研究論文

987. フォールアウト Cs-137 の水田環境内動態と米への蓄積 条件付きシミュレーション法を適用した評価

米田 稔*, 森澤 眞輔*,
佐々木 智彦*, 井上 頼輝*

(1992年 6月12日 受理), (1992年 11月18日 再受理)

*Dynamic Behavior of Fallout Cs-137 in Paddy Field and
Its Accumulation in Rice*

Evaluation by Applying Conditional Simulation

By Minoru YONEDA, Shinsuke MORISAWA,
Tomohiko SASAKI and Yoriteru INOUE

The Conditional Simulation, which has developed in the field of geostatistics, is one of the efficient methods to estimate the precision of parameter estimation. It is the method of creating the random fields that have the assumed stochastic characteristics and coincide with the observed data used for conditioning at sampling points. Conditional Simulation was applied to estimate the movement of fallout ^{137}Cs in the environment, and following results were obtained. The uncertainty of the parameters that determined the movement of ^{137}Cs in a paddy environment decreased more greatly by conditioning when the correlation of the parameters and the data used for conditioning was strong than by that when it was weak. There was the tendency for the estimated concentration of ^{137}Cs in rice to come close to observed data as the number of data used for conditioning increased. Therefore, Conditional Simulation seemed to work effectively. The stochastic distribution of the concentration of ^{137}Cs in rice estimated by Conditional Simulation was not normal at all. Therefore, the method that can estimate the stochastic distribution, such as Conditional Simulation, seems to be necessary for estimating the risk of ^{137}Cs in rice.

KEYWORDS: simulations, functional models, stochastic processes, parameter estimation, fallout, cesium 137, radionuclide migration, paddy field, conditioning, rice, contamination, risk analysis

I. 序 論

著者らは、すでにフォールアウトとして降下した ^{137}Cs の長期間にわたる水田環境内動態と米への蓄積を、ファジィ・システムモデルによって評価する試みを報告した⁽¹⁾。本報では、時間および空間要因を詳細に取り入れた上記の数学モデルに必要な精度の良いパラメータや入力データが容易に入手できないため、それらの中にある「あいま

いさ」を有する情報をも数値化して活用するファジィ・システムモデルを構成し、そのモデルの適用例と有効性を示した。

数学モデルを用いてフォールアウトの動態を評価する場合には、基本的には、モデルとは独立に決定された、濃縮係数等のパラメータと放射性核種の降下率等の観測データをモデルに入力して、

* 京都大学 工学部 (Kyoto Univ.)

米中濃度等の推定値を得て、これを米中濃度の実測値等と比較する、一連の手順が採用される。この手順においては、少なくとも形式的には、米中濃度の実測値等はモデルの検証のためにのみ利用される。

基礎実験や調査によって決定されたパラメータ値の信頼度が大きい場合には、実測値がモデル検証のためにのみ利用される傾向はより著しくなる。しかしまた、数学モデルを用いて、米中濃度の実測値から逆に未知のパラメータの値を、パラメータフィッティング等の手法を用いて推定することも可能である。このことは、フォールアウトの動態評価のために通常行われる一連の手順では、米中濃度の実測値のように数値化されているデータであっても、そのデータが持つパラメータ推定に役立つ情報が、必ずしも十分には活用されていないケースがあることを意味している。

本研究ではまず、限られた数のボーリング調査データ等から有用鉍脈の空間的分布を推定するため、地質統計学の分野で発達してきた条件付きシミュレーション(Conditional Simulation)と呼ばれるシミュレーション手法^{(2)~(4)}を、米中¹³⁷Cs濃度のような時系列データに応用する手順を提示する。ついで同手法を用いて、数値化されている米中¹³⁷Cs濃度の実測データで条件付けした(米中¹³⁷Cs濃度の実測値に適合するパラメータ値を推定しつつ、同時に米中¹³⁷Cs濃度を推定する)シミュレーションを実行することにより、水田環境中での¹³⁷Csの動態をより精度よく評価することを試みて、本手法のこのような問題への適用性について検討する。

この手法は、パラメータのもつ不確定性が確率論的に表現できるとの前提の下に組み立てられており、パラメータの不確定性の大きさをその分布特性とともに推定することができる。また、不確定性(つまりはいまいき)の大きさを完全に確率論的公理の下で評価するという点で、著者らの前回の報告であるファジィ・モデルを用いたものとは大きく異なっている。パラメータ値の不確定性の減少は、実測データによる条件付けを行うことによって可能となる。条件付けを行うとき、解析上の簡便さ等のためパラメータの確率分布として正

規分布を先験的に仮定することがある⁽⁵⁾が、実際のパラメータの分布がこの仮定から外れる場合には、推定結果の信頼性が乏しくなる。

また不確定なパラメータを含むシステム方程式(例えば確率微分方程式)を解く際、パラメータの1次、2次モーメント(期待値と分散、共分散)のみを考慮する方法が採用されることがある⁽⁶⁾が、この場合にも実際のパラメータの分布が正規分布から大きく離れる場合には、1次、2次モーメントのみではパラメータの分布特性を十分に表現することはできず、推定結果の信頼性は乏しくなる。本研究で用いる条件付きシミュレーションを利用した方法では、パラメータの分布関数として任意の分布形を仮定しても実測データによる条件付けを有効に行うことができ、しかも1次、2次モーメントのみでなく、パラメータの条件付き確率密度関数や、パラメータの不確定性に起因する評価対象の条件付き確率密度関数を推定することができ、より汎用性が高い手法であるといえる。

条件付きシミュレーションによる解析と、自己回帰モデルなどによる通常の時系列解析との大きな違いは、条件付きシミュレーションでは米中¹³⁷Cs濃度の観測データに、当該観測時点において一致するような確率変数の時系列サンプルを発生させて解析を行うところにある。

II. 条件付きシミュレーション

1. 地質統計学における条件付きシミュレーション

条件付きシミュレーションの特徴は、不十分なデータから推定されたパラメータを用いて何らかのシミュレーションを行う場合、推定されたパラメータの統計的性質を保ちながら観測データとシミュレーション結果とが一致するようなパラメータの組合せを発生することができる点にある。この方法とモンテカルロ的的手法を組み合わせることにより、観測データによって条件付けされたときのパラメータの不確定性に起因するシミュレーション結果の不確定性を評価することが可能になる。

地質統計学における条件付きシミュレーション

の適用は一般に以下の手順からなる。

- (1) 評価したい変数を確率変数とみなす。
- (2) 評価したい変数の統計的性質を求める。
- (3) 評価したい変数の空間分布を確率論的に推定する。
- (4) 条件付きシミュレーションを実行する。

ここで確率変数とみなされるのは、例えばボーリング調査を行なった地点以外の地点における原石中鉱物の含有量などであり、求められる統計的性質としては、分布関数、1次統計量、2次統計量、バリオグラム(variogram: 含有量などの確率変数の、2地点における値の差の2乗の期待値として定義される)⁽⁹⁾等がある。これらは、観測データを単に統計的に処理する方法や、最尤推定法を用いる方法等⁽⁷⁾⁽⁸⁾により推定される。単に、ある変数の空間的分布を推定するだけであれば、試行錯誤的なパラメータフィッティングによる方法、観測値と推定値との差の自乗和を最小にする単純最小自乗法、観測値間の相関を考慮した一般化最小自乗法⁽⁹⁾等を用いることができる。しかし、次の段階で条件付きシミュレーションを行うためには、推定誤差の確率分布、あるいはそれに代わるものが必要になるので、バリオグラムを利用するクリギング(Kriging)⁽⁹⁾やコクリギング(Cokriging)⁽¹⁰⁾、あるいは正規分布の条件付き期待値を求める方法⁽¹¹⁾等を用いる必要がある。

条件付きシミュレーションとは、(3)での推定の結果得られる確率変数の条件付き期待値や条件付きバリオグラム、あるいは条件付き確率分布を持ち、かつ観測地点においては観測値に一致するような確率場のサンプルをランダムに発生させる方法である。なお観測値によって条件付けされていないバリオグラムや確率分布を持った確率場のサンプルを発生するシミュレーションは非条件付きシミュレーション(Unconditional Simulation)と呼ばれる。非条件付きシミュレーションの結果と条件付きシミュレーションの結果とを比較することにより、観測値による条件付けの効果を評価することができる⁽¹²⁾。

2. 確率変数の空間分布の推定

上記の(3)で述べた確率変数の空間分布の推定法

として、本研究では多変量正規分布の性質を利用した条件付き確率分布を求める方法⁽¹³⁾を用いる。この方法の適用手順は以下の通りである。

- (1) 確率変数を多変量正規乱数へ変換する。

まず推定したいパラメータや実際に測定される量を確率変数と見なして、これらすべてを正規乱数に変換し、変換して得られるすべての正規乱数の同時確率密度関数を求める。いま推定したい m 個のパラメータ $p_i (i=1, 2, \dots, m)$ と、 n 個の実測量 $q_i (i=1, 2, \dots, n)$ とを確率変数と見なして、これを正規乱数 $\eta_i (i=1, 2, \dots, m)$ と $\xi_i (i=1, 2, \dots, n)$ に変換する関数をそれぞれ $f_i (i=1, 2, \dots, m)$ 、 $g_i (i=1, 2, \dots, n)$ とする。つまり、

$$f_i(p_i) = \eta_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

$$g_i(q_i) = \xi_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

ただし、いずれの η_i と ξ_i も期待値0、分散1の標準正規分布 $N(0, 1)$ とする。このとき $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_n$ と $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_m$ をこの順に並べた縦ベクトルを $\{w\}$ とすると、 $\{w\}$ は期待値 $\{0\}$ 、共分散行列 Σ_w の $(m+n)$ 変量正規分布 $N(\{0\}, \Sigma_w)$ となる。このような変換 f_i と g_i は理論的に求まる場合もあるが、非条件付きシミュレーションを利用した後述する方法を用いれば、任意の確率変数を解析上の困難さなしに正規乱数に変換することができる。

- (2) 正規変換したパラメータの条件付き分布を求める。

いま実測量 $q_i (i=1, 2, \dots, n)$ が既知、したがってこれを正規乱数に変換した $\xi_i (i=1, 2, \dots, n)$ が既知になったとしてパラメータ $\eta_i (i=1, 2, \dots, m)$ の条件付き分布を求める。 $\xi_i (i=1, 2, \dots, n)$ を並べた縦ベクトルを $\{w_1\}$ 、 $\eta_i (i=1, 2, \dots, m)$ を並べた縦ベクトルを $\{w_2\}$ とするとき、 Σ_w を $\{w\}$ の $\{w_1\}$ と $\{w_2\}$ の分割に対応して次のように分割する。

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

このとき $\{w_1\}$ を与えたときの $\{w_2\}$ の条件付き分布は、多変量正規分布の性質より次式で与えられる。

$$N(\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\{w_1\}, \Sigma_{22.1}) \quad (4)$$

ただし、 $\Sigma_{22.1} = \Sigma_{22} - \Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}$

である。このとき条件付き期待値 $\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\{w_1\}$ として、 $\{w_1\}$ を与えたときの $\{w_2\}$ の推定値が得られ、条件付き標準偏差つまり $\Sigma_{22.1}$ の対角項の平方根として $\{w_1\}$ を与えたときの $\{w_2\}$ の推定標準偏差が得られる。

- (3) 逆変換を行いパラメータの推定値を求める。

(4) 式で求めた $\{w_2\}$ の条件付き期待値 $\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\{w_1\}$ の各要素を $\eta_i (i=1, 2, \dots, m)$ とするとき、それぞれに変換 $f_i (i=1, 2, \dots, m)$ の逆変換 $f_i^{-1} (i=1, 2, \dots, m)$ を施して $p_i (i=1, 2, \dots, m)$ の推定値 $p_{ei} (i=1, 2, \dots, m)$ を求める。すなわち、

$$p_{ei} = f_i^{-1}(\eta_{ei}) \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (5)$$

3. 正規分布への変換法

任意の確率分布をもつパラメータ p_i や実測量 q_i を正規乱数 η_i や g_i に変換する操作、すなわち変換関数 f_i や g_i を設定する方法は、解析的方法とモンテカルロ法を利用する方法とに大別できる。本研究では後者を利用する。変換関数をモンテカルロ法を利用して求める方法は、確率変数 p_i や q_i の分布関数を解析的に表わすことが困難なときに有効な方法である。このとき実際に求められるのは変換関数ではなく変換表となる。変換表の作成手順を以下に示す。

- (1) 確率変数 p_i の多数のサンプルを得る。

パラメータ p_i が確率的に変動して実際に多数のサンプルを得ることが可能である場合は、それを利用すればよい。そうでない場合には、 p_i の実測値や報告値から p_i の確率分布関数を求め、その確率分布関数を持つ乱数を発生させる方法⁽¹⁴⁾を用いたり、一様分布や正規分布などの発生させやすい確率分布をする他の確率変数との関係を利用して、後述する非条件付きシミュレーションを用いて p_i の多数のサンプルを得る。

- (2) 変換表を求める。

(1) で得た p_i の多数 (z 個) のサンプルを小さい順に並べたものを $p_{ij} (j=1, 2, \dots, z)$ とするとき、 p_i の分布関数 H_{pi} の p_{ij} での値として次式を用いる。

$$H_{pi}(p_{ij}) = \frac{2j-1}{2z} \quad (6)$$

このとき標準正規乱数 η_i において、分布関数の

値が $(2j-1)/2z$ と等しくなる η_i の値 η_{ij} を求めると、

$$\eta_{ij} = \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{2j-1}{2z} - 1 \right) \quad (7)$$

ここで、 erf^{-1} : 誤差関数の逆関数

となる。よって、 p_{ij} に対して η_{ij} を対応させれば正規乱数への1対1の変換が行える。この p_{ij} と η_{ij} の対応関係を定めた表が変換表である。変換表は、実際はコンピュータのデータセットの形で作成され、表にない p_i の値を変換するには、例えば $p_{ij} \leq p_i \leq p_{ij+1}$ のとき、 p_i の変換値 η_i は

$$\eta_i = \eta_{ij} \frac{p_{ij+1} - p_i}{p_{ij+1} - p_{ij}} + \eta_{ij+1} \frac{p_i - p_{ij}}{p_{ij+1} - p_{ij}} \quad (8)$$

のように、 η_{ij} と η_{ij+1} との間で内挿して求めればよい。 η_i から p_i への変換は、表を逆に見るだけで変換操作は p_i から η_i を求めるときと全く同じである。変換表作成に使用するサンプルの数が多いほど変換の精度は良くなる。

4. 条件付きシミュレーションの実行手順

本研究での時系列データに対する条件付きシミュレーションの実行手順は以下になる。

- (1) 条件付き共分散関数 $\Sigma_{22.1}$ を行列 $[V]$ と $[V]^T$ との積に分解する。

この分解はコレスキー分解と呼ばれ、共分散関数 $\Sigma_{22.1}$ をコレスキー分解することにより、条件付きシミュレーションへの移行が極めて容易になる。

$$\Sigma_{22.1} = [V][V]^T \quad (9)$$

ただし、行列 $[V]$ は次のような三角行列である。

$$[V] = \begin{bmatrix} v_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ v_{m1} & \dots & v_{mm} \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここに、 $[V]^T$ は $[V]$ の転置行列を表わす。 $\Sigma_{22.1}$ の第 ij 要素を s_{ij} で表わすと、 $[V]$ の各要素 v_{ij} と s_{ij} には次式の関係がある。

$$s_{ij} = \sum_{k=i,j} v_{ik} v_{jk} \quad (11)$$

共分散行列のような正定値の行列については(9)式のコレスキー分解は一意であり、 $[V]$ の各要素 v_{ij} は(11)式の関係から次々決定していくことができる。

- (2) 条件付き確率密度関数を持つ正規乱数を発生させる。

条件付き期待値 $\{\eta_{\alpha}\}$ 、共分散行列 $\Sigma_{22.1}$ を持つ m 次の多変量正規乱数 $\{\eta_c\}$ は、次式で発生させることができる。

$$\{\eta_c\} = [V]\{\varepsilon\} + \{\eta_{\alpha}\} \quad (12)$$

ただし、 $\{\varepsilon\}$: m 次の白色標準正規乱数ベクトル

- (3) 逆変換を行い、条件付けされたパラメータのサンプルを発生させる。

(5) 式と同様の逆変換を $\{\eta_c\}$ の各要素に対して施すことにより、観測値によって条件付けされたパラメータのサンプルの組(ベクトル) $\{p_c\}$ を無数に発生させることができる。つまり $\{\eta_c\}$ と $\{p_c\}$ の各要素を η_{α} と p_{α} とすると、

$$p_{\alpha} = f_i^{-1}(\eta_{\alpha}) \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (13)$$

となる。ここで明らかなように、条件付きシミュレーションによればパラメータ p_i の推定値だけでなく、 p_{α} を統計処理することにより、その頻度分布をも推定することができる。なお、 η_{α} の期待値 η_{α} を逆変換して求めた値 $p_{\alpha} = f_i^{-1}(\eta_{\alpha})$ と、 η_{α} を逆変換して求めた値 p_{α} の期待値 $E[p_{\alpha}]$ とは一般には一致しない。 p_{α} は理論上は p_{α} の中央値に等しくなる。パラメータ p_i の推定値(代表値)として p_{α} と $E[p_{\alpha}]$ のどちらを用いるべきかは、その推定値を用いてどのような解析を行うかによって定めることになる。

- (4) (3) で発生したパラメータと何らかの関係にある別の変数との間の関係式(例えば、

後述の(14)式)を解いて新たな変数の条件付けされたサンプルを多数発生させる。

通常は、(3)までの操作を条件付きシミュレーションと呼ぶが、本研究ではこれを拡張し、条件付けされたパラメータのサンプルを用いて別の変数のサンプルを求める(4)の操作までを含めて条件付きシミュレーションと呼ぶことにする。また、観測データによる条件付けを行わず、単に統計的性質だけが p_i の観測データから求めたものと等しくなるようなサンプルを多数発生し、このサンプルの値を用いて別の変数のサンプルを求めていく操作までを非条件付きシミュレーションと呼ぶことにする。これは(12)式の右辺において条件付けする前の期待値と、条件付けする前の共分散行列をコレスキー分解した行列を用いて $\{\eta_c\}$ を推定し、 p_i を求め、次いでその p_i を用いて別の変数のサンプルを求める一連の操作に相当するが、 p_i が例えば一様分布等の簡単な分布形を持つ場合は、(12)、(13)式を用いる代わりに p_i のサンプルをその分布特性を持つ疑似乱数として直接発生させる方が簡単である。

III. 水田環境内での ^{137}Cs 動態への適用

1. ^{137}Cs の環境動態モデル

フォールアウト ^{137}Cs の水田環境内での蓄積・移行を表わす環境動態モデルとして前報⁽¹⁾と同じモデルを用いる。 ^{137}Cs のマスフローダイアグラムの

Fig. 1 Mass flow diagram of ^{137}Cs in paddy field environment

概略を Fig. 1 に示す。同図中の長方形は環境構成要素中の ^{137}Cs 蓄積量を、楕円形はシステムの境界を経ての ^{137}Cs の出入りを示している。なお前報⁽¹⁾の Fig. 1 には、システム・ダイナミックスの表記法を用いた詳しいマスフローダイアグラムが示されている。

解析対象場として、生産米中 ^{137}Cs 濃度の実測値が20年以上の期間にわたって蓄積されている都道府県の内から、北海道、新潟県、茨城県、福岡県の4道県を採用した。

Fig. 1 のモデルを数式で表わすと、次の連立常微分方程式で表わされる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M_{so} \\ M_{wa} \\ M_{po} \\ M_{pi} \\ M_{ri} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{so} \\ M_{wa} \\ M_{po} \\ M_{pi} \\ M_{ri} \end{bmatrix} + \text{FOD} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここに、 M_{so} :水田土壌中 ^{137}Cs 存在量

M_{wa} :水田表水中 ^{137}Cs 存在量

M_{po} :稲表面中 ^{137}Cs 存在量

M_{pi} :稲内部中 ^{137}Cs 存在量

M_{ri} :生産米中 ^{137}Cs 存在量

FOD: フォールアウト ^{137}Cs の月間降下率

係数行列の要素 a_{ij} と係数ベクトルの要素 b_i は、Fig. 1 中に示す各構成要素間の ^{137}Cs の移動率を表わすパラメータと、稲の成長時期などを表わす時間的パラメータおよび崩壊定数、そして単位換算のための係数からなり、稲の成長時期などによって値が変化する時間の関数となっている。

2. パラメータ値の設定

(14)式に含まれるパラメータ値の決定方法は前報と全く同じであり、数値も同じものを用いている。これらのパラメータのリストを Table 1 に、また(14)式中の各係数 a_{ij} と b_i の内容を Table 2 に示す。Table 1 の各パラメータのうち、季節変化をずらしたものは Table 1 の右端欄(Reference)にその変化を示している。ただし前報でファジィ・パラメータとした8つのパラメータ、すなわち、土壌から稲内部への ^{137}Cs の経根吸収速度係数 CR 、米穀中に蓄積した ^{137}Cs の白米成分

Table 1 List of input data parameters used in this study

Input data and parameters	Symbol	Unit	Kind	Reference
Paddy field area data	AR	km ²	deterministic	Literature (14)
Fallout ^{137}Cs data	FOD	pCi·km ⁻² ·month ⁻¹	deterministic	Literature (15)
Rice crop yield rate data	RCD	kg·km ⁻²	deterministic	Literature (14)
River water ^{137}Cs conc. data	RWD	pCi·m ⁻³	deterministic	Literature (16)
Concentration rate coef. from soil to rice plant	CR	month ⁻¹	stochastic	Refer to Table 3
Deposition fraction on rice plant	DE	—	deterministic	Assumed to be linearly changing from 0 to 1 between Jun. and Aug.
Distribution fraction between polished rice and rice bran	DF	—	stochastic	Refer to Table 3
Desorption rate coef. from soil to water	DR	month ⁻¹	stochastic	determined by SR/KD
Depth of surface soil	DS	m	deterministic	Assumed to be 0.2
Drawout time of irrigation water	DT	—	deterministic	Assumed to be 1 in Aug. and Oct., otherwise 0
Depth of irrigated water	DW	m	deterministic	Assumed to be 0.02
Environmental decay rate coef. of ^{137}Cs in soil	ED	month ⁻¹	stochastic	Refer to Table 3
Environmental loss rate coef. from rice plant (ext. part)	EL	month ⁻¹	stochastic	Refer to Table 3
Growth period of rice plant	GP	—	deterministic	Assumed to be 1 from Jun. to Oct., otherwise 0
Growth period of rice crop	GC	—	deterministic	Assumed to be 1 from Sep. to Oct., otherwise 0
Physical half life of ^{137}Cs	HL	month ⁻¹	deterministic	361.6 (Physical const.)
Irrigation period	IP	—	deterministic	Assumed to be 1 in Jun., Jul. and Sep., otherwise 0
Distribution coef. between soil and water	KD	ml·g ⁻¹	deterministic	Assumed to be 100
Apparent density of soil	SG	g·ml ⁻¹	deterministic	Assumed to be 1.3
Sorption rate coef. from water to soil	SR	month ⁻¹	stochastic	Refer to Table 3
Time of harvest	TH	—	deterministic	Assumed to be the end of Oct.
Transfer rate coef. to rice crop from rice plant (external part)	TRe	month ⁻¹	stochastic	Refer to Table 3
from rice plant (internal part)	TRi	month ⁻¹	stochastic	Refer to Table 3

Table 2 List of components of vector and matrix in Eq. (14)

$a_{11} = -DR \cdot IP \cdot CR \cdot RCD \cdot GP / (5 \cdot DS \cdot SG \cdot 10^9) \cdot ED$
$a_{12} = SR \cdot IP \cdot DS \cdot SG / DW$
$a_{13} = EL \cdot GP \cdot (1 - IP) + \delta(t - TH) \cdot @$
$a_{14} = \delta(t - TH)$
$a_{22} = -SR \cdot IP \cdot DS \cdot SG / DW \cdot HL \cdot IP$
$a_{23} = EL \cdot GP \cdot IP$
$a_{33} = EL \cdot GP \cdot TR_e \cdot GC \cdot HL \cdot GP$
$a_{41} = CR \cdot RCD \cdot GP / (5 \cdot DS \cdot SG \cdot 10^9)$
$a_{44} = -TR_i \cdot GC \cdot HL \cdot GP$
$a_{53} = TR_e \cdot GC \cdot DF$
$a_{54} = TR_i \cdot GC \cdot DF$
$a_{55} = -HL \cdot GC$
$b_1 = AR \cdot (1 - IP) \cdot (1 - DE \cdot GP)$
$b_2 = AR \cdot IP \cdot (1 - DE \cdot GP)$
$b_3 = AR \cdot DE \cdot GP$

@ $\delta(t)$ is Dirac's Delta function.

への分配率 DF 、土壌から灌漑水への ^{137}Cs の脱着速度係数 DR 、水田土壌からの ^{137}Cs の減少速度を表わす環境減衰速度係数 ED 、稲に沈着した ^{137}Cs の洗浄等による稲表面からの総括的な減少速度係数 EL 、灌漑水から土壌への ^{137}Cs の吸着速度係数 SR 、稲表面から米への移行速度係数 TR_e 、および稲内部から米への移行速度係数 TR_i については確率変数として扱うことにする。

これらの確率変数の分布関数は多くの実測値や報告値を集積し、統計処理を施すことによって推定することが望ましいが、現時点では十分な情報の収集を行っていない。このためパラメータの推定の初期段階としては、ここでは各変数の確率分布形に関する情報が皆無であるとの立場をとることにし、主観的に決定するパラメータの初期分布関数としては、分布関数の持つ情報をもっとも少ないと考えられる、十分な幅を持った一様分布を仮定することにした。なお、実際に各変数の確率分布に関する情報が経験などから得られている場合には、その情報を利用した分布形を仮定するべきであるが、最初にどのような確率分布形を仮定しても、それ以降の解析手順に本質的な違いは生じない。

本研究で用いる各変数の確率分布形としての一様分布は、以下のようにして決定した。一様分布の中央値はまず、前報で設定したファジィ・パラメータの中央値に等しく設定した。パラメータの変動幅は、確率変数であるとみなしたパラメータのすべてについて、中央値の上下50%であるとした。ついで検討対象の各道府県での各パラメータの変動範囲の共通部分(最小範囲)を実際に解析に

用いるパラメータの変動範囲として採用した。つまり本研究では、各パラメータの変動範囲として対象道府県ごとに異なった範囲ではなく、共通の変動範囲を採用している。

このようにして設定した各パラメータの一様分布の下限と上限を **Table 3** に示す。なお変数 DR は、変数 SR を ^{137}Cs の土壌と水との間の分配係数 KD で割ることによって定められる。このように、ここでは条件付けする前の各パラメータの分布関数は主観的に決定したが、観測データによる条件付けを行うことにより、各パラメータの分布関数は観測データを説明できるような妥当なものの、つまり観測データにその形状が支配されるような客観的な性質の分布関数へと変化していくことが期待できる。

Table 3 List of stochastic parameters and their uniform distribution ranges

Parameter	Unit	Range (infimum, supremum)
CR	month ⁻¹	(0.4, 9.9)
DF	—	(0.2, 0.6)
ED	month ⁻¹	(0.0095, 0.0345)
EL	month ⁻¹	(0.75, 2.25)
SR	month ⁻¹	(0.125, 0.375)
TR _e	month ⁻¹	(0.0005, 0.15)
TR _i	month ⁻¹	(0.05, 0.15)

なお、条件付きシミュレーションの実行に際しては、米中 ^{137}Cs 濃度の実測値に、期待値がゼロ、標準偏差が実測値の10%の白色正規分布する測定誤差が含まれているとみなした。

3. シミュレーション条件

(14)式の連立常微分方程式の数値解法には、ルンゲクッタギル法を用いた。シミュレーション期間は1954年初めから1987年末までとし、水田土壌中 ^{137}Cs 存在量の初期値として、1953年末の値をゼロとした。条件付けに用いる実測データとしては、1954～87年の期間の米中 ^{137}Cs 濃度の実測値のうちから何個かを選んで用いた。このとき、条件付けに用いるデータの個数を変えて条件付きシミュレーションを試み、条件付けに用いるデータ数の推定結果への影響について考察した。確率変数としての米中 ^{137}Cs 濃度の正規乱数への変換方

法としては、前述の非条件付きシミュレーションを用いる方法を採用した。すなわち、

- (1) 各パラメータは互いに独立であるとして、Table 3 に示した一様分布をする各パラメータのサンプル値の組を多数発生した。
- (2) (1)で発生したパラメータ値の組ごとに、(14)式を計算機を用いて数値的に解き、各年度の米中 ^{137}Cs 濃度値を算定し、この操作を多数回繰り返した。
- (3) 実測値に測定誤差が含まれる影響を考慮するため、(2)で得た多数の米中 ^{137}Cs 濃度の計算値に、期待値ゼロ、標準偏差がそれぞれの計算値の10%である正規乱数を加算した値を、米中 ^{137}Cs 濃度の実測値のサンプルとした。
- (4) (6), (7)式に示す方法により米中 ^{137}Cs 濃度の実測値を標準正規乱数へ変換する変換表を作成した。

なお本研究においては、変換表を作成するために発生するパラメータの組の数は10,000個、パラメータや米中 ^{137}Cs 濃度の統計的性質を解析するために実行するシミュレーションの回数は1,000回とした。

4. 解析結果

本研究の目的は、条件付きシミュレーションの適用手順を呈示し、その有効性を考察することである。解析対象に選定した北海道、新潟、茨城、福岡の各道県についてはほぼ同様の結果を得たので、ここでは新潟県についての解析結果のみを代表例として示すことにする。

(1) 各パラメータの推定分布

条件付きシミュレーションの結果として得られた各パラメータの頻度分布を、Fig. 2 (a)~(g)に示す。図中の線はそれぞれのパラメータの変動範囲を20等分したときのヒストグラムの頂点を結んだものであり、左図中の実線は条件付けを行わない非条件付きシミュレーションの結果得られた頻度分布を、1点鎖線は条件付けに用いたデータ数が1個の場合、破線は4個、右図中の実線は10個、1点鎖線は20個、破線は21個の場合を示してい

る。

また条件付けに用いた米中 ^{137}Cs 濃度の実測年度は、①データ数が1個の場合は1961年、②4個の場合は①に1963, 65, 67年の各年度を加えたもの、③10個の場合は②に1975, 77, 79, 81, 83, 85年の各年度を加えたもの、④20個の場合は③に1962, 64, 66, 68, 69, 76, 78, 80, 82, 84年の各年度を加えたものである。⑤21個の場合は④に1986年を加えたものである。④と⑤とはデータ数にして1個の違いでしかないが、1986年は米中 ^{137}Cs 濃度の実測値に初めてチェルノブイリ事故の影響が現れた年であり、 ^{137}Cs のフォールアウト量が急増したことによる影響が、設定した環境動態モデルに加わるという点で、1986年度のデータは特別な意味を有すると考えられる。

Fig. 2 (a)~(g)の頻度分布は、各パラメータの条件付き確率密度関数の形を近似していると考えられ、頻度が局所に集中するほどパラメータの推定値の不確実性が小さいと見なすことができる。これらの図を見ると、パラメータの種類によって、条件付けに用いるデータの数が増えたときの不確実性の減少の程度に大きな差があることがわかる。条件付けに用いるデータ数が増えたとき、パラメータ CR, DF, ED, TR_i には相当の不確実性の減少が認められるが、 EL, SR, TR_i にはあまり有効な不確実性の減少は認められない。これは条件付けに用いた米中 ^{137}Cs 濃度データと各パラメータとの相関の大きさに大きな差があるためであると考えられる。前者のグループのパラメータは、前報で示した米中 ^{137}Cs 濃度に対する感度が大きなパラメータと、また後者は感度の小さいパラメータと一致している。有効な条件付けが可能なパラメータは、米中 ^{137}Cs に対する感度が大きいパラメータであるといえる。

条件付けに用いたデータ数が4個のとき、非条件付きシミュレーションの結果得られた米中 ^{137}Cs 濃度と各パラメータとの相関係数行列をTable 4に示す。ただしTable 4の相関係数は、変数を正規乱数に変換した後に求めたものであり、また各パラメータ相互間の相関は採用した独立性の仮定によりゼロであるので、Table 4では表示を省略している。Table 4の中で、各パラメータについて

Table 4 Matrix of correlation coefficients between ^{137}Cs data used for conditioning and parameters to be estimated.

All variables have been transformed into normal random numbers before calculation of correlation coefficients.

^{137}Cs data of	^{137}Cs data of										parameters					
	1961	1963	1965	1967	CR	DF	ED	EL	SR	TR _i	TR _e	TR _i	TR _e	TR _i	TR _e	TR _i
1961	1.00	0.84	0.97	0.92	0.67	0.45	-0.23	-0.10	-0.02	0.26	0.30					
1963		1.00	0.78	0.66	0.41	0.50	-0.12	-0.19	0.02	0.61	0.19					
1965			1.00	0.96	0.71	0.42	-0.27	-0.07	-0.02	0.17	0.31					
1967				1.00	0.71	0.35	-0.42	-0.02	-0.02	0.06	0.29					

各年度の米中 ^{137}Cs 濃度データとの相関係数の絶対値の最大値を求め、最大値の大きい順にパラメータを並べると、CR, TR_e, DF, ED, TR_i, EL, SR となり、最大値が大きい側に不確定性の減少

度の大きいパラメータが並ぶことがわかる。SR は米中 ^{137}Cs 濃度データとの相関係数がほとんどゼロに近く、SR の推定に米中 ^{137}Cs 濃度データがほとんど役に立たないことが予想されるが、実際の推定結果 (Fig. 2 (e) 参照) は、この予想が妥当で

Fig. 2 Frequency distributions of CR, DF, ED, EL, SR, TR, and TR_i when samples are divided into 20 categories of equal width.

In the left figure, the solid line shows the case of unconditioned, the dash-dotted line: conditioned with 1 datum and the broken line: conditioned with 4 data. In the right figure, the solid line: conditioned with 10 data, the dashdotted line: conditioned with 20 data and the broken line: conditioned with 21 data.

あることを示している。すなわち、推定しようとしているパラメータと相関の小さいデータを用いて条件付けを行なっても、推定値の不確定性はほとんど減少しないことが予想される。

パラメータ DF について検討した Fig. 2 (b) では、条件付けが進んだ時、頻度分布が最小の区間に集中しており、また Fig. 2 (c) の ED では頻度が最大の区間に集中してしまっている。これは DF や ED の仮定した変動範囲が十分な幅を持っていなかった可能性を示していると考えられる。

本研究では、環境パラメータの確率分布形に関する事前の知識が皆無であるとして、確率分布形として一様分布を採用した。条件付けに用いるデータが有効なもので、その数が多いほど、推定結果としての分布形は、初期に仮定した主観的なものから、条件付けに用いたデータに支配される客観的なものへと近づいていくことが期待できる。逆に条件付けに用いるための有効なデータが少ないときは、得られる推定結果は初期分布の影響が強く現れたものになると考えられる。条件付けにより各パラメータの分布形が観測データを説明できる客観的な分布形に変わっていくとすると、無情報での初期分布として、理想的には無限小から無限大までの範囲を均等な確率で包含できるものがよいと考えられるが、また、ある程度の経験からくる「常識的」な範囲を採用することは許されると考えられる。

本研究で得られた結果は、「このくらいとれば十分ではないか」と主観的に判断した範囲が、「まだ十分でなかった」可能性を示したということであり、このようなことを避けるため、初期分布としては妥当と考えられるできるだけ広い範囲を採用すべきであると考えられる。

Fig. 2 (a) では条件付けに用いるデータ数を10個から20個に増やした時、また Fig. 2 (c) ではデータ数を20個から21個に増やした時に、逆に頻度分布が広がっている。この原因としては

- (1) 新たに増やした条件付けに用いるデータと、前の段階で用いていたデータとの間の相関が強く、データを増やしたことがパラメータの推定における不確定性を減少させるためにほとんど役に立っていない。

- (2) 設定した ^{137}Cs の環境動態モデルが、実測データの変動を予測するためには十分でなく、条件付けに用いる実測データを増したために、かえってパラメータの変動範囲を拡げないと、実測データの変動を説明しきれなくなってしまう。

- (3) 本研究では、モンテカルロ法により各変数の相関行列を求めたため、相関行列の各要素に含まれる統計的誤差が、(4)式中の行列計算を行う際、行列の階数が大きいほど、つまり条件付けに用いたデータ数が多いほど大きく効いてくる。

などの原因が考えられる。

(2) 米中 ^{137}Cs 濃度の推定分布

パラメータの統計的分布を推定する際に試みた①～⑤の5種類の条件付けのそれぞれについて、米中 ^{137}Cs 濃度の10, 50, 90パーセンタイル値の経年変化を、非条件付きシミュレーションの結果から得られた条件付けしない場合の10, 50, 90パーセンタイル値の経年変化と比較してFig. 3 (a)～(e)に示す。図中の3本の破線は非条件付きシミュレーションによる10, 50, 90パーセンタイル値を、3本の実線は条件付きシミュレーションによる10, 50, 90パーセンタイル値を、○は条件付けに用いなかった実測データを、●は条件付けに用いた実測データを意味している。

本研究では、各実測データに10%の観測誤差が含まれていると仮定して推定を行なったので、条件付けに用いた実測データと推定値とは完全には一致しないが、条件付けが進むに従って観測データが10パーセンタイル値と90パーセンタイル値の間に入っていく傾向が認められ、このことにより全体として条件付けが有効に機能している(条件付けによって実測値が予測値の変動範囲内に収まるようになる)ことがわかる。

チェルノブイリ事故による ^{137}Cs のフォールアウトパターンは、その前年までの ^{137}Cs のフォールアウトパターンと異なっていた可能性が考えられるが、チェルノブイリ事故の影響が米中 ^{137}Cs 濃度に初めて現れた1986年の観測データを、条件付けに用いなかった場合の Fig. 3 (d) と、条件付けに用いた場合の Fig. 3 (e) を見ると、1986年の

観測データは共に条件付きシミュレーション結果の10パーセンタイル付近に存在している。このことは、本研究で用いた水田環境内での ^{137}Cs 動態モデル、およびチェルノブイリ事故の影響が存在しない期間のデータを用いて求めたパラメータの推定値が、1986年のチェルノブイリの影響を予想するという目的のためには、十分な精度を持っていることを示していると考えられる。

Fig. 2 (a)~(g)に示すパラメータの頻度分布の推定と同様に、非条件付きシミュレーションと①~⑤の合計6種類の条件付けについて、1986年の米中 ^{137}Cs 濃度の頻度分布の推定結果をFig. 4に示す。図中の各線はFig. 2 (a)~(g)と同じ意味で使用されており、各線は米中 ^{137}Cs 濃度の推定確率分布を近似的に表わしていると考えられる。条件付けが進むに従って頻度の集中化が認められ、米

中 ^{137}Cs 濃度の推定値の不確定性が減少していることがわかる。またチェルノブイリ事故の影響が現れている観測データを用いることによって、他のデータを用いた時と同様な傾向での頻度の集中化が見られることは、条件付けが進むに従って、1986年の米中 ^{137}Cs 濃度が集中していく延長上に、1986年の観測データが存在していることを

Fig. 3 Comparison of year-variations of concentration of ^{137}Cs in rice estimated by Unconditional Simulation and Conditional Simulation conditioned with 1, 4, 10, 20 and 21 data

Broken lines show 10, 50 and 90 percentile of the concentration of ^{137}Cs in rice estimated by Unconditional Simulation, solid lines show those estimated by Conditional Simulation, solid circles show observed data used for conditioning and open circles show the observed data not used for conditioning.

Fig. 4 Frequency distribution of concentration of ^{137}Cs in rice in 1986 when samples are divided into 50 categories of equal width in range of 0~25 pCi/kg. Each line shows the same case as that in Fig. 2.

示していると考えられる。このことは、Fig. 3 (d), (e)での考察で述べたと同様に、本研究で用いた水田環境内での ^{137}Cs 動態モデルとパラメータの推定値が、1986年のチェルノブイリの影響を予想するという目的のためには、十分な精度を持っていたことを示していると考えられる。

Fig. 4 においては、どの条件付けの場合についても、頻度分布の形は正規分布から離れ、左に傾いた正の非対称分布形を示している。この傾向はすべての年度の米中 ^{137}Cs 濃度の頻度分布についても認められた。推定米中 ^{137}Cs 濃度を用いて人体への ^{137}Cs 蓄積量などを確率論的に推定し健康リスクを評価する場合、米中 ^{137}Cs 濃度が正規分布するのであれば、単に米中 ^{137}Cs 濃度の期待値と標準偏差のみを推定するだけで十分であるが、Fig. 4 のように、正規分布から大きく離れた分布を示す場合には、1, 2 次モーメント(期待値と標準偏差)のみの推定では不十分であると考えられる。このことは逆に、条件付きシミュレーションのように、実際の確率密度関数を同時に推定できる方法の必要性和有用性を示しているといえる。

IV. 結 論

本研究では従来、地質統計学の分野で発展させられてきた条件付きシミュレーションの手法を経時的に変動する米中 ^{137}Cs 濃度の推定に応用する手順を提示するとともに、その適用例において、

推定されたパラメータや米中 ^{137}Cs 濃度の不確定性の性質などについて考察を行なった。得られた結論を要約すると以下になる。

- (1) 米中 ^{137}Cs 濃度の実測データを用いて条件付けを行なった時、不確定性(推定変動範囲)が大きく減少するパラメータと、ほとんど減少しないパラメータとがあることがわかった。条件付けに用いるデータと推定しようとするパラメータとの相関が強いほど、不確定性の減少程度も大きい。相関の強いパラメータは、条件付けに用いるデータに対する感度が大きいパラメータでもある。
- (2) 条件付けに用いるデータ数を増加させると、一般的に、推定したパラメータの不確定性は減少していくと考えられるが、本研究の事例では、データ数を増加させると逆に推定値の不確定性が増加するケースが認められた。この原因として、条件付けに用いるデータ間の相関の強さや、パラメータと実測 ^{137}Cs 濃度との関係を記述する環境動態モデルの不完全さ、等が示唆された。
- (3) 米中 ^{137}Cs 濃度の推定値とその変動域を示す10, 50, 90パーセンタイル値は、条件付けに用いるデータ数を増加させることにより、全体的に、実測データに近づく傾向が認められた。このことは本研究の事例にお

いて、条件付きシミュレーションが有効に機能していることを示している。

- (4) 条件付きシミュレーションによって推定された米中 ^{137}Cs 濃度の確率分布は、正規分布から大きく離れた正の非対称分布形を示した。米中 ^{137}Cs 濃度を用いて人体中 ^{137}Cs 蓄積量や人の健康リスク等を推定する場合には、実測濃度の1次、2次モーメントのみではなく、条件付きシミュレーション等を適用して、推定確率分布を同時に推定する必要があると考えられる。

米中濃度の実測値のほかに、例えば水田土壌中の濃度や稲葉中の濃度が入手できれば、それらを同時に用いて条件付けすることが可能である。一般的には、条件付けに用いるデータの種類と量が増加すれば、それだけ推定の精度は向上すると期待できる。本研究で示唆した環境動態モデルの改良の必要性は、このような多重条件付けを試みることによってより明確になる。前報ではファジー関係モデルを用いて、モデル化に伴う誤差の一部を評価対象に加えたが、条件付きシミュレーションにおいても、例えば(14)式の右辺に確率誤差項を加えることにより、モデル化誤差を加味した解析が可能になる。これらの試みについては別の機会に報告する。

本研究の計算には、京都大学大型計算機センターのFACOM VP-2600を使用した。

— 参 考 文 献 —

- (1) 森澤眞輔, 他: フォールアウト Cs-137 の水田環境内動態と米への蓄積, ファジー・システムモデルによる評価の試み, 原子力誌, 32[3], 302~315 (1990).
- (2) DELHOMME, J. P.: Kriging in the hydrosociences, *Advan. Water Res.*, 1[5], 251~266 (1978).
- (3) JOURNAL, A. G., HUIJBREGTSCHE, J.: "Mining Geostatistics", (1978), Academic Press.
- (4) CLIFTON, P. M., NEUMAN, S. P.: Effects of kriging and inverse modeling on conditional simulation of the Avra Valley aquifer in southern Arizona, *Water Resour. Res.*, 18[4], 1215~1234 (1982).
- (5) FEINERMAN, E., DAGAN, G., BRESLER, E.: Statistical inference of spatial random functions, *ibid.*, 22[6], 935~942 (1986).
- (6) SAGAR, B.: Galerkin finite element procedure for analyzing flow through random media, *ibid.*, 14[6], 1035~1044 (1978).
- (7) KITANIDIS, P. K., LANE, R. W.: Maximum likelihood parameter estimation of hydrologic spatial process by the Gauss-Newton method, *J. Hydrology*, 79, 53~71 (1985).
- (8) 米田 稔, 他: 透水係数分布における空間的共分散構造の最尤推定, 京大環境衛生工学研究会第10回シンポジウム講演論文集, 232~239 (1988).
- (9) JAMSHID, S., YEH, W. W.-G.: Parameter identification of groundwater aquifer models; A generalized least squares approach, *Water Resour. Res.*, 20[7], 971~979 (1984).
- (10) VAUCLIN, M., VIEIRA, S. R., VACHAUD, G., NIELSEN, D. R.: The use of cokriging with limited field soil observations, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 47, 175~184 (1983).
- (11) DAGAN, G.: Stochastic modeling of groundwater flow by unconditional and conditional probabilities; The inverse problem, *Water Resour. Res.*, 21[1], 65~72 (1985).
- (12) 米田 稔, 他: 不均質帯水層における物質移動予測への確率論的アプローチ, 衛生工学研究論文集, 19, 50~59 (1983).
- (13) 米田 稔, 他: 正規分布変換法を用いた透水量係数場の推定, 第30回水理講演会論文集, 295~300 (1986).
- (14) 宮武 修, 脇本和昌共著: "乱数とモンテカルロ法", (1987), 森北出版.