総 説

〔24〕 γ 線の多重層透過問題

片 岡 巖*

Gamma-Ray Transmission through Multiple Layers

By Iwao KATAOKA*

A review is presented on the γ -ray transmission problem through multiple layered shields. In Chap. I, an introductory explanation is given on the behavior of photons in stratified slabs. Several illustrations of energy spectra, angular distributions of photons and buildup factors in the slabs provide an outline of the phenomena involved.

In Chap. II, an extensive survey of theoretical treatments is made to examine the adaptability of the methods to the γ -ray multilayer problem. The survey includes several methods for numerically solving the Boltzmann transport equation, the Monte Carlo method, the successive scattering method, as well as various transmission operator and invariant imbedding methods. Apart from the Monte Carlo method, only a few of the methods are applicable to the multilayer problem of γ -rays. The result of the survey is further summarized in a table.

Chap. IV gives a brief description of the relevant experiments. The survey brings into relief the lack of experiments with source energies above the ^{60}Co level.

I. はじめに

多重物質層での γ 線の振舞いを研究する分野は、一般的な物理学上の興味もあるが、最近ではむしろ放射線遮蔽の立場から重視され発展してきた。実際に見られる遮蔽体は、異なった物質の多重層で構成されるのが普通であって、単一層であることがどちらかというようにまれである。遮蔽体が多重層になる主な理由はつぎのようであると考えられる。

- (1) γ 線の減衰効果を高める。
- (2) 中性子の減衰効果を高める。
- (3) 中性子、 γ 線の混合線源を効果的に遮蔽する。
- (4) 構造、強度、除熱、製作上の理由。

中性子が混在する γ 線多重層問題にはここでは触れない。この場合には、中性子の非弾性散乱や捕獲によって発生する2次 γ 線を考えに入れる必要がある。以下に展望する純粋な γ 線での透過の取扱いが理解されれば、後はむしろ中性子多重層問題が主役となるから、別の機会に扱った方がよいと思われる。

多重層問題の本質は、物質領域が2つもしくはそれ

以上存在することであるが、有限厚さの単一層の問題がその基礎であることはいうまでもない。有限単一層を含む多重層内での γ 線の振舞いを検討し、ついで多重層透過問題の理論的取扱いを展望し、さらに実験について紹介することにする。

II. γ 線の多重層透過現象

1. 多重層内部での γ 線

ここでは平板問題を例として扱うことにする。Fig. 1に示すような構成で、無限媒体(a)と有限厚さの平板(b)での透過光子のエネルギースペクトルおよび角度分布は、Monte Carlo法の計算によるとFig. 2のようになる。斜線の部分が、検出点から後の半無限層からの反射光子の影響を示している。Fig. 3(a-1)および(b-1)では同様な有限板効果を実線と点線との差で見ることができる。実線は有限厚さの平板での、また点線は無限媒質でのエネルギースペクトルである。大角度散乱、または多数回散乱してエネルギーが低下し

* 運輸省 船舶技術研究所(Ship Res. Inst.)

た部分で有限板効果が著しい。また、軽元素である水の方が重元素である鉛より大きい影響を受けることがわかる。

Fig. 1

(a) Energy spectra
(b) Angular distributions
 $E_0 = 0.66$ MeV,
Plane normal source, Medium: H_2O

Fig. 2 Energy Spectra and Angular Distributions of Scattered Photons
(from Monte Carlo calculation
Berger, *et al.*⁽⁵⁴⁾)

Fig. 3 Energy Spectra of Scattered Photons through H_2O and Pb Slabs $E_0 = 1$ MeV,
Plane normal source (prepared by I. Kataoka and K. Takeuchi: EOS Method⁽¹⁶⁾)

つぎに、Fig. 1(c)のように、異なった物質の第2の層をさらに重ねた場合は、内部境界面でのエネルギースペクトルに第2層からの反射光子の影響が加わる。Fig. 3(a-1)と(a-2)とを比較すると、水-鉛2重層*の内部境界では鉛からの後方散乱が少ないことがわかる。また、鉛層を僅かでも透過するとスペクトルの形は鉛のスペクトルに近づく。反対に、Fig. 3(b-1), (b-2)で見ると、鉛-水2重層では、第2層である水からの後方散乱光子が多く、内部境界でのスペクトルは低エネルギー部分で大きく変化する。同様にして、3重層でのエネルギースペクトルを Fig. 3(a-3), (b-3)に示す。

Fig. 4は鉄-鉛および鉛-鉄2重層内でのエネルギービルドアップ係数の分布である。(エネルギービルドアップ係数)-1は散乱光子のエネルギー量と非衝突光子のエネルギー量との比を表す**。

Fig. 4 Energy Buildup Factors through Stratified Slabs of Fe and Pb
 $E_0=1$ MeV, Plane normal source
(prepared by I. Kataoka and K. Takeuchi: EOS Method⁽¹⁶⁾)

したがって、物質の種類は異なるが、Fig. 3のエネルギースペクトルから類推してFig. 4の現象を理解することができる。点線および鎖線は単一物質の無限媒体でのビルドアップ係数である。外側境界では有限板効果が現われており、鉛よりも低エネルギー散乱線の割合の多い鉄の方がこの効果の著しいことがわかる。Figs. 3, 4はEOS法で計算された。

γ 線遮蔽計算の主な目的は2つある。すなわち、遮蔽体外表面での線量率を求めること、および遮蔽体や構造材内部での γ 線による発生熱を算出することである。多重層内部のエネルギースペクトルは、 γ 線によ

る熱発生計算にそのまま使われる。

2. 多重層透過後の γ 線

ポリエチレンだけの場合と、その後に鉛を付け加えた場合の透過エネルギースペクトルを Monte Carlo 法で計算した結果を Fig. 5に示す。前節ですでに述べたように、鉛層の付加による低エネルギー部の吸収が明らかである。また同様に、ポリエチレンと鉄との単一層および2重層に垂直に入射する細いビームからの透過スペクトルを 40° の角度で測定した結果が Fig. 6である。

Fig. 5 Energy Spectra of Scattered Photons
 $E_0=6 m_0 c^2$, Plane normal source
(from Monte Carlo calculation of Zerby⁽³¹⁾)

Fig. 6 Transmitted Energy Spectra
Source: ^{60}Co , Narrow beam, Normal incidence, Detection angle: 40°
(from the experiment of Umeda and Hyodo⁽⁶⁴⁾)

種々の物質の多重層を透過した光子のエネルギースペクトルの変化、および角度分布の変化の様子を見る

* 以下、多重層の配列順序は(線源→)第1層—第2層—…(測定点)と書くことにする。

** 定義については、例えば文献(1)参照。

ために、Response Matrix 法による計算結果を Fig. 7 に掲げる。エネルギーおよび角度成分を組分けにして示してある。多重層内での分布を示すものではなく、透過量であることに注意する必要がある。ある物質の層の後に、性質の異なる物質の薄い層が重ねられると、透過光子のエネルギースペクトルおよび角度分布が急激な変化をすることが推定される。層の厚さが少し増すと変化の割合は安定して、比較的単調な指数関係に近い変動をするようになる。

(a) In energy groups (b) In angular groups

Fig. 7 Fraction of Energy Transmitted through Stratified Slabs of Various Materials, $E_0=1$ MeV: Plane normal source (from Response Matrix Method calculation by Kataoka⁽⁵²⁾)

概念的にいうと、入射エネルギー、または入射角のグループの光子に対する他のエネルギーグループまたは角度グループに属する光子、すなわち散乱光子の割合がビルドアップ係数を決定する。そして各グループに属する光子は、層を構成する物質の種類によってその量が大きく変化している。したがって、ここに例を上げた平板問題では、 γ 線のエネルギースペクトルと進行方向角との両者を考えに入れないと、多重層透過問題を一般的に扱うことが難しいものと予想される。

なお、Fig. 7 は透過光子を示しているから、多重層内部では、低エネルギー成分および大角度成分が、図に示されているものよりはるかに多いことに注意する必要がある。

Fig. 8 に鉄-鉛 2 重層と鉛-鉄 2 重層での透過の線量ビルドアップ係数を例として掲げる。点線は実験値、実線は Response Matrix 法による計算値である。鉄-鉛 2 重層では、第 1 層である鉄の散乱線は鉛層が加えられることで急に激少する。この現象は Fig. 7 (a) で

も明らかである。したがって、散乱線の割合を示すビルドアップ係数も Fig. 8 (a) に見るように低下して、鉛の低いビルドアップ係数に近づく傾向を示す。鉄の第 1 層を透過する距離の大きいほど、散乱線の成長が大きく、したがって鉛層を加えた場合に吸収される低エネルギー成分も多い。Fig. 8 (a) の 2 本の曲線のうち、鉄層が厚い場合のビルドアップ係数の低下が大きいのはそのためである。一方、Fig. 8 (b) に見るように、鉛の後の鉄層では低エネルギーの散乱線の蓄積が行なわれる。この現象は Fig. 7 (b) でも裏づけられる。

(a) Fe-Pb (b) Pb-Fe
Fig. 8 Transmission Dose Buildup Factors through Stratified Slabs of Fe and Pb (Response Matrix method, by Kataoka⁽⁵²⁾) (Experiment, by Kane-mori, *et al.*⁽⁷¹⁾)

Ⅲ. 多重層透過問題の理論的取扱い

1. Boltzmann 輸送方程式の数値解法

γ 線の透過問題については Moments 法が優れた解法であり、系統的な計算結果が多く公表されていることもあわせて、reference data として広く引用されてきた⁽²⁾⁻⁽⁷⁾。しかしながら、Moments 法は無限に拡がる一様均質媒体にだけ適用できるのであって、有限厚さの単一層や多重層には使うことができない。以下には、Boltzmann 輸送方程式の、境界を伴う数値解法について述べ、多重層透過問題への適用性を検討する。

P_L 法については、Lanning が P_3 近似⁽⁸⁾によって、いくつかの物質と線源エネルギーに対する平板中でのエネルギースペクトルとビルドアップ係数を計算し、Moments 法の結果と比較した。その結果、かなり広い範囲の単一層中での透過計算に P_3 近似が利用でき、さらに多重層の透過問題にも適用できそうであると述べている⁽⁹⁾。しかしながら、 P_3 近似では、光子の角度分布の変化の激しい境界付近の現象を誤差少なく表現することが困難であり、 P_L の次数を増加してもこの点はあまり改善されない(例えば、文献(10), (11)参照)。し

たがって、使用する場合に注意が必要である。

エネルギー束 $I(z, \omega, \lambda)$ の角度分布を Legendre 展開よりさらに一般化しようとする 1 つの試みに、いわゆる広義の Discrete ordinates の方法がある。

1 次元平板形状を例にとると、Boltzmann 輸送方程式はつぎのように書ける。

$$\omega \frac{\partial}{\partial z} I(z, \omega, \lambda) + \mu(z, \lambda) I(z, \omega, \lambda) = f(z, \omega, \lambda; I(z, \omega', \lambda')) + S(z, \omega, \lambda) \quad (1)$$

自明の定義は省略する(例えば文献(1)参照)。ここに f は散乱積分であって、Compton 散乱だけを考えると

$$f(z, \omega, \lambda; I(z, \omega', \lambda')) = \int_0^{\lambda} \int_{\pi} I(z, \omega', \lambda') n(z) k(\lambda', \lambda) \times \frac{\delta(1 + \lambda' - \lambda - \Omega \cdot \Omega')}{2\pi} d\Omega' d\lambda' \quad (2)$$

となる。光子の進行方向角の余弦 ω を適宜分割して分点 ω_q を得る ($q=1, \dots, Q$)。エネルギー束はこれらの分点に対して計算されるものとする。このような discrete な分点を考えることにより、①角度分布に対する制限が緩和され、②境界条件の定義が容易となり、③計算機による数値計算に適した形の式が得られる。

Sn 法⁽¹²⁾では、エネルギー束が各分点 ω_q, ω_{q+1} 間では ω の 1 次関数で変化すると仮定して、Boltzmann 方程式を ω について積分する。得られた微分方程式は差分によって解かれる。エネルギー束の角度変化が極度に激しくない領域では、 Sn 法は多重層透過問題に比較的広い適用範囲を持っている。平板形状および円筒形状での Sn コード⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾を遮蔽体中での熱発生計算に使い、Monte Carlo 法の結果および実測値と比較したところよい一致を見た⁽¹⁵⁾。

$\omega = \omega_q$ での微分方程式(1)を直接積分によって解く方法に EOS⁽¹⁶⁾および SELENE⁽¹⁷⁾がある。すなわち、 f および S は z のメッシュ間では z の 1 次関数であると仮定して、(1)式を、差分法ではなく解析的に積分する。NIOBE^{(18)~(20)}は球対称問題を解くため、一種の座標変換を行なった後⁽²¹⁾、上と同様な積分を行なう。

(1)式を解くためには、散乱積分(2)が計算されないといけない。このため、つぎのような展開ができるとする。

$$f(z, \omega, \lambda_j; I(z, \omega', \lambda')) = n(z) \sum_q \sum_k B_{qk}(\omega, \lambda_j) I(z, \omega_q, \lambda_{j+k}) \quad (3)$$

散乱角と波長変化との関係およびその生起確率はよく知られているから、波長分点間および角度分点間で

のエネルギー束の変化の形を仮定すれば、物質の種類に無関係な散乱マトリックス $B_{qk}(\omega, \lambda_j)$ が求められることになる。角度分布の仮定にはつぎのようなものが使われた。

- (i) ステップ関数 ……SELENE
- (ii) 各分点間で ω の 1 次関数 ……SELENE
- (iii) ω のべき多項式展開 ……ソビエトの提案⁽²²⁾
- (iv) Legendre 展開⁽²³⁾⁽²⁴⁾ ……NIOBE, EOS, SELENE

(iii) と (iv) は ω の半領域で別の展開をすることができる。SELENE では、monodirectional source を扱う option がある。これには、① 1 回散乱線を線源として扱う、② エネルギー束の角度変化の激しい部分に角度分点を集中してとることができる、の 2 つの方法が含まれている。

平板形状の多重層透過問題では、線源が角度分布を持つ場合は EOS 法または SELENE 法が、また monodirectional source の場合は SELENE 法が適している。

球対称形状に対しては NIOBE が用いられる。線源が monodirectional の場合は注意して扱う必要がある。線源が monodirectional でなくても、線源の寸法にくらべて深い透過を行なうと、エネルギー束の前方ピークが形状に起因して発生する。

γ 線の多重層透過問題の公表された計算例は少ない。EOS による結果は Figs. 3, 4 に示されている。NIOBE については計画中である⁽²⁰⁾。

2. Monte Carlo 法

Monte Carlo 法は多重層問題に最も広い適用範囲を持っており、また計算結果も多く公表されている。特に、他の理論的な取扱いが事実上は 1 次元の平板、球対称、軸対称円筒問題に限られているのに対して、Monte Carlo 法は原理的に形状の制限がない。実際にも、かなり自由な境界を扱う計算コードも作られている。

Monte Carlo 法に固有の欠点である統計的な分散を減少させて、計算時間を短縮させる技法には様々なものがある⁽²⁵⁾。 γ 線の多重層透過計算用のコードでは、Importance Sampling, Splitting, Russian Roulette, Analytical Estimation が多く用いられる。現状では、これらの技法を 1 つ、あるいはそれ以上使っていない Monte Carlo コードはほとんど存在しない。なかでも、Exponential Transformation と Russian Roulette and Splitting とを組み合わせた Leimdörfer の提案⁽²⁶⁾や Steinberg, Aronson の Importance Sampling の技

法⁽²⁷⁾が注目される。

各種物質の適当な厚さの層に対する γ 線の透過、反射の Monte Carlo 法による情報をマトリックスの形で蓄積しておき、多重層での γ 線の透過または後方散乱を、これらの情報間の演算によって短い計算時間で得ようとする方法に Response Matrix 法がある⁽³²⁾。本章第4節で述べることにする。

(1) 多重層計算の例

すべて平板層、平面線源の場合である。

a. Auslander⁽²⁸⁾

構成 鉛(11.58 cm)-水(35.81 cm)

線源 $E_0=1, 3, 6$ MeV; $\theta_0=0^\circ, 60^\circ$

結果 層内のエネルギー束、線量率、ビルドアップ係数

b. Bowman, Trubey⁽²⁹⁾⁽³⁰⁾

構成 鉛-水、水-鉛

合計厚さ 1, 2, 4, 6 mfp

厚さ比 $0:1, 1/4:3/4, 1/2:1/2, 3/4:1/4, 1:0$

線源 $E_0=1, 3, 6, 10$ MeV; $\theta_0=0^\circ, 60^\circ, 70.5^\circ, 75.5^\circ$

結果 透過の線量ビルドアップ係数(熱発生については文献(30)の7.7節参照)

c. Zerby⁽³¹⁾

構成 ポリエチレン(3, 9, 15 in.)-鉛(0, 0.1, 0.3, 0.5 in.)

線源 $E_0=2, 6 m_0c^2$; $\theta_0=0^\circ, 60^\circ$

結果 光子の個数、エネルギーの透過、反射、吸収をエネルギー、角度組分けで得た。

(Fig. 5はこの結果の1例である)

d. Kalos⁽³⁾

構成 鉛-水、水-鉛: ~ 6 mfp

線源 $E_0=0.5\sim 10$ MeV; 垂直, 斜入射

(2) 多重層計算用 Monte Carlo コード

a. 平板形状

TRIG-1⁽³²⁾, TRIGR-P⁽²⁷⁾, OGRE-P1⁽³³⁾, OGRE-P2⁽³⁴⁾, C-18⁽³⁵⁾, SALOME⁽²⁶⁾, TORG⁽³⁶⁾, OGREISH-P1⁽³⁷⁾, BREVI⁽³⁸⁾

点状線源に対して、対向点だけでなく分布計算を行なうコードに GR-1⁽³⁹⁾がある。ソビエトでは point monodirectional source からの単一層での透過光子の分布を計算したが、パラメータが多いためあまり成功していない⁽⁴⁰⁾。

b. 球対称形状

TRIGR-S⁽²⁷⁾, SAGE⁽⁴¹⁾

c. 円筒軸対称形状

18-0⁽⁴²⁾

d. 3次元形状

Rectangular: ADONIS⁽⁴³⁾, UNC-SAM⁽⁴⁴⁾

Three-region triangular: 0106⁽⁴⁵⁾

Quadrature surface: FMC-G⁽⁴⁶⁾ ($AX^2+X_0X+BY^2+Y_0Y+CZ^2+Z_0Z-K=0$)

3. 逐次散乱法

平板内での、単一方向、単一エネルギー線源に対する非散乱、1回散乱、2回散乱、……の γ 線束は解析的な形でそれぞれ与えられる。Peebles, Plesset^{(47)~(49)}は3回までの散乱線束を計算し、それ以上の回数の散乱線束の割合は推定により求めて、単一有限層での透過 γ 線のスペクトルおよびビルドアップ係数を計算した。多数回散乱光子の占める割合の大きい軽い元素では、誤差が大きくなることが欠点である。多重層透過計算は行なわれていない。

Umeda⁽⁵⁰⁾は1回散乱のみを考慮して鉛-水2重層内での線量ビルドアップ係数を算出し、Auslanderの Monte Carlo 法による計算値⁽²⁸⁾と比較した。この方法では、低い線源エネルギーの場合は多重層の効果が現われないことがわかる。計算が比較的簡単なことは利点であるが、適用範囲については注意する必要がある。

4. 物体エレメントの透過、反射から計算する方法

(1) マクロエレメント

物体を適当なエレメントに分割して、その表面に $\psi_+(0)$, $\psi_-(z)$ なる流入があった場合に Fig. 9のような応答があったとする。 ψ は粒子のエネルギー束、個数束、または相当する任意の量でよい。そのとき適当な透過のオペレータ T と反射のオペレータ R が物体の形状や物質の種類によって求まり、つぎの関係式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \psi_+(z) &= T^+ \psi_+(0) + R^- \psi_-(z) \\ \psi_-(0) &= R^+ \psi_+(0) + T^- \psi_-(z) \end{aligned} \right\} (4)$$

Fig. 9 Transmission and Reflection in a Elemental Slab

2つの層が重なった場合のオペレータの合成則は、

$$\left. \begin{aligned} T^+ &= T_2^+(1 - R_1^- R_2^+)^{-1} T_1^+ \\ T^- &= T_1^-(1 - R_2^+ R_1^-)^{-1} T_2^- \\ R^+ &= R_1^+ + T_1^-(1 - R_2^+ R_1^-)^{-1} R_2^+ T_1^- \\ R^- &= R_2^- + T_2^+(1 - R_1^- R_2^+)^{-1} R_1^- T_2^- \end{aligned} \right\} (5)$$

となる。2層以上も順次合成すればよい。エレメント

Table 1 Matrix Methods

	Author	Year	Ref.	Parameters of matrix elements	Size of matrix	Device for preparing matrix	Thickness of elemental slab	Backscattering between elemental slabs
The method utilized some reflection problems				E_j, θ_q, ϕ_s	$(J \times J \times Q \times Q \times S)$	Monte Carlo method		
Peebles' Operator method	Peebles, <i>et al.</i>	'51	(47) (48)	E_j, θ_q	$(J \times Q)^2$	Method of successive scattering ^{††}	Macro element	Not included
Transmission Matrix method	Yarmush, <i>et al.</i>	'60	(51)	E_j, a_q ^{†††}	$(J \times Q)^2$	Single scattering and matrix transformation	Micro element	Included
Response Matrix method	Kataoka	'64	(52)	E_j, θ_q	$(J \times Q)^2$	Monte Carlo method	Macro element	Included
Spectrum Matrix method	Tsuruo	'64	(53)	E_j	$(J)^2$	Utilize existing data ^{††††}	Macro element	Not included

† Triangular matrix.

†† Ignore photons which suffered scatterings of more than two times and backscattering.

††† Coefficients of the power series expansion of ω in angular distribution.

†††† e.g., the spectrum by moments method⁽⁵²⁾ with adjusted tail with Monte Carlo data⁽⁵⁴⁾ for finite slab.

の形および組成が左右対称であれば、 $T^+ = T^-$, $R^+ = R^-$ となる。なお T および R は、定義から透過率および反射率と同等である。

γ 線のエネルギーおよび進行方向を組分けして、オペレータは一般にマトリックスの形をとる。

オペレータ合成の際の誤差の蓄積を避けるため、エレメントの層の厚さを適当な有限の値にとることが多い。これらのエレメントを扱う方法を、マクロエレメントの方法と分類することにする。その他の類似の方法も含めて Table 1 にまとめて掲げた。いずれの計算法も原理的に多重層透過または反射問題の取扱いに適している。しかし、実際に多重層の計算が行なわれたのは Response Matrix 法と Spectrum Matrix 法のみである。Response Matrix 法の計算例は Figs. 7, 8 に示した。

Peebles のオペレータの計算では、3 回以上の散乱と後方散乱を無視した。また、エレメント間の反射を無視しているので、この方法の適用範囲は重元素に限られる。

Spectrum Matrix 法では、 γ 線の入射角は常に垂直であると仮定しているのも、(軽い元素)-(重い元素)の多重層の場合、入射エネルギーが低い場合に適用するには注意を要する。

(2) ミクロエレメント

Transmission Matrix 法⁽⁵¹⁾について説明する。マトリックス T と R を、層の厚さ Δz の多項式展開して 2 乗以上を無視すると、

$$T(\Delta z) = I - A\Delta z, \quad R(\Delta z) = B\Delta z \quad (6)$$

となる。 I は単位マトリックス、 A と B は物質による

定数マトリックスである。エレメントの厚さ Δz は極めて薄いから、 γ 線の 1 回散乱を仮定して透過率 A および反射率 B を計算する。

実計算は 2, 3 の単一層に対して行なわれたが、多重層の例は知られていない。原理的には可能である。

(3) Invariant Imbedding 法

Invariant Imbedding 法を粒子の透過反射問題に適用することは、例えば Bellman らによって展望されている⁽⁵⁵⁾。すなわち、透過および反射のマトリックスを $T(z)$ および $R(z)$ とし、厚さ z の増分 Δz を入射端にとると、

$$\left. \begin{aligned} T'(z) &= T(A + CR) \\ R'(z) &= B + DR + RA + RCR \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

なる Riccati のマトリックス方程式が得られる。ここに A, B, C, D は物質によって決まる定数マトリックスで、 A … 入射側から透過側方向への透過の変化率

B … 入射側から見た反射の変化率

C … 透過側から見た反射の変化率

D … 透過側から入射側方向への透過の変化率

である。一般には、 $A = D, B = C$ であり (6) 式と同形の式で与えられる。ダッシュは微係数を表わす。

つぎに z の増分 Δz を透過端に考えると、Stokes の関係式がつぎのように得られる。

$$\left. \begin{aligned} T'(z) &= (A + RB)T \\ R'(z) &= TBT \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

放射線遮蔽の分野にも直接応用ができるわけであり、例えば Beissner は平板問題の透過と後方散乱の計算とを試みた⁽⁵⁶⁾。また、Bellman らも透過反射粒子の角度分布の計算結果を数表として得た⁽⁵⁷⁾。Shimizu

は半無限媒質の γ 線反射率を計算して、公表されている実験結果と比較した⁽⁵⁸⁾。Carlson は Sn 法に関連して Invariant Imbedding 法を扱っている⁽⁵⁹⁾。

Bell らも述べているように、Invariant Imbedding 法の特長は、在来の Boltzmann 方程式の解法が2つの境界条件を持つものに対して、ただ1つの境界条件によることである⁽⁶⁰⁾。この特長は、4節で述べたすべての解法に当てはまる。Invariant Imbedding 法の方程式は非線形であるため解くのにやや工夫を要する。

多重層問題の計算結果は公表された例はないようである。

5. 理論的取扱いのまとめ

Table 2 に、 γ 線多重層問題に適用可能な理論的解法を整理して掲げる。

IV. 多重層透過実験

γ 線の多重層透過実験はすべて平板多重層について行なわれた。線源の状態によって分類した一覧表を Table 3 に示す。

これらの測定値のうち、Umeda, Hyodo⁽⁶⁴⁾の得たエネルギースペクトルの一部を Fig. 6 に引用した。また Kanemori ら⁽⁷¹⁾の鉄-鉛2重層での透過の線量ビルドアップ係数の値は、Fig. 8 に Response Matrix 法による計算値と共に掲げられている。

Table 2 Theoretical Treatments for Multilayer Problem

Name of theoretical treatment	Author	Ref.	Slab geometry						Spherical geometry		Cylindrical geometry	Other geometries
			Plane source			1-dimen. distributed source	Point source		Point source	Distributed source		
			Normal incidence	Slant incidence	Iso-tropic		Mono-directional	Iso-tropic				
Monte Carlo method*	**		⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙
Successive scattering method	Peebles, <i>et al.</i>	(47)~(49)	△	△								
Single scattering calculation	Umeda	(50)	●	△								
Peebles' Operator method†	Peebles, <i>et al.</i>	(47)(49)	△	△	△							
Response Matrix method†	Kataoka	(52)	⊙	⊙	⊙							
Transmission Matrix method†	Yarmush, <i>et al.</i>	(51)	△	△	△							
Spectrum Matrix method†	Tsuruo	(53)	●									
Invariant Imbedding method*†	**		△	△	△	△						
P_t method*	Lanning	(9)	△	△	△	△				△	△	
S_n method*	Carlson, <i>et al.</i>	(12) <i>et al.</i>	○	○	⊙	⊙				△	⊙	
NIOBE	Preisner, <i>et al.</i>	(18)~(20)								⊙		
EOS	Kataoka, <i>et al.</i>	(16)	●	●	⊙	⊙						
SELENE	Kataoka, <i>et al.</i>	(17)	⊙	⊙	⊙	⊙						

*: Referred as a general term. **: Contributed by plural authors of independent, consult the text for the details.

†: Usually gives results at the surface of a slab, e.g., transmission, reflection, or leakage. The others offer informations through the inside of a multilayered slab as well as at the boundaries.

○, ●, △: Can be applied well to the γ -ray multilayer problems as a concept, even if accompanied with slight difficulties.

●, ○, △: Can be applied to, but there would exist noticeable limits of applicabilities; e.g., not to a light element, not to a double layer of light-heavy arrangement, not to a high source energy, etc.

○, ●: The calculations of γ -ray transmission through multilayered barriers are performed.

○, ○: There exist the computer codes for treating γ -ray multilayer problems.

△, △: Neither an ample computer codes nor a calculation for multilayer problems is known.

Table 3 Multilayer Penetration Experiments

Author	Year	Ref.	Source	Source collimator†	Detector & size†	Detector coll'tor	Angle of detection	Information obtained	Materials constituting multiple layers
Pencil beam (or wide beam)									
Tsypin, <i>et al.</i>	'56	(61)	^{60}Co	62° cone	ion. chamber 1 cm ³			Dose rate	Fe, Pb
Bisselle, <i>et al.</i>	'64	(62)	^{60}Co	$\frac{1}{4}$ in. $\phi \times 5\frac{1}{2}$ ft.	NaI scinti. $1\frac{3}{4} \phi \times 2$ in.	Yes		Energy spectrum	Fe, polyethylene
Nishiwaki, <i>et al.</i>	'65	(63)	^{60}Co	$0.7 \phi \times 18.4$ cm $1 \phi \times 18.4$ cm	NaI scinti. $3 \phi \times 3$ in.	Yes	10°, 20°, 30°, 40°	Energy spectrum	H ₂ O, Pb
Umeda, <i>et al.</i>	'65	(64)	^{60}Co	$1 \phi \times 28$ cm $2 \phi \times 28$ cm	NaI scinti. $5 \phi \times 5$ in.	No	15°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°, 90°	Energy spectrum	Fe, polyethylene
Point isotropic source									
Broder, <i>et al.</i>	'62	(65)	^{60}Co		plastic scinti. $10.3 \phi \times 18$ cm	No		Dose rate	Al, Fe, Pb, polyethylene
Nishiwaki, <i>et al.</i>	'64	(66)	^{60}Co		NaI scinti. $3 \phi \times 3$ in.	Yes		Energy spectrum	H ₂ O, Fe, Pb
Miyasaka, <i>et al.</i>	'65	(67)	^{60}Co , ^{137}Cs		plastic scinti. $1 \phi \times 1$ cm	No		Dose rate	C, Pb
Plane normal source (equivalent)									
Kirn, <i>et al.</i>	'54	(68)	^{60}Co , ^{137}Cs , ^{198}Au	$16 \times 8 \times \frac{1}{2}$ in. $16 \times 8 \times \frac{1}{4}$ in.	ion. chamber 70 in. L			Dose rate	Polyethylene, Pb
Kimel	'61	(69)	^{60}Co		halogen counter				Al, Fe, Pb
Mochizuki, <i>et al.</i>	'62	(70)	^{60}Co	$15 \times 7 \times 0.3$ cm $5 \times 13 \times 0.6$ cm	ion. chamber 93 cm L			Dose rate	H ₂ O, Fe, Pb
Kanemori, <i>et al.</i>	'63	(71)	^{60}Co	1°, 10°	ion. chamber 55 cm L			Dose rate	Al, Fe, Pb, ordi. concrete

† The ϕ indicates a diameter.

点状等方線源についての透過の線量ビルドアップ係数は Broder らの実験があり、その結果は、比較的に見通しのよい経験式でまとめられる⁽⁶⁵⁾こともあり注目されてきた。ソビエトではこの結果に全面的に依存している⁽⁷²⁾。しかしこの結果は、すでに掲げた平面線源での傾向 (Fig. 8) と違った、独特な曲線をなしてい

Fig. 10 Transmission Dose Buildup Factors through Stratified Slabs of Polyethylene and Pb
Source: ^{60}Co , Point isotropic (from the experiment of Broder, *et al.*⁽⁶⁵⁾)

る。軽-重層の例を Fig. 10 に掲げる。最近、Miyasaka らは類似な配置で実験を行ない⁽⁶⁷⁾、これと異なった

Fig. 11 Transmission Dose Buildup Factors through Stratified Slabs of Graphite and Pb
Source: ^{60}Co , Point isotropic. (from the experiment of Miyasaka, *et al.*⁽⁶⁷⁾)

傾向の測定値を得た。(Fig. 11)

平面単一方向線源に対する実験では, Kirn らの手法⁽⁶⁸⁾が用いられている。この方法で測定した単一層でのビルドアップ係数は, 2 例⁽⁷⁰⁾⁽⁷¹⁾とも Monte Carlo 法での計算値より低く出る。特に水で著しい。Monte Carlo 法の計算値は, 独立な計算の間でかなりよく一致しているので, 実験値との差を検討するのは実験および理論の両者にとって今後の課題である。

V. む す び

Ⅱ章で述べた理論的解法のいくつかは, 遮蔽の設計計算にも使えるとおのおのの著者が主張している。技法が発達し, 計算機の性能が向上しているのでかなり有望であるが, なおそれでも計算時間が劇的に少なくなることは暫く先の話であろう。特に複雑な形状での計算に至っては, Monte Carlo 法でも実際上適用は難かしくなる。簡単な形状で非常に有効であった様々な分散減少のための手法のうちのいくつかは使えなくなる。

したがって, 系統的な理論計算の結果, または実験結果から簡単な法則性を見出そうという試みが続けられている。例えば, Monte Carlo 計算での Kalos の経験式⁽¹⁾や実験からの経験式の提案⁽⁶⁸⁾⁽⁷⁰⁾⁽⁷¹⁾などがある。Ⅱ章で極めて一部の例ではあるが見たように, 実際の現象はかなり複雑で, 特に3層以上ではさらに面倒である。しかしながら, こうした多重層問題の簡単な記述への努力は今後も期待される場所である。なお, 現存する経験式の一部を Kalos の経験式と比較する試みが Kitazume によって行なわれた⁽⁷²⁾。

線源を点の集まりと置換し, 線量の計算点までの非散乱線量を算出し, ビルドアップ係数を乗じて全線量を求める, いわゆる Point Kernel 法による遮蔽設計コードが多く作られている。現状では多重層効果を正しく取り入れているコードはなく, 単一層のビルドアップ係数を用いたり, 乗積法または仮定による多重層近似式⁽⁷⁴⁾によったりしている。Point Kernel 法による近似は, 他に有効な手段がないため, 複雑な形状の遮蔽設計には有力な手法の1つであるから, より実際に近いビルドアップ係数を使う改良が今後も続けられよう。

実験の大部分が⁶⁰Coを線源としている(1.33, 1.17 MeV)。遮蔽に必要な, より高いエネルギーでの実験が望まれる。

本稿は1965年3月に行なわれた日本原子力学会 遮

蔽研究専門委員会に著者が提出した, “γ線の多重層問題における理論的展望”に加筆したものである。ご討議をいただいた兵藤主査はじめ参加者各位に謝意を表します。また引用させていただいた資料の著者の方に感謝いたします。

(1965年 11月1日 受理)

— 参 考 文 献 —

- (1) H.GOLDSTEIN: “*Fundamental Aspects of Reactor Shielding*”, (1959), Addison-Wesley Publ. Co.
- (2) H.GOLDSTEIN, J.WILKINS, Jr.: NYO-3075, (1954).
- (3) D.K.TRUBEY: ORNL-3466, (1963).
- (4) D.K.TRUBEY: ORNL-RSIC-7, (1965).
- (5) L.V.SPENCER, J.C.LAMKIN: NBS Rept. 5944, (1958).
- (6) L.V.SPENCER, J.C.LAMKIN: NBS Rept. 6322, (1959).
- (7) L.V.SPENCER, J.C.LAMKIN: NBS Rept. 6591, (1959).
- (8) W.D.LANNING: WAPD-TM-356, (1963).
- (9) W.D.LANNING: Nucl. Sci. Eng., **15**, 259, (1963).
- (10) B.DAVISON, J.B.SYKES: “*Neutron Transport Theory*”, (1957), Oxford Univ. Press.
- (11) A.M.WEINBERG, E.P.WIGNER: “*The Physical Theory of Neutron Chain Reactors*”, (1958), Univ. of Chicago Press.
- (12) B.G.CARLSON, G.I.BELL: 2nd Geneva Conf., P/2386, (1958).
- (13) G.E.PUTMAN, D.M.SHAPIRO: INTERNUC-67, (1961).
- (14) G.E.PUTMAN: IDO-16968, (1964).
- (15) R.K.DISNEY, H.C.ROMESBURG: Trans. Am. Nucl. Soc. 1965 Ann. Meeting., 190, (1965).
- (16) I.KATAOKA, K.TAKEUCHI: J.Nucl. Sci. Technol., **2**, [1], 30 (1965).
- (17) I.KATAOKA, K.TAKEUCHI: Preprint, Joint Meeting Reactor Phys. (Vth) & Reactor Eng. (IIrd), At. Energy Soc. Japan, **B40**, (1965).
- (18) S.PREISER, G.RABINOWITZ, E.DEDUFOUR: ARL-TR-60-314, (1960).
- (19) I.KATAOKA, K.TAKEUCHI: Rept. of Ship Res. Inst., **2**, [6], (1965).
- (20) K.MORI, M.KITAZUME, A.SHIMAMURA: Preprint, 1965 Ann. Meeting At. Energy Soc. Japan, **B17**, (1965).
- (21) R.D.RICHTMYER: NYO-7696, (1957).
- (22) S.M.ERMAKOV, et al.: 3rd Geneva Conf., P/363, (1964).
- (23) J.CERTAIN: NYO-6268, (1955).
- (24) J.CERTAIN, P.S.MITTELMAN: NDA-10-161,

- (1955).
- (25) H.KAHN: *AECU*-3259, (1954).
 - (26) M.LEIMDÖRFER: *Nukleonik*, **6**, 58, (1964).
 - (27) H.STEINBERG, R.ARONSON: *WADC-Tr*-59-771, (1960).
 - (28) S.AUSLENDER: *ORNL*-2194, (1957).
 - (29) L.A.BOWMAN, D.K.TRUBEY: *CF*-58-1-41, (1958).
 - (30) L.A.BOWMAN, D.K.TRUBEY: *ORNL*-2609, 7.6, (1958).
 - (31) C.D.ZERBY: *ORNL*-2224, Vol. 1, (1956); Vol. 2, (1957).
 - (32) R.A.LIEDTKE, H.A.STEINBERG: *WADC-Tr*-58-80, (1958).
 - (33) D.K.TRUBEY, *et al.*: *ORNL-TM*-167 (Rev.), (1962).
 - (34) D.K.TRUBEY, *et al.*: *ORNL-TM*-237, (1962).
 - (35) M.B.WELLS: *FZK*-134-3, (1962).
 - (36) D.J.RASO, S.S.HOLLAND: *TO-B*-63-73, (1963).
 - (37) T.W.ARMSTRONG, S.K.PENNY: *ORNL-TM*-953, (1964).
 - (38) A.TSURUO: *Preprint, 2nd Nucl. Code Meeting, JAERI*, (1965).
 - (39) K.SHURE: *WAPD-BT*-31, 43, (1963).
 - (40) O.I.LEYPUNSKY, *et al.*: *3rd Geneva Conf.*, P/377, (1964).
 - (41) W.GUBER, M.SHAPIRO: *UNUCOR*-633, (1963).
 - (42) J.E.MACDONALD, *et al.*: *XDC*-61-1-91, (1961).
 - (43) B.EISENMAN, E.HENNESSY: *UNUCOR*-635, (1963).
 - (44) B.EISENMAN, F.R.NAKACHE: *UNC*-5093, (1964).
 - (45) J.R.BEELER, *et al.*: *XDC*-59-10-79, (1959).
 - (46) J.J.LOECHLER, J.E.MACDONALD: *APEX*-706, (1961).
 - (47) G.H.PEEBLES, M.S.PLESSET: *Phys. Rev.*, **81**, 430 (1951).
 - (48) G.H.PEEBLES: *R*-240, (1952).
 - (49) G.H.PEEBLES: *J. Appl. Phys.*, **24**, 1272 (1953); 1437 (1953).
 - (50) I.UMEDA: *J. Nucl. Sci. Technol.*, **1**, [2], 37 (1964).
 - (51) D.YARMUSH, J.ZELL, R.ARONSON: *WADC-Tr*-59-772, (1960).
 - (52) I.KATAOKA: *3rd Geneva Conf.*, P/657, (1964).
 - (53) A.TSURUO: *This Journal*, **6**, [2], 27 (1964).
 - (54) H.J.BERGER, J.DOGGETT: *J. Res. Natl. Bur. Std.*, **56**, [2], 89 (1956).
 - (55) R.BELLMAN, R.KALABA, M.WING: *J. Math. Phys.*, **1**, [4], 280 (1960).
 - (56) R.E.BEISSNER: *NARF*-61-41T, (1962).
 - (57) R.BELLMAN, R.KALABA, M.PRESTRUD: "Invariant Imbedding and Radiative Transfer in Slabs of Definite Thicknesses", (1963), Am. Elsevier Publ. Co.
 - (58) A.SHIMIZU, H.MIZUTA: *Preprint, Joint Meeting Reactor Phys. (Vth) & Reactor Eng. (Ird)*, At. Energy Soc. Japan, **B41**, (1965).
 - (59) B.G.CARLSON: *LA*-2996, (1964).
 - (60) G.I.BELL, B.G.CARLSON, K.D.LATHROP: *3rd Geneva Conf.*, P/261, (1964).
 - (61) S.G.TSPIN, V.I.KUKHTEVICH, Yu.A.KAZANSKY: *Soviet J. At. Energy*, **1**, [2], 217 (1956).
 - (62) C.A.BISSELLE, R.A.KARAM, J.A.WETHINGTON Jr.: *Intr. J. Appl. Radiation Isotopes*, **15**, [9], 529 (1964).
 - (63) Y.NISHIWAKI, Y.HARIMA, K.SHIBA: *Preprint, 1965 Ann. Meeting At. Energy Soc. Japan*, **B19**, (1965).
 - (64) I.UMEDA, T.HYODO: *Preprint, Joint Meeting Reactor Phys. (Vth) & Reactor Eng. (Ird)*, At. Energy Soc. Japan, **B38**, (1965).
 - (65) D.L.BRODER, Yu.P.KAYURIN, A.A.KUTUZOV: *Soviet J. At. Energy*, **12**, [1], 26 (1962).
 - (66) Y.NISHIWAKI, Y.HARIMA, K.SHIBA: *Preprint, 1964 Ann. Meeting At. Energy Soc. Japan*, **G6**, (1964).
 - (67) S.MIYASAKA, A.TSURUO: *Preprint, Joint Meeting. Reactor Phys. (Vth) & Reactor Eng. (Ird)*, At. Energy Soc. Japan, **B36**, (1965).
 - (68) F.S.KIRN, R.J.KENNEDY, H.O.WYCKOFF: *Radiology*, **63**, [1], 94 (1954).
 - (69) L.R.KIMEL: *At. Energ.*, **10**, [2], 173 (1961).
 - (70) H.MOCHIZUKI, Y.TANAKA, Y.HIGASHIHARA, K.NAGATO, K.YORIHISA: *This Journal*, **4**, 448; 703, (1962).
 - (71) Y.KANEMORI, T.YOKOTA, T.TOYODA: *Mitsuzosen Giho*, **45**, 20 (1963).
 - (72) "Some Problems of Biological Shielding in Reactors": Panel on Reactor Shielding, IAEA, (1964).
 - (73) M.KITAZUME: *This Journal*, **7**, [1], 496 (1965).
 - (74) M.L.TOBIAS, D.R.VONDY, M.P.LIETZKE: *ORNL*-3198, (1962).