研究論文

240. 並列チャネル強制循環系における水力学的不安定性

武 藤 弘*

Hydraulic Instability in a Forced Circulation Loop of Parallel Channels

By Hiroshi MUTO

The oscillations have been reported principally at lower pressures with boiling in the channel. It is clear that BWR operation under these conditions is somewhat uncertain and that a procedure for determining the conditions at which these oscillations occur would be useful.

What the author attempts to do in this paper is to relate the inlet flow of one of parallel channels to the heat flux in that channel for small transient in power. This result has been obtained by examining the effect of a small flux disturbance on the inlet flow.

The change of density per enthalpy $\partial\rho/\partial h$ is very variable in a two-phase region. This region which has steep density-enthalpy gradient represents an unstable condition, giving the hydrodynamic flow pattern of "slug flow".

Depending upon flow patterns which are functions of channel positions, heat flux distribution and working pressure, damping constant "d" of transfer function will be varied either negative, zero or positive.

It is concluded from this paper that the forced circulation loop of parallel channels have proper quantities, as there are such instability phenomena as pump surging and its low power running.

緒 言

ボイラおよび沸騰水型原子炉などでは熱伝達の効率を増進させるため沸騰を許す二相流領域でクーラントを使用しているのが現況である。PWRの開発の初期においてはクーラント中に存在する気泡の炉特性に及ぼす影響が明らかでなかったために、クーラントを加圧しクーラント温度をその圧力に相当する飽和温度以下に保つようにPWRを設計した。しかし気泡の影響が順次明らかになるにつれて、PWRの炉心内である量の沸騰を許すような圧力を採用する傾向になった。クーラントがチャネル内を通過すると熱を吸収し、飽和温度を越えると蒸気を発生し、加熱量と共に quality が増加してチャネル内の圧力降下はいちじるしく増加する。そしてチャネル入口流速が減るとチャネル内の quality が増すため、場合によってはかえって圧力降下が増大する傾向になる。この結果、チャネル内の二相流の流動は極めて複雑な状態を生ずるのであるが、

特に並列チャネルの場合は各チャネル内の流量分布がますます不均一になろうとする。強制循環のBWRにおける二相流の脈流についての報告はないが、並列チャネル強制循環のRamzin uniflow boilerの報告¹⁾によると、周期が3分程度の脈流が認められている。すなわち、並列チャネルのあるものに周期的に流れが増減する脈流で、比較的低い圧力のチャネル内の沸騰の際に起る水力学的不安定現象である。

強制循環ボイラの開発に努力した人々は、低圧ボイラで循環の安定を確保するためには循環比(蒸発管流入水量/蒸発量)を5程度以上とする必要があることを見出した。この理論は現在でも強制循環ボイラ設計の基礎になっているものである。実際のボイラではさらに安全を見込んで、数気圧程度の低圧ボイラでは12~16くらいにとり中圧、高圧では漸次へらして、最低5~6くらいにとっているようである。

* 日本原子力産業会議 (Japan Atomic Ind. Forum, Inc.)

このような循環系の不安定を除去するために循環比を大きくすれば一応よいが、この比を大きくすると循環ポンプが大形となり値段の点からも、また動力消費の点からも制限される。一般に循環ポンプは給水ポンプより小形であり、その循環速度も今日までのBWRの大抵のものは比較的小さい値である。それゆえ、安全なクーラントの運転に必要な条件を見出しておくことは大変重要なことである。

さて、このような沸騰領域における不安定は熱力学-水力学的関係にもとづく複雑なものであって、その解析には大変困難な二相流の問題などあって、現在のところまだ完全な解析が行なわれず、多くの研究者達⁽²⁾⁻⁽⁵⁾は独自の仮定を設けてその解析を行なっている。

I. 基礎方程式の解析

基礎方程式として質量、エネルギーおよび運動量の保存則を用いると、それぞれ第1図のチャンネルで

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{A_F} \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$W \frac{\partial h}{\partial z} + \rho A_F \frac{\partial h}{\partial t} = B \Delta \phi \quad (2)$$

$$\Delta P_{1-2} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \rho + \rho L + \frac{L}{g} \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{(\rho V^2)_e - (\rho V^2)_i}{g} \quad (3)$$

ここに ΔP_{1-2} はチャンネルの入口、出口における圧力降下で、 $(\rho V^2)_e/g$, $(\rho V^2)_i/g$ はチャンネル出口、入口における運動エネルギーである。 W, ρ はそれぞれ気水混合物のチャンネル中央部における質量流量(Mass flow)および密度で、 ρ はエンタルピー h の関数である。

いま、定常状態から微小変化を考えて(1), (2)式を線形化すると、

チャンネル内の沸騰
第1図

強制循環ループ
第2図

$$\frac{\partial(\Delta \rho)}{\partial t} + \frac{1}{A_F} \frac{\partial(\Delta W)}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$W \frac{\partial(\Delta h)}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial z} \Delta W + \rho A_F \frac{\partial(\Delta h)}{\partial t} = B \Delta \phi \quad (5)$$

(3)式を線形化する前に第2図のようなポンプを含めた循環系を考えてみる。並列チャンネルの循環ループを一巡すると、その圧力降下は全体として零となるから、

$$\Sigma \Delta P = 0 \quad (6)$$

ポンプの揚程を H_P として、循環ループ内の管路の彎曲などの圧力損失や下降管、プレナム室、チャンネル入口、出口などの圧力損失を省略してみると、(6)式は次のようになる。

$$\Delta P_{1-2} = H_P \quad (7)$$

(7)式を(3)式に代入すると、

$$f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \rho + \rho L + \frac{L}{g} \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{(\rho V^2)_e - (\rho V^2)_i}{g} - H_P = 0 \quad (8)$$

(8)式において定常状態から微小変化を考え、線形化を行なうと、

$$\begin{aligned} & \frac{fL}{2gD} (V^2 \Delta \rho + 2V \rho \Delta V) + \Delta \rho L + \frac{\rho L}{g} \frac{\partial \Delta V}{\partial t} \\ & + \frac{VL}{g} \frac{\partial \Delta \rho}{\partial t} + \frac{1}{g} \left\{ (V^2 \Delta \rho + 2V \rho \Delta V)_e \right. \\ & \left. - (V^2 \Delta \rho + 2V \rho \Delta V)_i \right\} = \eta \Delta q \quad (9) \end{aligned}$$

$$\text{ここに、} \eta = \frac{dH_P}{dq} \quad (10)$$

つぎに微小変化中におけるチャンネル入口のクーラントのエンタルピー、すなわち入口クーラントの密度を一定と考えて(5)式を簡易化すると、

$$\frac{W}{L} \Delta h_e + \rho A_F s \Delta h = B \Delta \phi - \frac{\Delta W}{L} (h_e - h_i) \quad (11)$$

$$\text{ここで、} \frac{\partial}{\partial t} = s, \quad \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{h_e - h_i}{L},$$

$$\frac{\partial \Delta h}{\partial z} = \frac{\Delta h_e - \Delta h_i}{L} = \frac{\Delta h_e}{L}$$

さて、クーラントのエンタルピー上昇も直線的と考えると、

$$\Delta h = \frac{1}{2} (\Delta h_e + \Delta h_i) = \frac{1}{2} (\Delta h_e) \quad (12)$$

また、クーラントのチャンネル入口および出口のエンタルピーの差はクーラントの吸収した熱量に等しいから

$$h_e - h_i = \frac{LB \phi}{W} \quad (13)$$

とすると、(11)式は(12)式を用いて、

$$\Delta h = \frac{1}{(2 + Ls/V)} \left[\frac{BL}{W} \Delta \phi - \frac{LB\phi}{W^2} \Delta W \right] \quad (14)$$

つぎに質量保存則の(4)式を Laplace 変換を行えば

$$s\Delta\rho = -\frac{1}{A_F} \frac{(\Delta W_e - \Delta W_i)}{L} \quad (15)$$

チャンネル入口の質量流量 W_i は入口密度一定と考えたから、

$$\Delta W_i = \rho_i A_F \Delta V_i \quad (16)$$

チャンネル出口の質量流量の変化 ΔW_e は

$$\Delta W_e = \rho_e A_F \Delta V_e + V_e A_F \Delta \rho_e \quad (17)$$

チャンネル中央部の質量流量の変化量は入口、出口の変化量の平均と仮定すると、

$$\Delta W = \frac{1}{2} (\Delta W_i + \Delta W_e) \quad (18)$$

(18)式を(15)式に代入すれば、

$$\Delta W - \Delta W_e = \frac{A_F L s}{2} \Delta \rho \quad (19)$$

$$\Delta W_i - \Delta W = \frac{A_F L s}{2} \Delta \rho \quad (20)$$

二相流で一番問題になり大変むずかしいのは密度変化であるので、これをエンタルピと関係づけるためにクーラントの膨脹による体積増加を表わす変数 K を考えた。この K は第3図に示されるように二相流領域においては大変変動し、また圧力の関数である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial h} = -K(\rho) \quad (21)$$

(21)式を(14)式に入れると、

$$\Delta \rho = -K \frac{1}{(2 + Ls/V)} \left[\frac{A_H}{W} \Delta \phi - \frac{\phi A_H}{W^2} \Delta W \right] \quad (22)$$

ここに、 $A_H = BL$

また、 $\Delta W_i = \rho_i A_F \Delta V_i$ であるから、(20)式より

$$\Delta W = \rho_i A_F \Delta V_i - \frac{A_F L s}{2} \Delta \rho \quad (20')$$

これを(22)式に代入すると、

$$\Delta \rho = -K \frac{A_H \phi}{(2 + Ls/V) W^2} \left[\frac{W \Delta \phi}{\phi} - A_F \rho_i \Delta V_i + \frac{A_F L s}{2} \Delta \rho \right]$$

これを整理すると、

$$\Delta \rho = \frac{\rho_i A_F \Delta V_i - \frac{W}{\phi} \Delta \phi}{\frac{(2 + Ls/V) W^2}{K \phi A_H} + \frac{A_F L s}{2}} \quad (23)$$

また(19)式から、

$$\Delta W = \frac{A_F L s}{2} \Delta \rho + \Delta W_e$$

これを(22)式に代入すれば、

$$\Delta W_e = \left[\frac{W^2}{K \phi A_H} (2 + Ls/V) - \frac{A_F L s}{2} \right] \Delta \rho + \frac{W}{\phi} \Delta \phi \quad (24)$$

一方、チャンネル中央部の質量流量 W は $\rho V A_F$ であるから、

$$\Delta W = \rho A_F \Delta V + V A_F \Delta \rho \quad (25)$$

第3図 圧力をパラメータとした水の状態図

(25)式を(19)式に入れると、

$$\Delta V = \frac{L}{2\rho} s \Delta \rho - \frac{V}{\rho} \Delta \rho + \frac{\Delta W_e}{\rho A_F} \quad (26)$$

この式を(24)式に代入すれば、

$$\Delta V = \frac{W}{\rho A_F \phi} \Delta \phi + \left[\frac{W^2(2+Ls/V)}{\rho K \phi A_H A_F} - \frac{V}{\rho} \right] \Delta \rho \quad (27)$$

この(27)式を(23)式に代入すれば、 $\Delta \phi$ と ΔV_e を関数とする ΔV の値が得られる。

$$\Delta V = \frac{W}{\rho A_F \phi} \Delta \phi + \left[\frac{W^2(2+Ls/V)}{\rho K \phi A_H A_F} - \frac{V}{\rho} \right] \times \left[\frac{\rho_i A_F}{R_1} \Delta V_i - \frac{W}{\phi R_1} \Delta \phi \right] \quad (28)$$

$$\text{ここに } R_1 = \frac{W^3(2+Ls/V)}{K \phi A_H} + \frac{A_F L s}{2} \quad (29)$$

(17)式の両辺を $A_F \rho_e$ で除せば、

$$\frac{\Delta W_e}{\rho_e A_F} = \Delta V_e + \frac{V_e \Delta \rho_e}{\rho_e} \quad (30)$$

密度変化もエンタルピと同様に考えると、チャンネル中央部の密度変化 $\Delta \rho$ は

$$\Delta \rho = \frac{1}{2} (\Delta \rho_e + \Delta \rho_i) = \frac{1}{2} \Delta \rho_e \quad (\because \Delta \rho_i = 0) \quad (31)$$

この式を(30)式に代入すれば、

$$\Delta V_e = \frac{\Delta W_e}{\rho_e A_F} - \frac{2V_e}{\rho_e} \Delta \rho \quad (32)$$

(23)式の $\Delta \rho$ と(24)式の ΔW_e の値を上式に代入すれば、

$$\Delta V_e = \frac{W}{\rho_e A_F \phi} \Delta \phi + \left[\frac{W^2(2+Ls/V)}{K \phi A_H A_F \rho_e} - \frac{Ls}{2\rho_e} - \frac{2V_e}{\rho_e} \right] \times \left[\frac{\rho_i A_F}{R_1} \Delta V_i - \frac{W}{\phi R_1} \Delta \phi \right] \quad (33)$$

また循環ポンプからの吐出量 q は n 本の各チャンネルに等分に分配されるものとして

$$q = n \rho_i V_i A_F \quad (34)$$

ゆえに $\Delta q = n \rho_i A_F \Delta V_i$

以上の計算から熱流束の変化に対する入口流速の乱れの関係式が得られる。(詳細は付録)

$$\Delta V_i = G(s) \Delta \phi \quad (35)$$

ここで $G(s)$ は伝達関数でつぎのように書き得る、

$$G(s) = -\frac{as^2 + bs + c}{s^2 + ds + \omega_n^2} \quad (36)$$

$$d = \frac{fV}{D} + \frac{2}{L} (V + V_e - V_i) - (V_e + V_i) \frac{K \phi A_H}{L \rho W} - \left(n \eta \frac{g A_F}{L} + \frac{n \eta}{2} \frac{A_F g K \phi A_H}{L \rho W} \right) \quad (37)$$

$$\omega_n^2 = \frac{2}{L} \left(\frac{fV^2}{D} + \frac{2V_e V}{L} - \frac{2V_i V}{L} - \frac{n \eta}{L} \right) + \left(2V_e^2 + gL - 4V_e^2 - \frac{fLV^2}{2D} \right) \frac{\phi K A_H}{L^2 \rho W} \quad (38)$$

Ⅲ. 検 討

本研究においては自然循環における二相流の安定に関する Quandt⁽⁶⁾の研究と同じく Dynamic force を考慮して、種々仮定を設けて基礎式の簡略を試みたが、一応強制循環時の BWR の不安定について結論が出されたことと思う。

さて、零ダンピングに対しては(37)式は $d=0$

$$\frac{fV}{D} + \frac{2}{L} (V + V_e - V_i) = \frac{K \phi A_H}{L \rho W} (V_e + V_i) + n \eta \frac{A_F g}{L} + \frac{n \eta}{2} \frac{K \phi A_H A_F g}{L \rho W} \quad (39)$$

(39)式に $\rho VL/2g$ を乗じて整理すると、

$$\frac{fV}{D} \frac{V^2}{2g} \rho + \frac{V \rho}{g} (V + V_e - V_i) = -\frac{\partial \rho}{\partial h} \Delta h_T \times \frac{V}{2g} (V_e + V_i + \eta \frac{n A_F g}{2}) + n \eta \frac{A_F g}{L} \quad (40)$$

ここに、 $\frac{\phi A_H}{W} = h_e - h_i = \Delta h_T$ $K_{(p)} = -\frac{\partial \rho}{\partial h}$

さて、(37)式の d が負になれば発振状態 (flow oscillation) となり、その時の自然振動数は(38)式の値となる。

ゆえに(40)式は発振状態とならない条件である。同式でもわかるように、このような発振状態は $\partial \rho / \partial h$ が大きいときにみられる。また、この不安定状態はポンプの特性および吐出量などにも左右されるので、これから個々について検討していこう。

1. $\partial \rho / \partial h$

第3図は圧力をパラメータとした水の状態図で、縦軸に密度 ρ をとり、横軸にエンタルピをとって書いたもので、上の部分の実線は水を、下の部分の実線は蒸気を表わし、その中間の点線の部分が水-蒸気の二相流領域でつぎの式より計算した。

$$\rho = \frac{(h'' - h') \rho' \rho''}{\rho' (h'' - h') + (\rho' - \rho'') (h - h')} \quad (41)$$

この図での各圧力における切線が $\partial \rho / \partial h$ を示すわけで、この値は低圧の場合は沸騰の始まる初期において非常に変化するので、(40)式の右辺の第1項は沸騰の初期においては少しのエンタルピの変化でも相当変化する。ゆえにチャンネル内では低圧ほど不安定になりやすい。しかし高圧になるほど曲線が傾いて来るのでチャンネル内の流動は安定して来る。

また、 $\partial\rho/\partial h$ の値はチャンネル内の流動様式(Flow pattern)によって異なってくる。Collier⁽⁷⁾ は quality が一様に直線的に変化すると仮定した場合の垂直管の流動様式と熱伝達の模様を图示しているが、核沸騰領域の気泡流(bubble flow)からスラグ流(slug flow)となる領域では、水が流れるかと思えば急に気泡が流れるといった過渡現象を繰り返すきわめて不安定な流動様式と述べている。最近、Radovich らの実験⁽¹¹⁾によると、完成したスラグ流や環状流は安定な流動様式であることがわかった。しかし、これが実際のチャンネル内の流動となると、ますます複雑な流動様式となるので、その解析は非常に困難となる。

2. ポンプの η

流量が減少してポンプ特性曲線の最高揚程を越すと、ポンプによってはサージングという吐出流量の脈動流が起る。例えば第4図で回転数1000 r.p.m.で最高揚程を過ぎて流量が減少すると毎分40~50くらいの振動が発生するので、原子炉のクーラントにおけるポンプの吐出量にはある最低限度がある。また一方、流量が大きくなると循環力は増えるが、それには限度があり摩擦損失は無限に増すので、ポンプ出力が少ない場合には循環がつづけられなくなるので不安定となる。このようなわけで循環ポンプには安全運転に対するクーラントの流量の範囲があるわけである。

第4図 ポンプの特性曲線(著者⁽⁸⁾)

また、(40)式を書き直すとつぎのようになる。

$$\frac{fL}{D} \frac{V^2}{2g} + \frac{VP}{g} (V + V_e - V_d) = -\frac{\partial\rho}{\partial h} \Delta h_T \\ \times \frac{V}{2g} (V_e + V_d) + \left(\frac{g}{LV} - \frac{\partial\rho}{\partial h} \frac{\Delta h_T}{4} \right) V A_F n \eta \quad (42)$$

(42)式の右辺の第1項だけならば、これは自然循環

の場合の安定条件である。ゆえに第2項がポンプの入った場合で η が小さくなれば、すなわち流量が小さいと第2項は小さく $g/LV - \partial\rho/\partial h \cdot \Delta h_T/4 > 0$ の場合は第1項が安定、不安定をきめるが、普通の運転およびそれより流量が大きくなると η が大きくなり、(42)式の第1項と第2項とをよく検討してみなければ安定、不安定はきまらない。

以上のように強制循環のポンプの吐出量の範囲は安定流に対して重要なファクタである。

3. 摩擦係数 f

(41)式の左辺第1項の摩擦係数 f の値は、ダンピング項 d に非常にきいてくるので、二相流領域では一定値として取り扱えず、Beckjord⁽⁹⁾の気泡を含んだ場合の両相間および液体と管壁間の間の剪断力(shear stress)の考えを用いなければならない、特に噴霧流(spray flow)などのような場合には、この考えが使われている。

4. ω_n の影響

単チャンネルの場合は降水管の脈動と等しいので理論的取扱いが可能であるが、並列チャンネルにおいては相互に干渉を生じるので安定性を推定することは困難であるが、(38)式から決定される値はチャンネルの大きさや熱流束などが等しいような場合にはほとんど等しいので、周期のほぼ等しい並列蒸発管系の循環脈動に関する赤川⁽¹⁰⁾の実験的研究によると、周期が約13.4秒で等しく逆位相の2本と周期が約15.5秒の逆位相の2本をまとめてみると、2組の位相がわずかず変わってゆくことと脈動の振幅が長い周期で変化して行くことを報告している。

5. 基礎式における仮定

基礎方程式を解くに当って、解析を簡約するためにつぎの仮定を設けた。

- (1) チャンネル内の二相流は均一な fog flow とした。
- (2) チャンネルの中央部の流路断面積当りについて解析した。
- (3) スリップ比は1とした。
- (4) 気液両相間には常に熱平衡が保たれ、過飽和現象などはないとした。
- (5) チャンネルの入口、出口の圧力損失、チャンネル以外の各部の損失も無視した。
- (6) (3)式を誘導するのに運動量保存則の微分式

$$\frac{1}{g A_F^2} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{W^2}{\rho} \right) + \frac{1}{g A_F} \cdot \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{B W^2}{2 g \rho A_F^2} \\ + \rho + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (3')$$

の積分に際し第2項の $\partial W/\partial t$ をあまり沸騰現象が大きくないものとした。

IV. 結 論

ポンプを強制循環系に入れた並列チャンネルの水力学的不安定問題は種々多くのファクタが入って来るので、その解析は非常に困難であり、かつ一度あるチャンネル内で発振が起ると、その近傍のチャンネルにも大いに影響を与え、これがポンプのサージンを誘発させる原因ともなり得るし、これがまたチャンネル内の脈動を誘導し、循環系をますます不安定にさせパナアウトの危険が増すことになり、今後 quality が増し、さらにスーパーヒータの原子炉などに発展すると、この強制循環系の不安定はいよいよ重要になって来る。この問題に対し本報により一応の不安定について決論が出されたこととなる。

本研究をまとめるに当って、東京工大の岡本哲史教授、横山工業㈱の江草竜男博士、運輸技研の寺野寿郎博士、川崎重工㈱の井崎隆氏、東京大大学院の葉山真治氏のほか片岡治雄氏に心からの謝意を表する。

(1962年 8月6日 受理)

〔記 号〕

A_F : チャンネルの流路断面積(一定とした)
 A_H : チャンネルの熱伝達面積
 B : 摩擦の速度係数(3')式
 熱伝達が行なわれるチャンネルの面積(5)式
 a, b, c : 伝達関数常数
 D : チャンネルの水力直径, d : ダンピング常数
 f : 摩擦係数, g : 重力常数, H_P : ポンプ揚程
 h : チャンネル中央部におけるエンタルピ
 h_i : チャンネル入口におけるエンタルピ
 h_e : チャンネル出口におけるエンタルピ
 h' : 液体のエンタルピ, h'' : 蒸気のエンタルピ
 $\Delta h_F = h_e - h_i$ チャンネルに吸収された熱量
 K : 熱膨脹による体積増加($\partial \rho / \partial h$)
 L : チャンネル高さ
 L_{NB} : 沸騰開始点
 ΔP_{1-2} : チャンネルの入口および出口の圧力差
 P : 圧力
 n : チャンネルの数, q : ポンプの吐出量
 s : Laplace 変数, t : 時間
 V : チャンネル中央部における流速
 V_i : チャンネル入口の流速
 V_e : チャンネル出口の流速
 W : チャンネル中央部におけるマスフロー

W_i : チャンネル入口におけるマスフロー
 W_e : チャンネル出口におけるマスフロー
 z : チャンネル高さ方向の座標
 ϕ : チャンネルにおける熱流束
 ρ : チャンネル中央部における汽水混合物の密度(h の関数)
 ρ_i : チャンネル入口における水の密度
 ρ_e : チャンネル出口における汽水混合物の密度
 ρ' : 冷却水の密度, ρ'' : 蒸気の密度
 η : ポンプ特性曲線の傾斜
 添字 e はチャンネル出口を示す
 添字 i はチャンネル入口を示す

— 参 考 文 献 —

- (1) G. KRZHILIN, V. SUBBOTIN : *A/Conf.*, 15/P/2144, (1958).
- (2) E. S. BECKJORD : *ANL-5799*, (1958).
- (3) J. A. FLECK : *J. Nucl. Energy, A* **11**, 114 (1960).
- (4) M. A. HEAD, *et al.* : *GER-1468*, (1958).
- (5) A. Z. ACKASU : *ANL-6221*, (1960).
- (6) E. R. QUANDT : 4th National Heat Transfer Conf., (Aug. 1960).
- (7) J. G. COLLIER : *Nucl. Power*, 61 (June 1961).
- (8) 著者 : '六吋一段タービンポンプのサージング', 日本機械学会第28期定時総会講演会前刷(昭26.4)
- (9) E. S. BECKJORD : *GEAP-3493* (Rev.1), (1960).
- (10) 赤川浩爾, 他 : 日本機械学会第37期定時総会講演会前刷, (昭37.3).
- (11) N. A. RADOVICH, R. MOISSIS : *Department of Mechanical Engineering MIT*, 7-7673-22 (June 1962).

〔付 録〕

微小変化に対する各変数を書くとき、

$$\Delta \rho = \frac{\rho_i A_F \Delta V_i - \frac{W}{\phi} \Delta \phi}{\frac{(2+Ls/V)W^2}{K\phi A_H} + \frac{A_F Ls}{2}} \quad (23)$$

$$\Delta V = \frac{W}{\rho_e A_F \phi} \Delta \phi + \left[\frac{W^2(2+Ls/V)}{\rho K \phi A_H A_F} - \frac{V}{\rho} \right] \times \left[\frac{\rho_i A_F}{R_1} \Delta V_i - \frac{W}{\phi R_1} \Delta \phi \right] \quad (28)$$

$$\Delta \rho_e = 2 \Delta \rho \quad (31)$$

$$\Delta V_e = \frac{W}{\rho_e A_F \phi} \Delta \phi + \left[\frac{W^2(2+Ls/V)}{K \phi A_H A_F \rho_e} - \frac{Ls}{2 \rho_e} - \frac{2V_e}{\rho_e} \right] \left[\frac{\rho_i A_F}{R_1} \Delta V_i - \frac{W}{\phi R_1} \Delta \phi \right] \quad (33)$$

(23)式はつぎのように書ける

$$\Delta \rho = M_1 \Delta V_i + N_1 \Delta \phi \quad (23')$$

$$\text{ここに, } M_1 = \frac{\rho_i A_F}{R_1}, \quad N_1 = -\frac{W}{R_1 \phi}$$

(28)式は

$$\Delta V = M_2 \Delta V_i + N_2 \Delta \phi \quad (28')$$

$$\text{ここに, } M_2 = \frac{\rho_i A_F}{R_1} \left[\frac{W_2(2+Ls/V)}{\rho K \phi A_H A_F} - \frac{V}{\rho} \right]$$

$$N_2 = \left\{ \frac{W}{\rho A_F \phi} - \frac{W}{\phi R_1} \left[\frac{W_2(2+Ls/V)}{\rho K \phi A_H A_F} - \frac{V}{\rho} \right] \right\}$$

(33)式は

$$\Delta V_e = M_3 \Delta V_i + N_3 \Delta \phi \quad (33')$$

$$\text{ここに, } M_3 = \frac{\rho_i A_F}{R_1} \left[\frac{W_2(2+Ls/V)}{K \phi A_H A_F \rho_e} - \frac{Ls}{2\rho_e} - \frac{2V_e}{\rho_e} \right]$$

$$N_3 = \frac{W}{\rho_e A_F \phi} - \frac{W}{\phi R_1} \left[\frac{W_2(2+Ls/V)}{\rho_e K \phi A_H A_F} - \frac{Ls}{2\rho_e} - \frac{2V_e}{\rho_e} \right]$$

(31)式より

$$\begin{aligned} \Delta \rho_e &= 2\Delta \rho \\ &= 2 \left\{ \frac{\rho_i A_F}{R_1} \Delta V_i - \frac{W}{\phi R_1} \Delta \phi \right\} \end{aligned}$$

$$\text{それゆえ, } \Delta \rho_e = 2M_1 \Delta V_i + 2N_1 \Delta \phi \quad (31')$$

以上の $\Delta \rho, \Delta V, \Delta V_e, \Delta \rho_e$ を(9)式に代入して入口密度変化なしなどの条件を入れると,

$$\begin{aligned} & \frac{fL}{2gD} \left\{ V^2 (M_1 \Delta V_i + N_1 \Delta \phi) + 2V\rho (M_2 \Delta V_i + N_2 \Delta \phi) \right\} \\ & + (M_1 \Delta V_i + N_1 \Delta \phi) \left(L + \frac{VL}{g} s \right) + (M_2 \Delta V_i \\ & + N_2 \Delta \phi) \frac{\rho L}{g} s + \frac{1}{g} \left[2V_e^2 (M_1 \Delta V_i + N_1 \Delta \phi) \right. \\ & \left. + 2V_e \rho_e (M_3 \Delta V_i + N_3 \Delta \phi) - 2V_i \rho_i \Delta V_i \right] \\ & = \eta n \rho_i A_F \Delta V_i \quad (43) \end{aligned}$$

上式の中で ΔV_i と $\Delta \phi$ とを分離すると,

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{fLV^2}{2gD} + L + \frac{VL}{g} s + \frac{2V_e^2}{g} \right) M_1 + \left(\frac{fLV\rho}{gD} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\rho L}{g} s \right) M_2 + \frac{2V_e \rho_e}{g} M_3 - \frac{2V_i \rho_i}{g} - n\eta \rho_i A_F \right] \Delta V_i \\ & + \left[\left(\frac{fLV^2}{2gD} + L + \frac{VL}{g} s + \frac{2V_e^2}{g} \right) N_1 + \left(\frac{fLV\rho}{gD} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\rho L}{g} s \right) N_2 + \left(\frac{2V_e \rho_e}{g} \right) N_3 \right] \Delta \phi = 0 \quad (44) \end{aligned}$$

上式は並列チャネル強制循環の伝達関数 $G(s)$ を与える。

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta \phi} = G(s) = - \left(\frac{\left(\frac{fLV^2}{2gD} + L + \frac{VL}{g} s + \frac{2V_e^2}{g} \right) N_1 + \left(\frac{fLV\rho}{gD} + \frac{\rho L}{g} s \right) N_2 + \frac{2V_e \rho_e}{g} N_3}{\left(\frac{fLV^2}{2gD} + L + \frac{VL}{g} s + \frac{2V_e^2}{g} \right) M_1 + \left(\frac{fLV\rho}{gD} + \frac{\rho L}{g} s \right) M_2 + \frac{2V_e \rho_e}{g} M_3 - \frac{2V_i \rho_i}{g} - n\eta \rho_i A_F} \right) \quad (45)$$

(45)式の分母をつぎのような整理を行なって計算すると,

$$K_1 = \frac{fD}{2gD} V^2 + L + \frac{2V_e^2}{g} \quad (46)$$

$$K_2 = \frac{fLV\rho}{gD} \quad (47)$$

$$K_3 = \frac{2V_e \rho_e}{g} \quad (48)$$

(45)式の分母

$$\begin{aligned} & = \left(K_1 + \frac{VL}{g} s \right) M_1 + \left(K_2 + \frac{\rho L}{g} s \right) M_2 + K_3 M_3 \\ & \quad - \frac{2V_i \rho_i}{g} - n\eta \rho_i A_F \\ & = \left(K_1 + \frac{VL}{g} s \right) \frac{\rho_i A_F}{R_1} + \left(K_2 + \frac{\rho L}{g} s \right) \frac{\rho_i A_F}{R_1} \\ & \quad \times \left[\left(2 + \frac{L}{V} s \right) \frac{W_2}{\rho K \phi A_H A_F} - \frac{V}{\rho} \right] + \frac{\rho_i A_F K_3}{R_1} \\ & \quad \times \left[\left(2 + \frac{L}{V} s \right) \frac{W^2}{\rho_e K \phi A_H A_F} - \frac{2V_e}{\rho_e} - \frac{L}{2\rho_e} s \right] \\ & \quad - \left(\frac{2V_i}{g} + n\eta A_F \right) \rho_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{\rho_i A_F}{R_1} \left\{ K_1 + \frac{VL}{g} s + \left(K_2 + \frac{\rho L}{g} s \right) \left(\frac{W^2 L}{VK \rho \phi A_H A_F} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{2W^2}{\rho K \phi A_H A_F} - \frac{V}{\rho} \right) + K_3 \left[\left(\frac{LW^2}{V \rho_e K \phi A_H A_F} \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{L}{2\rho_e} \right) s + \frac{2W^2}{\rho_e K \phi A_H A_F} - \frac{2V_e}{\rho_e} \right] - \frac{1}{A_F} \left(\frac{2V_i}{g} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + n\eta A_F \right) \left[\frac{(2+Ls/V)W^2}{K \phi A_H} + \frac{A_F L}{2} s \right] \right\} \end{aligned}$$

ゆえに(45)式の分母は

$$\begin{aligned} & = \left(\frac{\rho_i A_F}{R_1} \right) \left(\frac{L^2 \rho W}{g K \phi A_H} \right) \left\{ s^2 + \left[\frac{fV}{D} + \frac{2}{L} (V + V_e - V_i) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - (V_e + V_i) \frac{K \phi A_H}{L \rho W} - \left(n\eta \frac{g A_F}{L} + \frac{n\eta A_F g K \phi A_H}{2 L \rho W} \right) \right] s \right. \\ & \quad \left. + \frac{2}{L} \left(\frac{fV^2}{D} + \frac{2V_e V}{L} - \frac{2V_i V}{L} - \frac{n\eta}{L} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(2V_e^2 + gL - 4V_e^2 - \frac{fLV^2}{2D} \right) \frac{\phi K A_H}{L^2 \rho W} \right\} \end{aligned}$$

ゆえに, $G(s)$ はつぎのように書ける。

$$G(s) = - \frac{as^2 + bs + c}{s^2 + ds + \omega_n^2}$$