Z系は全体座標系である。Fig.11には、トロイダルコイルの断面図を示す。コイル導体内はCu、キャンはAl合金となっており、コイルのターン数は15ターン/コイルである。また全コイル数は20個である。

Fig. 8 Configuration of TF coils

Fig. 9 Distribution of electromagnetic force (extensional force)

TFコイルの内部構造は2個の複合要素でモデル化を行なっている(図中、斜線で囲んだ部分)。なお、図中のLayer No.は、Fig.13のLayer No.に対応している。コイルの材料物性値は、次のとおりである。

	ヤング係数(E) ポアソン比(ν)	
Al キャン	7.0×10^4 MPa	0.3
Cu 導体	1.2×10^5	0.3
Al と導体内の絶縁材	5.0×10^3	0.3
導体と導体内の絶縁材	2.0×10^4	0.3

Fig.9に示した拡張電磁力は、物体力としてコイル本体に与えて解析を行なった。すべり解析に必要な τ_0 と σ_0 の値は、Alと導体間の絶縁材ヤング係数の1/100の値を仮に用いた。すなわち、

$$\tau_0 = \sigma_0 = 50 \text{ (MPa)}, \quad \beta = 1.0$$

(1) 弾性解析

解析結果としては、最大変位をFig.12に示し、梁-シェルモデルより得られた結果⁽¹¹⁾と比較する。この結果によると本解析におけるY方向変位は、梁-シェルモデルの約1/2以下となっている。これに対してZ方向

Fig. 10 Finite element mesh and boundary conditions

の最大変位は、本結果の方が幾分大きな値を示している。Fig. 13 には、Fig. 11 の Layer において得られた、コイル軸方向の応力(σ_{xx})をコイル軸に沿って(図中の破線)プロットしたものである。図より明かなように、最外縁導体(Layer No.3)の応力が最大値を示しており、絶縁材の応力は小さな値となっている。曲線部の応力は各層とも大きな値を示している。梁-シェルモデルの結果と比較すると、直線部では梁-シェルモデルの結果の方が高目の値を示しているのに対し、曲線部では本結果の方が局部的に高目の値を示している。

Fig.14には、直線部断面におけるトーラス方向応力($\sigma_{\theta\theta}$)の分布を示す。コイルの内側から外側に向かって、導体部の応力が次第に大きな圧縮応力となっている。この結果は、梁-シェルモデルからは得られないので比較は行っていない。

(2) 弾性-すべり解析

Fig.15には、拡張力が作用した場合のすべり挙動が生じた位置を示す。本解析では、実験で得られる正確なすべり抵抗値を用いていないが、得られた解析結果はコイル内ですべり挙動を生ずる可能性があることを示唆している。

Fig. 11 Cross section of TF coil and type of mesh

() : Results of beam-shell model⁽¹¹⁾

Fig. 12 Maximum displacements (mm) in X, Y and Z components

V. 結 論

本報では、複合理論を用いた複合材の解析法について簡単な説明を行い、開発したプログラム(MAG-COMP)の検証結果を示した。実際問題に対する適用例としては、R装置におけるトロイダルコイルの解析例を示すとともに、梁-シェルモデルより得られた結果との比較検討例を示した。梁-シェルモデルによる結果との比較においては、あまり良い一致が見られなかった。ここで示した解析例は、拡張力のみが作用した場合に対する結果であるため、他の荷重状態が作用したときにどれほどの相違が生ずるか興味深いものがある。

本解析法の利点としては、比較的少ない有限要素分割にもかかわらず、トロイダルコイルを構成する異種材料の応力分布が容易に得られるとともに梁-シェルモ

Fig. 13 Axial stress distributions (σ_{MM}) along center line

Fig. 14 Stress distributions (σ_{LL}) in direction of coil width

Fig. 15 Slip behavior induced in hatched element

デルを用いた場合に得られない応力値(例えば σ_{LL} 値など)が得られる点にある。また解析モデルは、梁-シェルモデルに比較して現実的なモデル化が行える点も利点となっている。なお、すべり理論を用いた解析の妥当性は実験によって検証する必要がある。

最後に著者らは、実験との比較を行いつつ本プログラムの改良および解析能力の向上を行なっていく予定でいる。

本研究を実施するに当たり、名古屋大学プラズマ研究所松浦清剛教授、同所計算機センター阿部芳彦助教授にはそれぞれ有益なコメントを頂きました。ここに感謝します。

—参考文献—

- (1) MOSES, R.W., YOUNG, W.C.: *Proc. 6th Symp. on Eng. Prob. of Fusion Research, San Diego*, (1975).
- (2) GRAY, W.H., LONG, C.J., STODDART, W.C.T.: *Nucl. Eng. Des.*, 58, 191 (1980).
- (3) HACKWORTH, D.T., et al.: *Proc. 8th Symp. on Eng. Prob. of Fusion Research, San Francisco*, (1979).
- (4) CHANG, T.Y., et al.: *Computer technology in fusion energy research*, ASME, PVP-PB-031, 67 (1978).
- (5) CHANG, T.Y., AOKI, H.: *Nucl. Eng. Des.*, 58, 237 (1980).
- (6) AOKI, H., CHANG, T. Y.: *Report Dept. Civil Eng. Univ. Akron*, (1979).
- (7) CHOU, P.C., et al.: *Compos. Mater.*, 6, 80 (1972).
- (8) 松浦清剛, 浜田泰司: *原子力誌*, 24(8), 593 (1982).
- (9) ZIENKIEWICZ, O.C.: *"The Finite Element Method in Engineering Science"*, (2nd Ed.), (1971), McGraw-Hill.
- (10) BATHE, K.J.: *"Finite Element Procedures in Engineering Analysis"*, (1982), Prentice-Hall.
- (11) 名古屋大学プラズマ研究所: R装置用非円形アルミ装置強度に関する重点的構造解析, (1983).

日本工学会・記念講演会

「わが国工学の将来と使命」

一技術者の生涯教育—

日時 昭和60年11月15日(金) 13:00~16:30

会場 工学院大学講堂

(東京都新宿区西新宿1-24-2. 03-342-1211)

国電・地下鉄とも新宿下車, 西口徒歩5分

○プログラム○

開会の辞 (13:00)

会長 伊木正二

講演

企業から見た科学技術教育のあり方(13:10~)

(清水建設専務取締役)松平忠敏

最近の科学技術, 特に「人工知能」の動向からする企業内外の教育への提言。

エレクトロニクス分野の生涯教育(14:15~)

(日本電気取締役)内田 慎二

電子通信学会での生涯教育や企業内教育の実例を引用しながら, エレクトロニクス技術者の生涯教育について述べたい。

産・学・官協力による技術者育成(15:20~)

(石川島播磨重工業常任顧問) 今井 兼一郎

日本最近の一部技術力優位に対し, 米英仏各国は本格的巻返しに入っている。この環境下で Innovation への能力向上しつつ競争力維持向上には産・学・官の協力が基本的 Keyである。本問題を技術者の生涯教育の立場から取上げて見たい。

閉会の辞 (16:20)

副会長 尾佐竹 徇

—来聴歓迎・入場無料—

日本工学会 第50回見学会

本会が加盟している日本工学会の主催による第50回見学会が, 下記のように開催されます。本会会員で参加を希望される方は, 直接同会宛お申込みください。

期 日 昭和60年11月8日(金)

見学機関 日産自動車佛座間工場

(座間市広野台2-5000. 0462-53-5523)

同工場は, ロボットを十二分に駆使した最も機械化された工場で, さらに今年改装され, その直後の公開です。

予 定 東京駅丸の内口旧丸ビル明治屋横(貸切バス) 11:00→12:00座間工場, 昼食・少憩 13:30→15:30 見学→16:30頃東京駅丸の内口解散の予定

参加人員 50名(定員になり次第締切り)

参加費 2,500円(バス代および昼食代)

申込 参加を希望される方は, 任意の用紙に氏名, 勤務先, 職名, 連絡先ならびに所属学協会名をご記入のうえ, 参加費を添えて下記へお申込みください。なお同業会社の方々には参加をご遠慮願います。

(参加費のご送金は, 郵便局で発行の定額為替が便利です。参加費の領収書を必要の方は, その旨を付記して下さい。)

申込先 (〒107)東京都港区赤坂9-6-41 乃木坂ビル内

(社)日本工学会

(03-475-4621)