856. 二相流の数値解法における時間ステップの あいまい制御

高橋 亮一*, 富山 明男*†

(1986年 5月15日 受理)

(1986年 9月19日 再受理)

Fuzzy Control to Time-Step for Numerical Solving Two-Phase Flow

By Ryoichi TAKAHASHI and Akio TOMIYAMA

For safety evaluation of the light water reactors it has been important to develop the effective numerical methods to analyze two-phase flow. Calculations of a long-term transient may be essential for simulating a small break LOCA which is attentioned after the TMI-2 accident. Thus computer codes cannot serve as convenient tools for these analyses until time consuming processes shall be removed in calculating two-phase flow phenomena. This situation motivates the authors to propose an improved adjustment of the time step for efficient solving the finite difference equations of the two-phase flow dynamics. At present no established guide is shown to study the instability which deteriorates the convergency, since no practical argument is found for determining characteristics of the iterative process of these difference schemes at every time-level. By analogy with the fact that an engineer is capable of operating an unfamiliar industrial process which is not represented quantitatively, a common sense based on numerical analysis, for example "Make a very small time-step if a symptom of the instability appears.", can produce the controlling rules to the time-step. This paper demonstrates the feasibility of the present introductory fuzzy controller for time-step adjustment to the difference equations by numerical examining Edwards pipe problem.

KEYWORDS: computer calculations, computer codes, convergence, drift flux model, Edwards pipe problem, feasibility studies, fuzzy control, iterative process, Newton block Gauss Seidel, numerical solution, reactor safety, time-step controller, two-phase flow

I. 緒 言

原子炉の安全性を評価するために想定事故における熱・流体力学的現象を解析する努力が多く払われている。とりわけ理論的な解析では RELAP⁽¹⁾, TRAC⁽²⁾ 等の計算コードによる研究があり、この中では二相流を数値的に解くことが大きな部分を占める。この流れを記述するには保存則に加えて熱の移動と流れを特徴づける多くの相関式が用いられるので、この分だけ単相流に比べて解法に注意が要求される。離散化した基礎式・相関式から数値的に安定な二相流の解を求めるた

めに Courant 条件, CFL 条件などの指針があり、この要請によって時間メッシュ Δt は制約される。通常、 Δt に小さい値を採用して数値解の安定化を試みているが、このことは計算機に多大な演算回数を荷し、費用の負担を大きくしている。

Edwards pipe 問題⁽³⁾⁽⁴⁾ のように短い時間における過渡沸騰二相流の解析とは相違して、TMI-2 事故の後

* 東京工業大学原子炉工学研究所 (Res. Lab. for Nucl. Reactors, Tokyo Inst. of Technol.)

† 現在、日立製作所エネルギー研究所 (Energy Res. Lab., Hitachi Ltd.)

では小破断 LOCA を重要と見るために長い時間の過渡状態を数値的に解く必要が出てきた。こうなると計算機に対する負担が一段と増えるので、何らかの工夫で演算回数を減らさねば、計算コードは良い道具とはならない。長時間にわたる二相流の数値解を経済的に求める要求に際して、 Δt を制御して、この対応策を提案するのが本報の動機と目的である。すでに RELAP⁽¹⁾ では、主として Courant 条件に規準を求めて、得られた伝熱・流動の物理的状況から Δt を制御している。このコードに精通した解析者のみが Δt の選択に関するパラメータを調整できるという難点があり、利用者に開かれた Δt 制御とはいえない。

本報では、二相流の数値解法における効率を向上させるため Δt の調整を試みた。これは数値解析者の常識に着目した“あいまい”制御である。線形の偏微分方程式を数値解法するのとは異なって、保存則・実験相関式で記述された二相流を解く場合に収束を保証する数学的議論が極めて困難なため、収束を遅らせる原因の分析に対して捉え所がない。しかし解析者は“収束を遅らせる不安定性が起き始めたら、 Δt を相当に小さくしたら良い”等と勘どころを心得ている。ここで提案する Δt の調整は、これらの言語的表現を基に数値計算系を Δt を入力とし反復数を出力とするシステムと見なした場合の制御である。いま Edwards pipe 問題を例に採り、この二相流の差分式を NBGS 法 (Newton Block Gauss Seidel) で解く場合⁽⁴⁾について、 Δt に関するあいまい制御の有効性を考察した。

II. 数学的準備

1. 数値計算プロセスと工業プロセスとの類似性

二相流を文献(4)に示すようにドリフト・フラックス・モデルで近似し、これをセミ・インプリット差分して NBGS 法により数値解を求めた。解法上の要点は反復過程を伴う次の差分方程式に対する考察である。

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{a}^{(k,n)} \quad (1)$$

ここに、 k : 計算を時刻 $t = n\Delta t$ から Δt だけ進めるときに要する第 k 番目の反復

$\mathbf{x}$: 求めるべきプロセス変数からなるベクトル

$\mathbf{H}$: 係数行列

$\mathbf{a}$: n と k で指定される外力項

(1)式において、行列 $\mathbf{H}^{(k)}$ およびベクトル $\mathbf{x}^{(k)}$, $\mathbf{a}^{(k,n)}$ は反復ごとに变化するので、 $\mathbf{H}^{(k)}$ のスペクトル半径 $\rho^{(k)}$ は反復ごとに变化し、(1)式の収束を保証する数学的議論は実際上極めて困難である(ただし、 Δt を小

さくすると ρ は小さくなるのは事実である)。すなわち、二相流モデルを数学的に閉じた形にするための種々の実験相関式、状態方程式が含まれるため、(1)式の $\mathbf{H}$, $\mathbf{a}$ の性質に由来する収束を遅らせる原因に対して捉え所がないといえる。

このことは、内部フィードバックが不明な工業プロセスに対処する場合のように、計算プロセスのカイネティクスがわからないことと同じ内容である。このため反復数を減少させるための最適な加速係数の選択とか Δt の調整が実際上できない。このように見ると二相流を記述する差分方程式を効率よく解くのは、十分に理解されていない工業プロセスを巧みに制御するのに類似している。幾つかのプロセスでは、そのプロセスが数学的に記述できなくて制御動作が定量的に求められないとか、過去においては熟練した技術者の経験のみに依存せざるを得ないことがあったであろう。この種のプロセスにあいまい制御が有効と考えられ、すでに調べられている⁽⁵⁾。本報の目的は、この類似に注目して二相流の計算効率を高める Δt の制御を論ずることである。

2. 数値計算系に対するあいまい制御

二相流を解く場合、必然的に反復収束計算が含まれるので、効率の良い計算のためには反復数を減じることが主眼となる。計算プロセスは捉え所がないが、ともかく Δt を入力として反復数 k を出力とする 1 入力 ~ 1 出力のプロセスと見なせる。ところで数値解析者は、反復数を減らすための常識を持っていることが予想できる。例えば、

“反復数 k が非常に大きい。数値的不安定性の開始であろうから、 Δt を相当に小さくすべきである。” (2)

“望ましい反復数 k_0 の近くで計算が進行しているので、このままの Δt を用い続ける。”

(3)

等が挙げられる。これは Δt と反復数についてのあいまい関係と見なせて、計算プロセスを同定し操作入力を決めて読むと読める。この関係を以下に定量化する。

第 n 番目の時刻における反復数を k^n , 時間ステップを Δt^n , Courant 条件から制約される最小の時間ステップを Δt_c^n として、次の変数を定義する。

$$\kappa(n) = k^n, \tau(n) = (\Delta t_c^n - \Delta t^n) / \Delta t_c^n \quad (4)$$

ここに、 $0 \leq k \leq k_{\max} = 50$ とし、 $0 < \tau \leq 1$ であり、 $k_{\max}$ は反復の打ち切り回数とする。計算効率の向上は、可能だけ Δt を大きくしつつ反復数を減少させることで

ある。このことを従来の考え方で述べれば、重み係数を q_1, q_2 として次の評価規準

$$J_N = \sum_{n=1}^N j(n) = \sum_{n=1}^N [q_1 \kappa(n) + q_2 \tau(n)] \quad (5)$$

を最小にすることに対応する。ここでは反復収束の過程が微分方程式などで記述できないので、例えば変分法⁽⁶⁾を用いて Δt^n を決めることができない。

新しい時間ステップ Δt^{n+1} は次式のように変数 ω^n を乗じて修正する。

$$\Delta t^{n+1} = \omega^n \Delta t^n \quad (6)$$

操作量 ω^n は、(4)式の κ, τ をあいまい関係(2),(3)などに導入して決定される。そのため κ, τ, ω にあいまい変数 K, T, Ω を割りつけ、その言語的表現を $\{N$ (Negative), NS(Negative Small), NL(Negative Large), Z (Zero), PS (Positive Small), PM (Positive Medium), PL(Positive Large) $\}$ とする。これらは変数 x と関数形 $\mu(x)$ を用いて定義されるメンバーシップ関数⁽⁷⁾⁽⁸⁾によって、例えば Fig.1 のように図示できる。

--- Negative - - - - Positive Small
 - + - Negative Small - + - Positive Medium
 - + - Negative Large - - - Positive Large
 — Zero

Fig. 1 Membership functions of K, T and Ω

Fig. 1(a) では、望ましい反復数を 5 ぐらいと設定して、実際の反復数が $4 \leq k \leq 6$ であれば (K is Z) を意味し、反復数が 7 であれば (K is Z) であるものの (K is PM) が混じっているし、反復数が 8 であれば (K is

Z) と (K is PM) の状況が 0.5 と 0.5 であると読む。同様に T, Ω もこのような表現が可能である。こうなると、(2),(3)式はそれぞれ以下になる。

$$(K \text{ is PL}) \wedge (T \text{ is Z}) \longrightarrow (\Omega \text{ is NL}) \quad (2')$$

$$(K \text{ is Z}) \wedge (T \text{ is Z}) \longrightarrow (\Omega \text{ is Z}) \quad (3')$$

ここに、記号 $(\wedge)$ は (and) である。かくして操作量 ω^n は次のあいまいな条件命題集から決定される。

すなわち

$$(K \text{ is } K_i) \wedge (T \text{ is } T_j) \longrightarrow (\Omega \text{ is } \Omega_{ij}) \quad (7)$$

であり、簡単のために $\Omega = \Psi(K, T)$ と書き、すべての命題を Table 1 にまとめた。

Table 1 Conditional propositions, $\Omega = \Psi(K, T)$

		T				
		PL	PS	Z	N	
K	PL	NL	NL	NL	NS	
	PS	NS	NS	NS	Z	
	Z	Z	Z	Z	PM	
	N	Z	Z	PS	PL	

$$\Omega = \Psi(K, T)$$

もし状態 (K, T) が幾つかの前提部を満足すれば、メンバーシップ関数のグレードを重みとして、 ω を平均すれば良い。かくして(7)式は計算プロセスのパフォーマンスを評価した後にプロセスへの入力を決定する機能と見なせる。このようにして反復数を減じるための Δt に関するあいまい制御の概念は Fig.2 となる。

Fig. 2 Concept of fuzzy controller for Δt to NBGS scheme

III. 数値実験

1. 典型的な数値解

Edwards Pipe 問題を数値的に解いた。反復収束過程における反復数を可能なだけ減じるため、時間ステップをあいまいに制御した場合の典型的な数値解を、 $\Delta t = 0.025$ ms に固定したときの解と比較して Fig.3 (a), (b) に示す。100 ms までの過渡状態には減圧による圧力波の伝播、ボイドの生成、噴出流量の急激な増加な

どが含まれている。数値解は文献(3)と良い一致であり、ゲージ位置5の圧力変化を代表として図示した。

Edwards による実験は600 ms 程度までの現象を追跡しているが、100 ms 以後は現象が単純なために数値計算上の興味は小さく、また Δt を一定としたときの解が効率を比べるうえで不利となるので⁽⁹⁾、現象の初期のみに注目した。 Δt を一定としたときの解を基準にして議論する。 Δt を時々刻々に制御することによって解の様相が異なることはなく、HITAC M-280H (東工大総合情報処理センタ)によると、Fig. 3(a)の場合に $33.04 \text{ s} / 66.16 \text{ s} = \text{約} 1/2$ なる所要時間となり、 Δt に対するあいまい制御系が有効なことがわかった。ここで、現象の初期に圧力の空間分布が急峻となるため安定性の制約は厳しいものとなるが、 $\Delta t = 0.025 \text{ ms}$ は計算がうまく進行する Δt のほぼ上限である⁽⁴⁾。また、この場合 Δt を決定するための計算時間は全体の1%にも満たない。

Fig. 3(a) Typical numerical solution incorporated by Δt -fuzzy controller

Fig. 3(b) Numerical solution by constant time step, $\Delta t = 0.025 \text{ ms}$

流れがほとんど止まっていて圧力波が伝播・反射する時には、本報の制御系は Δt を増大させ、流量が急激に大きくなる時には Δt はあまり大きく変わらないので、反復数は4,5回となり60 ms まで続く。流量の変化がほとんどなくなると反復も2回程度となり、 Δt は増加し始める。 $\Delta t = 0.025 \text{ ms}$ と固定した解は安定性も良く効率の良いものであり、圧力波の伝播と流量の急峻な増加に主として対処していて、この時の反復は8回程度である。しかし流量の変化率が0となった20 ms 以後は反復数2の状態が続き、 Δt は0.025 ms より大きく設定できることを示唆している。一般に Δt を $2\Delta t$ と設定した結果、反復数 k が $2k$ となるならば計算効率の点から両者は無差別である。この典型例では Δt を大きくした分だけ、反復数が増加していないことから、この制御系は有効であることがわかった。

2. 制御系のもっともらしさ (feasibility)

計算プロセスを同定してパフォーマンスを評価し、その結果から操作量 Δt を決定する機能は $Q = \Psi(K, T)$ によって記述したが、この命題集のもっともらしさを前提部、結論部それぞれの表現の相違に注目して調べねばならない。

まず $Q = \Psi(K, T)$ が導出される前段階を考えよう。状態 (K_i, T_j) , $(i, j = N, Z, PS, PL)$ における反復数の変化率 dk/dt は暗黙のうちにあいまい変数を用いて Table 2 のように仮定している。この16個の状態を初

期条件としてステップ状の T を加えたとしても、最終状態が予想され、Fig. 4 に示す言語的ダイナミクス¹⁰⁾が表現できる。

Table 2 dk^n/dt -table

		T			
		PL	PS	Z	N
K	PL	PL	PL	PM	PM
	PS	PM	PM	PS	PS
	Z	PS	PS	Z	NS
	N	PS	PS	NM	NL

 dk/dt -table

Fig. 4 Linguistic dynamics

Fig. 4 では、原点に陽な言語的表現の定常状態があり、定常が予想される状態は点線で示した。点線の内側は K が小さく、 T の大きい(Δt の小さい)この領域は言語的表現で安定であるが、計算効率の点からここに停留しては望ましくない場所である。 K が小さく、 T の小さい領域は計算プロセスが進行するのに望ましい条件の場所であるが、状態はやや不安定の傾向にあることがわかる。数値解析者の常識は、このように言語的ダイナミクスによる分析ののちに操作量 Ω を選択するといえる。

次に、制御則における前提部の表現を言語的ダイナミクスのもとで調べる。ある常識、(2)、(3)式には、いわば主観による不確かさが含まれるが、これを前提部のメンバーシップ関数の形ととらえて議論する。Fig. 1 と Table 2 で定まる $\Omega = \Psi(K, T)$ の表現は任意であるから、 Δt に対して消極的な制御則も可能である。例えば、

“できれば Δt を増減せずに、ひたすら反復数

を小さく小さくする。”“反復数は3ぐらいが

望ましい。” (8)

のようである。従来の考え方で(8)式を見ると、(5)式の基準において q_2 に大きい値を与えてペナルティを課して Δt の変化を制限することになる。(8)式の定量化の試みとしてメンバーシップ関数をFig. 5に示すが、望ましい反復数は3ぐらいであり、しかも(K is Z)である幅を狭くとった。Fig. 5の実線、点線、破線の意味はFig. 1と同じである。

Fig. 5 Alternative membership functions

Table 1 に示す結論部と結合して見ると反復数が少々増加したときは Δt を直ちに減少させると読めるであろう。この場合の計算結果をFig. 6 (a)に示す。圧力波の伝播の初期を除いて反復数は3ぐらいに保たれているが、 Δt の増加はFig. 3 に比べて緩やかで滑らかであった。反復数は減ったものの Δt が大きくなりえないために、100 ms までの過渡状態の計算時間は34.70 s であって、計算効率の点からFig. 3 (a)の場合と無差別であった。

この結果を言語的ダイナミクスのうえで模式的に説明する。Fig. 7 (a)は制御則における Ω を矢印付き点線でFig. 4 に記入したものである。ここでは(K is Z)である幅が狭いので、例えば(Z, PS)点の $\Omega_{Z,PS}$ は T 軸の近傍まで効果をもつ。いま状態がA点に来たとすると、 K 軸上を移動せずに $\Omega_{Z,PS}$ が状態を言語的定常状態を越えて安定域のB点に移動させる。状態はB点からC点に移動するが、反復数の減少に対して Δt を大きく設定することに消極的な常識を基にしているの、殆んど Δt が変わらないC点に至る。C点では $\Omega_{N,N}$ 、 $\Omega_{Z,N}$ によって Δt を増しつつ同時に反復数を増してD点に移動するが、定常状態線を越えると安定域でないため直ちにA点の方向に動かされる。このようにメンバーシップ関数、(K is Z)が狭い幅の効果は、状態が言語的ダイナミクス面上の原点から遠くに離れないことをもたらし、 Δt の大きな変化とならない。

制御則が条件によっては干渉効果を生み、反復数を減少させるには好ましくない状況をもたらした。この効果を制御則の結論部の選択に注目しつつ調べる。

Fig. 6 (a) Alternative adjustment for time step

Fig. 6 (b) Numerical solution by large feedback gain

例えば、

“収束を遅らせる不安定が発生し始めたらしい、これが破局的不安定性に至ることが予想されるので、直ちに Δt を小さくせねばならない。”

と考えて、“(K is PL) $\wedge$ (T is PS) $\rightarrow$ (Q is NL)”における結論部を $NB=2^{-1/4}$ と小さく設定した。この場合の計算結果をFig. 6 (b)に示す。圧力の計算精度は Δt を一定とした解と差異はないが、60 ms以降に予め決めた反復数の制限を周期的に越え、 Δt も同様の变化となった。これは(9)式の表現から生ずる干渉であって、反復数の急激な増分に対して相当に小さくした Δt を入力とする制御則が働いて、計算プロセスに振動を発生させた。

再びFig. 7 (b)に示した言語的ダイナミクスのうえで、反復数と Δt が周期的に変動したことを調べる。

Fig. 7 (a)と同じくA点に状態があったとする。(K is Z)は広い幅であるから、直ちに $\Omega_{z,ps}$ の影響を受けないでA'点を経てB点に至り、初めて大きな効果を得て状態はC点に向かう。C点は Δt が非常に小さいので反復数の減少は急激であるから(N, N)の状態D点に入り易く、そこは安定域であるために直ちに Δt を増加させる。こうなると反復数は急速に増して、E点に達して反復数の制限近くになり、これを収束を極端に遅らせる不安定性の発生であると捉え、大きい $\Omega_{PB,M}$ が状態をF点に瞬時に移動させる。F点は非常に小さい Δt であるから反復数を急速に減じてCからD点へ状態が移行して周期運動へと入る。このように収束が遅くなりかかった時に急速に Δt を小さくする場合の計算系の振舞はフィードバック・ゲインを大きくすると状態が周期運動を起こし易いことに対応している。

Fig. 7 (a), (b) Behaviors of computational process on linguistic dynamics

VI. 結 論

原子炉内の二相流を安定に効率よく解くため、時間ステップの制御はすでに実行されていて、RELAP等では主として空間ノードにおける Courant 条件や、解くべき状態量が e 倍 (e は自然対数の底) になる時間などの制約に沿って Δt を制御している。また、これらの条件には安全係数が含まれ、実際に多くの計算を試みた解析者のみが係数の調整法を知っていて、 Δt を制御している。この意味で利用者に開かれた制御とはいえない。

本報では、(1) 数値解法の側面のみに、すなわち Δt と反復数のあいまい関係のみに注目し、反復収束の過程での計算効率を改良する初歩的なあいまい制御法を提案し、その有効性を示した。例えば Edwards Pipe 問題における 100 ms までの過渡状態を計算するとき (急峻な状態変化は反復収束を複雑にする部分で)、一定の Δt に比べて、 Δt をあいまい制御したときには、計算時間が約 $\frac{1}{2}$ に短縮された。本報の制御系では Table 1, 2 と Fig. 1 に例示したあいまい関係とメンバーシップ関数の形を与えさえすれば Δt の制御が追試できる。また計算に関して良好なパフォーマンスが得られたならば、この時のあいまい関係と関数形を記録に残せばよい。この意味で Δt に関する開かれた制御系となっている。(2) Δt の調整に関して解析者のもつあいまい関係がもっともらしいか否かは、言語的ダイナミクスによって吟味できることがわかった。

本報の Δt -制御は小破断 LOCA のように長い過渡状態の解析について試用し実用性を確認せねばならな

い。また $Q = \Psi(K, T)$ という形で制御則を与えていて、この形が計算の進行と共に修正する機能がないために知能的とはいえない。ヒューリスティクス⁽¹¹⁾は、もっともらしい行動は容認し、そうでないものは消去し、行動が周囲の条件に適合しているか否かの記憶をもつ、とされている。今後本報の Δt -あいまい制御を知能的な系とせねばならない。またヒューリスティクスの成果があがるには⁽¹²⁾、問題の範囲が明確である、数値解析者との密接な協力がある、ニーズが強い等が条件である。本報の目的は、初歩的な方法を提案して実験したものであるが、文献(2)で示されているこの条件に適合している。個別の問題のそれぞれについて数値解析者の経験を整理して、あいまい関係とメンバーシップ関数の形として蓄積すれば、より知能的な展開が期待される。

— 参 考 文 献 —

- (1) RELAP4/MOD6, NUREG-1335, p 242 (1976).
- (2) TRAC-P1A, LA-7777-MS, (1979).
- (3) EDWARDS, A.R., O'BRIEN, T.P.: *J. Br. Nucl. Energy Soc.*, 9, 125 (1970).
- (4) 高橋亮一, 富山明男: 原子力誌, 26[11], 988 (1984).
- (5) PROCYK, T.J., MAMUDANI, E.H.: *Automatica*, 15 [1], 15 (1979).
- (6) 例えば, 須田信英: “原子炉の動特性と制御”, 296~300 (1969), 同文書院.
- (7) 菅野道夫: 計測と制御, 18[2], 150 (1979).
- (8) 丸山能生, 高橋亮一: 原子力誌, 27[9], 851 (1985).
- (9) 高橋亮一, 富山明男: 第6回二相流シンポジウム講義集, 854, 121 (1985).
- (10) BRAAE, M., RUTHERFORD, D.A.: *Automatica*, 15[5], 553 (1979).
- (11) LINAT, D.B.: *Artificial Intelligence*, 19, 189 (1982).
- (12) 元田 浩: 原子力誌, 26[4], 271 (1984).