れる。真空焼結の焼結加速機構は過剰 O^{--} イオンによる拡散促進のほか、ミクロ的な蒸発凝縮およびU空格子点生成による O^{--} イオンの拡散促進現象が寄与しているものと推定した。

- (2) 添加物による焼結加速機構に個々の添加物により幾分異なるが、融点の低い共晶を生じてこれが UO_2 の粒子の表面に活性化層を形成すること、あるいは固溶体を形成して格子欠陥を増大させ、各種イオンの拡散を加速することによって考えられる。
- (3) TiO_2 は UO_2 の焼結速度および結晶粒成長をいちじるしく促進するが局部的に融液を作る。
- (4) BeO , Al_2O_3 は UO_2 と固溶せず微量(0.01~0.03)でもかなり焼結を加速するほか、共晶点も高く中性子吸収も少ないので、好適な添加剤と考えられる。ただし、 Al_2O_3 は真空中ではかえって焼結速度をおくらせる。
- (5) MgO は $H_2+4.2\%H_2O$ 中では効果があるが、多少過剰酸素が残る。

三菱原子力工業(株)研究所長 大井上 博博士は本報の公表を許可せられ、東北大学教授斎藤恒三博士、前所長付新実計三博士は本報の校閲および批判を賜わり、材料第一研究室長渡辺孝章博士、三菱金属(株)原子燃料研究室長伊藤忠孝氏は本研究の遂行に数々の便宜を与えられた。

以上の諸氏に対し、著者らはここに深甚なる謝意を表する。

(1958年10月日本金属学会名古屋大会, 1959年3月日本金属学会東京大会および1961年11月日本原子力学会第1回核燃料分科発表会に発表。)

(1962年 12月26日 受理)

— 参 考 文 献 —

- (1) 丸谷和夫, 高橋修一郎, 渡辺孝章, 小倉正士: 本誌, 4, No. 12, 845~851 (1962).
- (2) G. H. CHALDER, N. F. H. BRIGHT, D. L. PATTERSON, L. C. WATSON: *A/Conf.*, 15/P/192, (June 1958).
- (3) A. H. WEBSTER, N. F. H. BRIGHT: *Canada Department of Mines and Technology Surveys, Mine Branch, Research Report, MD-223*, (Nov. 7, 1957).
- (4) C. A. ARENBERG, P. JAHN: *J. Am. Ceram. Soc.*, 41, 5, 179 (1958).
- (5) F. P. KNUDSEN, H. S. PARKER, M. D. BURDICK: *ibid.*, 43, No. 12, 641 (1960).
- (6) R. KIESSLING, U. RUNFORS: *Paris Conf. Pap. TID-7546*, Book 2 (1957).
- (7) J. BELLE, B. LUSTMAN: "Properties of UO_2 ", (Sep. 1957). Contract AT-11-1-GEN-14.
- (8) A. B. AUSKERN, J. BELLE: *J. Nucl. Materials*, 3, No. 3, 267 (1961).
- (9) A. B. AUSKERN, J. BELLE: *ibid.*, 3, No. 3, 311 (1961).
- (10) 鈴木国雄, 丸谷和夫, 久保田 正: 本誌に投稿中.
- (11) 高橋修一郎, 丸谷和夫, 石井文平, 久保田 正: 本誌に投稿予定.
- (12) *Nuclear Engineering*, (Aug. 1958), Data sheet No. 10 Ceramic Fuels.
- (13) 渡辺孝章, 山本一雄, 寺田 実: 第3回原子力研究総合発表会に発表, (1959.2.).
- (14) 可知祐次: 粉体及び粉末冶金, 8, No. 1, (Feb. 4, 1961).
- (15) S. G. TREVIATSKIY, V. I. KUSHAKOVSKIY: *Atomnaya Energia*, 8, No. 1, 59 (1960); *Nucleonics*, 18, No. 8, 101 (1960).
- (16) I. E. CAMPBELL: "High Temperature Technology", (1956), The Electrochem. Soc. Inc. New York.

研究論文

301. 不均質、水原子炉における炉内過渡的熱伝達の研究, (I)

林 重憲*, 桜井 彰**, 岩住 哲朗**

Transient Heat Transfer in the Heterogeneous Water Reactor, (I)

By Shigenori HAYASHI, Akira SAKURAI and Tetsuo IWAZUMI

When a sudden excess reactivity is introduced into a heterogeneous water reactor, the reactor power increases as an exponential function and the fuel element

* 京都大学 工学部 (Faculty of Engng., Kyoto Univ.)

** 京都大学 工学研究所 (Engng. Res. Inst., Kyoto Univ.)

temperature rises rapidly.

In many reactors, however, the reactor power does not infinitely increase as an exponential function, but the self-shutdown will be induced by the thermal energy increase in the reactor with increasing the reactor power. Finally, the reactor power stops to increase.

As the fundamental problems in the analysis of these reactor kinetics, experimental and theoretical studies were performed on the transient heat transfer between the fuel and the coolant when the reactor power increased exponentially. The methods applying the above mentioned results to the analysis of the reactor kinetics during a power excursion were also shown. The experiments showed a good agreement with the analysis.

I. 緒 言

不均質, 水原子炉において, ある急激な超過反応度を与えると, 一般に炉出力は, 主として与えられた超過反応度と炉内中性子寿命などで定まる炉周期で, 指数関数状に増大し始める。しかし多くの原子炉は, 炉出力が限りなく上昇することなく, その増大に伴って炉内に放出された熱エネルギーにより自己停止作用が誘起されるため, ついには炉出力の増大が停止する。

このように炉心自身のもつ固有の自己制御性のために万一炉出力が脱走するに至っても, 多くの場合ほとんど安全に炉出力の増大が停止せしめられる。

このような広範囲な炉出力の増大に伴う原子炉の動特性の問題は, アメリカにおいて BORAX, SPERT などの実験用原子炉を実際に出力脱走させて, 種々の炉心構造ならびに実験条件について, 実験的に確かめられていることはよく知られている。しかし現状において, それらの原子炉の固有の安全性の概略は確かめられたとはいえ, 上述の出力脱走の停止機構になお不明の点があり, 多くの実験的研究が続けられている。

本報では, 不均質, 水原子炉が低い炉出力から広い範囲にわたり炉出力が脱走する場合の炉停止作用の機構に関する研究, およびこのような場合の原子炉動特性の解析法の研究の基本問題として, 広範囲な炉出力変化に伴う炉内の過渡的熱伝達について, 実験的ならびに理論的研究を行ない, さらに動特性の解析においてどのように過渡的熱伝達を取り扱うかを示した。

II. 過渡的熱伝達の模擬実験 による考察

原子炉の出力脱走に伴う炉内の過渡的熱伝達の模擬実験による研究は, Rosenthal⁽¹⁾により初期的研究がなされたが, さらに Jonson ら⁽²⁾により広い範囲の研究が行なわれている。著者らも出力脱走中の原子炉動特性を研究する基本問題として, 炉内の過渡的熱現象を明らかにするため, Jonson らと時を同じくしてステッ

プ状加熱による模擬実験を行ない, すでに過渡的核沸騰時における温度の Overshoot と時間遅れに関する研究については報告⁽³⁾を行なった。

本章では, この模擬実験による過渡的熱伝達に関する問題について考察を行なった結果を述べる。

模擬実験の加熱板として実験的, 解析的に便利であるので, 厚さの非常に薄い白金箔(長さ 31 mm, 幅 2.6 mm, 厚さ 0.0224 mm)を用いた。この加熱板を大気圧下の静水中(比抵抗 $4 \times 10^5 \Omega\text{-cm}$ 以上, 酸素の混入 1.2 ppm 以下)に垂直に沈め, 種々の値のステップ状電流を蓄電池より, ほぼ定電流的に供給して加熱板の温度上昇を測定した。このような過渡的加熱板温度上昇の測定に熱電対を用いると過渡応答が悪いので, 温度上昇に伴う加熱板の抵抗変化をブリッジ・バランス法により連続的に測定し加熱板平均温度を求めた*。加熱板の厚さは非常に薄いから, 加熱板内の温度分布は無視されて加熱板平均温度と表面温度とは近似的に等しいと考えられることになる。

加熱板表面温度の上昇に伴う冷却水への熱伝達は, 加熱板表面温度の上昇速度が早いと, 核沸騰開始以前において冷却水が流動を起すことなく現象が終了することが想像される。この場合の加熱板および冷却水の温度上昇は, 冷却水が動かないとして熱伝導により完全に説明できることになる。

ここでは, 加熱板にいろいろな値のステップ状加熱を与え, 加熱板温度上昇の速度を広範囲に変えた実験結果と, 熱伝導により理論的に求めた値との比較を行ない, 熱伝導として取り扱える温度上昇速度について検討を行なった。いま, 加熱板の厚さ方向にのみ熱が流れ, 周囲の冷却水が流動せずその厚さが充分大きいとして, 加熱板および冷却水内で熱伝導の方程式を解くと, 加熱板内の厚さ方向の平均温度 $\bar{T}_1(t)$ ⁽⁴⁾ はつぎのように与えられる。ただしこの実験において, ステップ状加熱電流を与えるような回路においても, 急激

* 詳細は参考文献(3)を参照のこと。

に大電流を蓄電池より供給するために蓄電池の内部抵抗が時間とともに増える一方、加熱板は温度上昇とともに抵抗が増加するので、発熱量は時間とともに増大し、両者の影響により完全なステップ状発熱量を与えることができない。したがって、発熱量 $Q(t)$ は時間とともに変化するものとして、次式で近似した。

$$Q(t) = mt + l \quad (1)$$

$$\bar{T}_1(t) = \frac{\gamma_1^2}{k_1} t \left(\frac{1}{2} mt + l \right) - \{ \alpha_m(t)m + \alpha_l(t)l \} \quad (2)$$

ここで、

$$\alpha_m(t) = \frac{\delta \gamma_1^3}{k_1 a} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \zeta^n (4t)^{5/2} \right. \\ \left. i^3 \operatorname{erfc} \frac{na}{\gamma_1 \sqrt{t}} - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \zeta^n (4t)^{3/2} \right. \\ \left. i^3 \operatorname{erfc} \frac{(n+1)a}{\gamma_1 \sqrt{t}} \right\}$$

$$\alpha_l(t) = \frac{\delta \gamma_1^3}{k_1 a} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \zeta^n (4t)^{3/2} i^3 \operatorname{erfc} \frac{na}{\gamma_1 \sqrt{t}} \right. \\ \left. - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \zeta^n (4t)^{1/2} \right. \\ \left. i^3 \operatorname{erfc} \frac{(n+1)a}{\gamma_1 \sqrt{t}} \right\}$$

$$\gamma_{1,2} = \frac{k_{1,2}}{\rho_{1,2} c_{1,2}} \quad \beta_{1,2} = \frac{k_{1,2}}{\gamma_{1,2}} \\ \delta = \frac{\beta_2}{\beta_2 + \beta_1} \quad \zeta = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_2 + \beta_1}$$

$k_{1,2}, \rho_{1,2}, c_{1,2}$: 白金および水の熱伝導率, 密度, 比熱

$2a$: 加熱板の厚さ

$Q(t)$: 加熱板単位体積あたりの発熱量

添数 1, 2 は加熱板および冷却水の領域を示す。

第 1 図に加熱板温度上昇速度の早い実験結果と熱伝導による計算結果との比較を示したが、加熱板温度が冷却水の沸点を越え、加熱板表面に核沸騰が起るまで

第 1 図 加熱板平均温度上昇の実験結果と熱伝導による計算結果との比較 (I)

両者がほとんど一致している。すなわち、このように早い現象に対して、冷却水は核沸騰に至るまで全く流動していないと考えられる。

つぎに、加熱板温度の上昇速度が比較的遅い場合について、同様に実験結果と計算結果との比較を第 2 図に示した。加熱板温度の上昇速度が遅くなると、核沸騰に至る以前に冷却水が流動するため、加熱板から冷却水への熱伝達が向上し、実験結果と計算結果との間に差が生ずることになるであろう。また、この実験のように加熱板の厚さがごく薄い場合は、水の僅かの流動による熱伝達の向上により、加熱板温度上昇は熱伝導により求められる計算値から、ただちに逸脱することになる。しかし第 2 図に示すように、このような遅い温度上昇速度の場合でも、冷却水はほとんど流動していないと考えられる。

第 2 図 加熱板平均温度上昇の実験結果と熱伝導による計算結果との比較 (II)

ステップ状加熱と指数関数状加熱の場合の厳密な相関はつけがたいが、加熱板温度の上昇速度の等しい両者の熱伝達は近似的に類似していると考え、第 2 図の結果は、炉周期が約 1 sec 程度に相当し、とくに炉出力の脱走で問題となる炉周期 1 sec 以内の現象では、核沸騰以前で冷却水はほとんど流動していないと推定された。

ここで熱伝達係数を、熱流束密度を加熱板温度上昇分で除いたものとして、各種の発熱量に対する実験結果から、熱伝達係数の時間に対する変化を第 3 図に示した。図示するように、熱伝達係数はステップ状発熱量を加えると時間とともに単調に減少するが、核沸騰開始とともに気泡の発生により温度境界層が攪乱されるために熱伝達は再び向上し、その時の発熱量に応じた定常値に落着いた。

加熱板が極く薄い場合に、熱容量はもつが加熱板内の温度分布がないと仮定して、熱伝導により指数関数

第3図 熱伝達係数の時間的変化の実験結果とステップ状加熱に近似した熱伝導による計算結果との比較

状加熱の場合の加熱板表面温度を近似的に求めている⁽¹⁾と同様な方法で、ステップ状加熱の場合の加熱板表面温度上昇と熱流束密度を求め、これらから熱伝達係数 h を求めるとつぎのように与えられた。

$$h = \frac{\sqrt{k_2 \rho_2 c_2} \left(1 - \text{erfc} \frac{\sqrt{t}}{B} \right)}{2\sqrt{t/\pi} - B \left(1 - \text{erfc} \frac{\sqrt{t}}{B} \right)} \quad (3)$$

ここに、 $B = a\rho_1 c_1 / \sqrt{k_2 \rho_2 c_2}$

(3)式に示すとおり、熱伝達係数はステップ状加熱の発熱量に無関係に定まる。第3図に、(3)式による熱伝達係数と時間との関係を示し、実験結果との比較を与えたが、熱伝達係数に関するかぎり、ステップ状加熱という近似にもかかわらず実験結果と比較的良好一致を示した。

Ⅲ. 原子炉炉内の過渡的熱伝達

前章における模擬実験の結果から、原子炉の出力脱走におけるように燃料板被覆表面温度の上昇速度が比較的速い場合、冷却水は核沸騰開始以前で流動しないことが明確になった。ここでは、これらの結果にもとづいて BORAX, SPERT 原子炉で用いられている MTR 型燃料要素について、低い炉出力から種々の炉周期で指数関数状に増大する場合の燃料板および冷却水における過渡的な温度上昇を熱伝導により求めた。

燃料板の厚さ方向にのみ熱が流れて冷却水は動かないとし、冷却水の厚さが充分大きいとすると、炉心中心部の燃料板および冷却水の温度に関してつぎの熱伝導方程式が成り立つ。

$$\frac{\partial T_1(x,t)}{\partial t} = \gamma_1^2 \frac{\partial^2 T_1(x,t)}{\partial x^2} + \frac{Q_0 e^{t/t_0}}{\rho_1 c_1} \quad (4)$$

($0 \leq x \leq a$)

$$\frac{\partial T_2(x,t)}{\partial t} = \gamma_2^2 \frac{\partial^2 T_2(x,t)}{\partial x^2} \quad (a \leq x \leq b) \quad (5)$$

$$\frac{\partial T_3(x,t)}{\partial t} = \gamma_3^2 \frac{\partial^2 T_3(x,t)}{\partial x^2} \quad (6)$$

($b \leq x < \infty$)

境界条件として

$$\begin{aligned} T_1(a,t) &= T_2(a,t) & T_2(b,t) &= T_3(b,t) \\ k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=a} &= k_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=a} & k_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=b} &= k_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \Big|_{x=b} \\ \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0 & \lim_{x \rightarrow \infty} T_3(x,t) &= 0 \end{aligned}$$

初期条件として

$$T_1(x,0) = 0 \quad T_2(x,0) = 0 \quad T_3(x,0) = 0$$

ここで、 a, b : 燃料板中心から燃料部、被覆部表面までの距離

$T(x,t)$: 場所 x , 時間 t における温度上昇分

γ^2 : 熱拡散率, $\gamma^2 = k/\rho c$

k, ρ, c : 熱伝導率, 密度, 比熱

Q_0 : 炉心中心部の初期燃料板

発熱量, $Q_0 = \phi_R P_0$

P_0 : 初期平均燃料板発熱量

t_0 : 炉周期

ϕ_R : 炉内最高熱中性子束/平均熱中性子束

添数 1, 2, 3 はそれぞれ燃料部、被覆部および冷却水部の領域を表わす。

MTR 型について燃料部と被覆部の熱的性質は近似的に等しい。この場合上述の熱伝導方程式を解くと、炉心中心部の燃料板被覆表面温度 $T_2(b,t)$ および冷却水温度分布 $T_3(x,t)$ は、つぎのように求められた。

$$\begin{aligned} T_2(b,t) &= \frac{Q_0 t_0}{2\rho_1 c_1} \left(\frac{k_1 \gamma_3}{k_1 \gamma_3 + k_3 \gamma_1} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_1 \gamma_3 - k_3 \gamma_1}{k_1 \gamma_3 + k_3 \gamma_1} \right)^n \\ &\quad e^{t/t_0} \left[e^{-\left\{ \frac{b(2n+1)-a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \right\}^2} \text{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)-a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} - \sqrt{\frac{t}{t_0}} \right\} - e^{-\left\{ \frac{b(2n+1)+a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \right\}^2} \right. \\ &\quad \left. \text{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)+a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} - \sqrt{\frac{t}{t_0}} \right\} + e^{\left\{ \frac{b(2n+1)-a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \right\}^2} \right. \\ &\quad \left. \text{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)-a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} + \sqrt{\frac{t}{t_0}} \right\} - e^{\left\{ \frac{b(2n+1)+a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \right\}^2} \right. \\ &\quad \left. \text{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)+a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} + \sqrt{\frac{t}{t_0}} \right\} - 2e^{-t/t_0} \text{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)-a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} \right\} \right. \\ &\quad \left. \left. \left\{ \frac{b(2n+1)-a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} \right\} + 2e^{-t/t_0} \text{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)+a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} \right\} \right] \right] \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_3(x,t) &= \frac{Q_0 t_0}{2\rho_1 c_1} \left(\frac{k_1 \gamma_3}{k_1 \gamma_3 + k_3 \gamma_1} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_1 \gamma_3 - k_3 \gamma_1}{k_1 \gamma_3 + k_3 \gamma_1} \right)^n \\ &\quad e^{t/t_0} \left\{ e^{-\left[\frac{\lambda \{ b(2n+1)-a \} + X}{\gamma_3 \sqrt{t_0}} \right]^2} \right\} \end{aligned}$$

第4図 単位初期発生熱量あたりの燃料板被覆表面温度上昇と相対時間との関係

第6図 単位初期発生熱量あたりの燃料板熱流束と単位初期発生熱量あたりの燃料板被覆表面温度上昇との関係

第5図 単位初期発生熱量あたりの燃料板熱流束密度と相対時間との関係

第7図 熱伝達係数と相対時間との関係

$$\begin{aligned} & \operatorname{erfc}\left[\frac{\lambda\{b(2n+1)-a\}+X}{2\gamma_3\sqrt{t}}-\sqrt{\frac{t}{t_0}}\right] \\ & -e^{-\left[\frac{\lambda\{b(2n+1)+a\}+X}{\gamma_3\sqrt{t_0}}\right]} \\ & \operatorname{erfc}\left[\frac{\lambda\{b(2n+1)+a\}+X}{2\gamma_3\sqrt{t}}-\sqrt{\frac{t}{t_0}}\right] \\ & +e^{-\left[\frac{\lambda\{b(2n+1)-a\}+X}{\gamma_3\sqrt{t_0}}\right]} \\ & \operatorname{erfc}\left[\frac{\lambda\{b(2n+1)-a\}+X}{2\gamma_3\sqrt{t}}+\sqrt{\frac{t}{t_0}}\right] \\ & -e^{-\left[\frac{\lambda\{b(2n+1)+a\}+X}{\gamma_3\sqrt{t_0}}\right]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \operatorname{erfc}\left[\frac{\lambda\{b(2n+1)+a\}+X}{2\gamma_3\sqrt{t}}+\sqrt{\frac{t}{t_0}}\right] \\ & -2e^{-t/t_0}\operatorname{erfc}\left[\frac{\lambda\{b(2n+1)-a\}+X}{2\gamma_3\sqrt{t}}\right] \\ & +2e^{-t/t_0}\operatorname{erfc}\left[\frac{\lambda\{b(2n+1)+a\}+X}{2\gamma_3\sqrt{t}}\right] \end{aligned} \quad (8)$$

ここに, $X=x-b$, $\lambda=\gamma_3/\gamma_1$

燃料板被覆表面から冷却水への熱流束密度 $q(b, t)$ は

$$q(b, t) = -k_3 \frac{\partial T_3(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=b} = \frac{Q_0 \sqrt{k_3 \rho_3 c_3 t_0}}{2\rho_1 c_1}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{k_1 \gamma_3}{k_1 \gamma_3 + k_3 \gamma_1} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_1 \gamma_3 - k_3 \gamma_1}{k_1 \gamma_3 + k_3 \gamma_1} \right)^n \\
& e^{t/t_0} \left[e^{-\left\{ \frac{b(2n+1)-a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \right\} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)-a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} \right\}} \right. \\
& \quad - \sqrt{\frac{t}{t_0}} \left. \right] - e^{-\left\{ \frac{b(2n+1)+a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \right\} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)+a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} \right\}} \\
& \quad - \sqrt{\frac{t}{t_0}} \left. \right] - e^{-\left\{ \frac{b(2n+1)-a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \right\} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)-a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} \right\}} \\
& \quad + \sqrt{\frac{t}{t_0}} \left. \right] + e^{-\left\{ \frac{b(2n+1)+a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \right\} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{b(2n+1)+a}{2\gamma_1 \sqrt{t}} \right\}} \\
& \quad + \sqrt{\frac{t}{t_0}} \left. \right] \quad (9)
\end{aligned}$$

熱伝達係数として前と同様につきのように定義する。

$$h(b, t) = q(b, t) / T_2(b, t) \quad (10)$$

これらの結果から、炉出力の脱走に伴う燃料板被覆表面温度、熱流束密度および熱伝達係数をおのおのの炉周期について求めることができる。

ここでは SPERT-1 原子炉の燃料要素を例にとり、第4図には単位初期発生熱量あたりの燃料板被覆表面温度上昇 $T_2(b, t)/Q_0$ と相対時間 t/t_0 との関係、第5図には単位初期発生熱量あたりの燃料板熱流束密度 $q(b, t)/Q_0$ と相対時間との関係を種々の炉周期について示した。また、第6図には種々の炉周期について $T_2(b, t)/Q_0$ と $q(b, t)/Q_0$ との関係を示した。つぎに、第7図に熱伝達係数 $h(b, t)$ と相対時間との関係を示したが、この関係は初期発生熱量 Q_0 には無関係に定まる。

以上の計算結果から、各炉周期に対する燃料板被覆表面温度および熱流束密度は、相対時間が増加すると指数関係状に単調に増大することがわかる。また、熱伝達係数については、相対時間の増加とともに大きい値から急激に減少して、炉周期により定まる一定値に落ち着く。

このような結果から、比較的に低い炉出力から広い範囲にわたる出力脱走において、 $t/t_0 < 1 \sim 2$ の範囲の現象は無視され、燃料板および冷却水温度は指数関数状上昇項のみで近似的に代表される。また、その熱伝達係数はおのおのの炉周期に対して定まる一定値として近似的に取り扱えることになる。

指数関数状上昇項で、各領域の温度上昇を近似すると、つぎのように与えられる。

$$\begin{aligned}
T_1(x, t) = & \frac{Q_0 t_0 e^{t/t_0}}{\rho_1 c_1} \left[1 - \frac{\cosh \frac{x}{\gamma_1 \sqrt{t_0}}}{U} \left\{ \frac{k_3}{\gamma_3} \cosh \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} + \frac{k_2}{\gamma_2} \sinh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} \right\} \right] \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_2(x, t) = & \frac{Q_0 t_0 e^{t/t_0}}{\rho_1 c_1 U} \sinh \frac{a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \left\{ \frac{k_1 k_3 \gamma_2}{k_2 \gamma_1 \gamma_3} \sinh \frac{(b-x)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} \right. \\
& \left. + \frac{k_1}{\gamma_1} \cosh \frac{(b-x)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} \right\} \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_3(x, t) = & \frac{Q_0 t_0 k_1 e^{t/t_0}}{\rho_1 c_1 \gamma_1 U} \sinh \left(\frac{a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \right) \cdot \\
& e^{(b-x)/\gamma_3 \sqrt{t_0}} \quad (13)
\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
U = & \cosh \frac{a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \left\{ \frac{k_3}{\gamma_3} \cosh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} + \frac{k_2}{\gamma_2} \right. \\
& \left. \sinh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} \right\} + \frac{k_1}{\gamma_1} \sinh \frac{a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}} \left\{ \frac{k_3 \gamma_2}{k_2 \gamma_3} \right. \\
& \left. \sinh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} + \cosh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} \right\} \quad (14)
\end{aligned}$$

熱流束密度 $q(b, t)$ および熱伝達係数 $h(b, t)$ は

$$q(b, t) = \sqrt{\frac{k_3 \rho_3 c_3}{t_0}} T_2(b, t) \quad (15)$$

$$h(b, t) = \sqrt{\frac{k_3 \rho_3 c_3}{t_0}} \quad (16)$$

(15)式が示すとおり、熱流束密度は燃料板被覆表面温度と炉周期で定まる。(11)～(14)式を用いて種々な炉周期での燃料板および冷却水内の湿度分布を求めて第8図に示した。ただし、各炉周期について燃料板中心温度 $T_1(0, t)$ で基準化して示してある。また、この温度分布は時間に無関係に定まる。冷却水流路の中心は 0.2247 cm であるから、冷却水が充分厚いという最初の仮定は満たされていることが第8図から了解される。

第8図 出力脱走中の燃料板および冷却水中における温度分布

上述と同様な考察を、Ipson ら¹⁰⁾の白金箔を冷却水中で指数関数状に加熱した模擬実験の結果に対して行なう。いま加熱板がごく薄い場合、熱容量はもつが温

度分布がないと仮定すると、冷却水の温度分布 $T(x, t)$ は(17)式で示される⁽¹²⁾。この式より加熱板表面温度 $T(0, t)$ 、熱流束密度 $q(0, t)$ および熱伝達係数が容易に求められる。

$$T(x, t) = \frac{aQ_0 e^{t/t_0} \sqrt{t_0}}{2\sqrt{k_3 \rho_3 c_3}} \left[e^{-\frac{x}{\gamma_1 \sqrt{t_0}}} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\gamma_1 \sqrt{t}} - \sqrt{\frac{t}{t_0}}\right) - e^{-\frac{x}{\gamma_1 \sqrt{t_0}}} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\gamma_1 \sqrt{t}} + \sqrt{\frac{t}{t_0}}\right) \right] \quad (17)$$

$$q(0, t) \simeq T(0, t) \sqrt{\frac{k_3 \rho_3 c_3}{t_0}} \frac{1}{\operatorname{erf} \sqrt{t/t_0}} \quad (18)$$

(18)式が $t/t_0 \gg 1$ の範囲で(15)式と一致するのは、(15)式が燃料板被覆表面温度のみに関係して定まることから当然である。燃料板の厚さの影響は燃料板表面温度の中に含まれている。

Johnson らによる実験結果⁽³⁾を各炉周期について、非沸騰領域での加熱板熱束密度と表面温度上昇との関係を、あらためて整理した結果と(18)式による計算結果との比較を第9図に示した。この場合の初期発熱量は比較的大きい場合で、実験結果は相対時間が約3以下の範囲でとられた結果であり、加熱板表面温度上昇の低い範囲では直線関係より多少ずれている。

第9図 指数関数状加熱による加熱板表面温度上昇と熱流束密度との関係の模擬実験結果と計算結果との比較

IV. 出力脱走実験における過渡的熱伝達

BORAX, SPERT 原子炉の出力脱走実験において、平均炉出力変化と炉中心部の燃料板被覆表面温度上昇が測定されている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。これらの実験では初期定常出力は数百ワット以下という小さい値からの出力脱走が行なわれているから、さきに述べたように出力脱走中の燃料板および冷却水の温度分布は第8図のように考えられ、出力脱走実験結果から燃料板被覆表面より冷却水への熱流束密度 $q(b, t)$ を求めることができる。

$$q(b, t) = aQ(t) - \chi \{ a\rho_1 c_1 + (b-a)\rho_2 c_2 \} \frac{dT_m(b, t)}{dt} \quad (19)$$

ここで、

$$\chi = \rho_1 c_1 \int_0^a \left\{ \frac{dT_1(x, t)}{dt} \right\} dx + \rho_2 c_2 \int_a^b \left\{ \frac{dT_2(x, t)}{dt} \right\} dx / \{ a\rho_1 c_1 + (b-a)\rho_2 c_2 \} \frac{dT_m(b, t)}{dt} \quad (20)$$

$Q(t)$: 時間 t における炉中心部の燃料板単位体積当りの発熱量

$T_m(b, t)$: 出力脱走中に測定された燃料板被覆表面温度

χ の値は(11), (12)式から求められるが、炉周期の大きい領域ではほとんど1に近い値となり、小さい領域では1より大きい値となる。

この方法により、SPERT-1 の出力脱走実験から $Q(t)$ および $dT_m(b, t)/dt$ を求め、いろいろな炉周期の実験結果より燃料板被覆表面温度と熱流束密度との関係を求め、(15)式による計算結果とともに第10図に示した。

第10図 出力脱走中の燃料板熱流束密度と被覆表面温度上昇との関係の実験結果と計算結果との比較

この解析において、炉出力が指数関数状から著しく逸脱した時、および燃料板被覆表面で核沸騰が生じる沸騰熱伝達領域では多少厳密性を欠くことになる。

非沸騰領域では、炉出力最大時を越えるまでは(15)

式による計算結果と充分よい一致を示している。

核沸騰開始以後の過渡的沸騰熱伝達は、ほぼ炉周期に無関係に同一曲線となり、予冷温度が大きい場合には各炉周期に対する熱伝導の直線と、この曲線の交点が初期気泡発生点を近似的に示し、著者ら¹⁰⁾および Jonson ら¹¹⁾の求めた初期気泡発生温度の模擬実験結果と近似的な値を示し矛盾しない。この結果は BORAX-Ⅱ 原子炉の実験より Ulrich¹²⁾が示した結果とほぼ類似の結果をえた。また、この過渡的沸騰熱伝達は冷却水予冷温度にも依存し、定常沸騰熱伝達¹⁰⁾からの近似は困難である。

つぎに炉出力最大時の熱伝達係数を、炉周期 2 sec ~ 50 msec の範囲の非沸騰領域にある出力脱走実験より求めて、(16)式から求められる炉周期に対する熱伝達係数の関係とともに第11図に示した。この結果から指数関数状出力から逸脱している炉出力最大時においても(15)、(16)式が近似的に成り立っていることがわかる。

すなわち、この結果は非沸騰領域で出力脱走してから炉出力の増大停止までの熱的動特性が、容易に解析されることを示すものである。

第11図 炉出力最大時の燃料板熱伝達係数と指数関数状発熱に対する熱伝達係数の計算結果との比較

V. 熱伝導方程式の常微分方程式化

原子炉の動特性をアナログ型電子計算機で解析する際に炉内の多くの点で、熱伝導の偏微分方程式を階差方程式に変形して解くには、老大な数の演算要素を必要とするので一般的には非常に困難である。

本章では、熱伝導方程式を燃料板部、被覆部および冷却水部等での平均温度による常微分方程式に変形し簡便化して解析する方法を示す。これは、おのこの

平均温度から温度上昇に伴う炉内の反応度変化を知る上からも望ましい。燃料板部、被覆部の温度上昇に必要とする燃料板単位面積当りの熱量は(11)、(12)式よりつぎのとおり求められる。

$$\rho_1 c_1 \int_0^a \left\{ \frac{dT_1(x, t)}{dt} \right\} dx = \rho_1 c_1 \frac{d}{dt} \left\{ \int_0^a T_1(x, t) dx \right\} = a \rho_1 c_1 \frac{d\bar{T}_1(t)}{dt} \quad (21)$$

$$\rho_2 c_2 \int_a^b \left\{ \frac{dT_2(x, t)}{dt} \right\} dx = \rho_2 c_2 \frac{d}{dt} \left\{ \int_a^b T_2(x, t) dx \right\} = (b-a) \rho_2 c_2 \frac{d\bar{T}_2(t)}{dt} \quad (22)$$

すなわち、各領域の温度上昇に必要とする熱量は、おのこの平均温度 $\bar{T}_1(t)$, $\bar{T}_2(t)$ の温度上昇に必要とする熱量で代表されるから、各領域における平均温度によって熱伝導方程式をつぎのように与えることができる。

燃料板部および被覆部において

$$a \rho_1 c_1 \frac{d\bar{T}_1(t)}{dt} = a Q(t) - h_1 \{ \bar{T}_1(t) - \bar{T}_2(t) \} \quad (23)$$

$$(b-a) \rho_2 c_2 \frac{d\bar{T}_2(t)}{dt} = h_1 \{ \bar{T}_1(t) - \bar{T}_2(t) \} - h_2 \bar{T}_2(t) \quad (24)$$

冷却水内において

$$(c-b) \rho_3 c_3 \frac{d\bar{T}_3(t)}{dt} = h_2 \bar{T}_2(t) - h_3 \{ \bar{T}_3(t) - \bar{T}_4(t) \} \quad (25)$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$(q-p) \rho_3 c_3 \frac{d\bar{T}_n(t)}{dt} = h_{n-1} \{ \bar{T}_{n-1}(t) - \bar{T}_n(t) \} - h_n \{ \bar{T}_n(t) - \bar{T}_{n+1}(t) \} \quad (26)$$

$$(r-q) \rho_3 c_3 \frac{d\bar{T}_{n+1}(t)}{dt} = h_n \{ \bar{T}_n(t) - \bar{T}_{n+1}(t) \} \quad (27)$$

ここで、 $c, \dots, p, q, r$ は冷却水内の分割点で、

r は冷却水流路中心までの距離を表わす。

燃料部と被覆部および被覆部と冷却水との等価熱伝達係数 h_1, h_2 は

$$h_1 = \frac{\rho_1 c_1}{t_0} \left[\sinh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} + \frac{k_3 \gamma_2}{k_2 \gamma_3} \cosh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} \right] / \left[\frac{\gamma_2 U}{k_2 \gamma_1 \sqrt{t_0} \sinh \frac{a}{\gamma_1 \sqrt{t_0}}} - \frac{1}{2a} \left\{ \left(2 + \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \right) \left(\sinh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} + \frac{k_3 \gamma_2}{k_2 \gamma_3} \cosh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} \right) - \frac{\rho_1 c_1 k_2 k_3}{\rho_2 c_2 \gamma_2 \gamma_3} \right\} \right] \quad (28)$$

$$h_2 = \frac{2 a \rho_2 c_2 k_3}{t_0 \gamma_3 \left[\frac{k_2}{\gamma_2} \sinh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} + \frac{k_3}{\gamma_3} \left\{ \cosh \frac{(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} - 1 \right\} \right]} \quad (29)$$

冷却水の平均温度は1つの領域で考え、(27)式のよう形式のみで容易に求められるが、冷却水温度上昇による熱膨張の反応度変化を求める場合に、温度上昇と反応度変化には大きい非直線関係があるため⁷⁾、温度分布を考慮せずすべての平均温度を求めると大きい誤差を伴う。第8図に示す冷却水温度分布を考慮して、おのおのの炉周期により分割区間とその数を最小限に有効に定めるとよい。ただし、全平均温度を求めてから、温度分布を近似的に補正することもできる。 $h_3, h_4, \dots, h_n$ は h_1, h_2 を定めたと同様に、各炉周期について求められるが、分割区間が充分小さいときは、近似的に $h_3 \approx 2k_3/(d-b)$, $h_4 \approx 2k_3/(e-c)$ 等と与えることもできる。

燃料板被覆部平均温度 $\bar{T}_2(t)$ と表面温度 $T_2(b, t)$ との比 L_1 および燃料板中心温度 $T_1(0, t)$ と被覆表面温度 $T_2(b, t)$ との比 L_2 は、つぎのように求められる。

$$L_1 = \frac{\bar{T}_2(t)}{T_2(b, t)} = \frac{\sqrt{t_0}}{2a\rho_2c_2} \left\{ \frac{k_2 \sinh(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} + \frac{k_3 \cosh(b-a)}{\gamma_3} - \frac{k_3}{\gamma_3} \right\} \quad (30)$$

$$L_2 = \frac{T_1(0, t)}{T_2(b, t)} = \frac{k_2 \gamma_1 \tanh a}{k_1 \gamma_2} \frac{a}{2\gamma_1 \sqrt{t_0}} \left\{ \frac{\sinh(b-a)}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} + \frac{k_3 \gamma_2 \cosh(b-a)}{k_2 \gamma_3} + \left(\frac{k_3 \gamma_2 \sinh(b-a)}{k_2 \gamma_3} + \cosh(b-a) \right) \frac{1}{\gamma_2 \sqrt{t_0}} \right\} \quad (31)$$

第12図に熱伝達係数 h 、等価熱伝達係数 h_1, h_2 および上述の L_1, L_2 の炉周期に対する関係を示した。

第12図 h, h_1, h_2, L_1, L_2 の値と逆炉周期との関係

過渡的沸騰熱伝達領域を含む動特性の解析には、第10図に示した燃料板被覆表面温度と熱流束密度との非直線関係を冷却水への熱伝達に与えればよい。

上述の結果を用いてアナログ型電子計算機により、

SPERT-I 出力脱走実験の出力波形から燃料板被覆表面温度を計算し、実験結果との比較を第13図に示した。これらの解析結果から出力脱走中の過渡的熱伝達が、上述の解析法により正しく求められることが確認された。

第13図 炉中心部燃料板表面温度上昇の実験結果と解析結果との比較

VI. 結 語

不均質、水原子炉の大きい炉出力変化を伴う炉出力脱走中の動特性を解析するにあたって、その過渡的熱伝達をどのように取り扱うかについて実験的、理論的検討を行なった。この結果、出力脱走中の炉内における熱的な動特性の明確な解析が可能となり、炉出力脱走の停止機構の解明にとって有効な結果が得られた。

過渡的沸騰熱伝達について一部分触れたが、さらに詳細な研究は、熱伝達係数への炉出力波および冷却水の流動の影響、気泡発生機構等とともに、別の機会に報告の予定である。

(1963年 1月7日 受理)

— 参 考 文 献 —

- (1) R. W. ROSENTHAL: *Nucl. Sci. Engng.*, **2**, 640~656 (1957).
- (2) H. A. JONSON, et al.: *UCB-ENG 1473*, (Jan. 1961).
- (3) 林 重憲, 岩住哲朗, 若林二郎, 桜井 彰, 青木英人, 北村元彦: 本誌, **2**, No. 12, 736~741 (1960).
- (4) R. COLE: *NACA Tech. Note*, 3885, (1956).
- (5) J. C. HAILE: *IDO-16342*, (July 1, 1958).
- (6) F. SCHROEDER, et al.: *Nucl. Sci. Engng.*, **2**, 96~115 (1957).
- (7) A. J. ULRICH: *ANL-5532*, (Apr. 1956).
- (8) W. H. MCADAMS: *Heat Transmission*, 3rd ed., McGraw-Hill.