不圧地下水の井戸壁における不連続水位の評価について

On the Evaluation of the Discontinuous Water Level Arising at the Well-Wall by Pumping in an Unconfined Aquifer.

星田義治*・市川 勉*・前原弘光**

Yoshiharu HOSHIDA, Tsutomu ICHIKAWA
and Hiromitsu MAEHARA

Abstract

When unconfined ground water is pumped through a well, discontinuous water level arise at the well-wall.

It has been cleared by theory and tests the phenomenon is caused by the resistance of casing and vertical flow near the well-wall in the aquifer. The results are expressed as follows :

- 1) When the opening area ratio of the casing is smaller than 10%, the discontinuous water level is mainly caused by the resistance of casing.
- 2) When the opening area ratio of the casing became larger and the ratio of pumping water level to static water level is smaller than 0.6, it is mainly caused by vertical flow near the well-wall in the aquifer.

Using this method, the properties of aquifer can be estimated more accurately through field test.

1. 緒 論

不圧地下水を井戸から揚水すると、井戸壁内外において水位の不連続が生じる。この現象の原因の一つに、揚水される水が井戸枠の収水孔を通過する際に発生する井戸枠の抵抗による井戸損失が考えられる。この井戸損失については、狩野⁽¹⁾の実験的研究および井戸枠の抵抗を Darcy 型で表現した嶋⁽²⁾の研究がある。著者らは井戸の近傍で乱流が発生することを考え、乱流領域の抵抗をも表現できる抵抗係数を用いた運動方程式を提案した。

しかし、不圧地下水の場合、井戸枠の抵抗による井戸損失がない場合でも水理的必然として、鉛直流による不連続水位が生じる。この不連続水位の研究に野満⁽³⁾の報告がある。野満はこの解を導く過程で鉛直流成分が帯水層基底面からの距離に比例するという仮定を用いている。著者らは有限要素法による定常三次元解を行って、この不連続水位差を定量化した、

* 東海大学工学部

** 東海大学大学院

本報告においては、この不連続水位に占める鉛直流の影響、及び近似的に井戸枠の抗抵による井戸損失とみなした場合の乱流型運動方程式の抵抗係数について検討を加え、この抵抗係数を用いて非定常解析を試みた。

2. 井戸枠の抵抗を考慮した非定常解析

(1) 井戸枠の抵抗を考慮した井戸における運動式

図一1に示すように、井戸内の水位を h_w 、井戸枠外の水位を h_s とし、 h_w 区間から井戸への浸み出し量を Q_1 、 $(h_s - h_w)$ 区間からの浸み出し量を Q_2 とする。井戸枠の収水孔が連続的に一様に分布し、井戸枠の両側の流速は近似的に等しいと仮定する。地下水が井戸枠を通過する際の抵抗係数を K とおくと井戸枠からの乱流型の浸み出し量は次のようになる。

$$Q_1 = 2\pi r_0 \int_0^{h_w} K \sqrt{(h_s - y) - (h_w - y)} dy$$

$$Q_2 = 2\pi r_0 \int_{h_w}^{h_s} K \sqrt{h_s - y} dy$$

$$Q_s = Q_1 + Q_2 = 2\pi r_0 K (h_s - h_w)^{\frac{1}{2}} \frac{2h_s + h_w}{3} \quad (2-1)$$

ここに、

$$K = \sqrt{\frac{2G}{\Sigma f}}$$

G : 重力加速度, Σf : 損失係数

また、井戸内の連続式は次のようになる。

$$(A_w - A_p) \frac{dh_w}{dt} = Q_s - Q_o \quad (2-3)$$

ここに、 A_w, A_p : 井戸の断面積, 揚水管の断面積

(2) 帯水層内の基礎式

帯水層は均質等方であり、Darcy の法則および準一様流の仮定を用いると帯水層内の非定常流れの基礎式は次のように表わせる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{\beta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rh \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (2-4)$$

ここに、 k : 透水係数, β : 有効空隙率

(3) 数値解析

次のような無次元量を用いて無次元化すると、

図一1 不圧帯水層モデル (二次元)

$$\left. \begin{aligned} g &= \frac{h}{H}, g_w = \frac{h_w}{H}, g_s = \frac{h_s}{H}, x = \frac{r}{r_0}, \tau = \frac{kHt}{\beta r_0^2} \\ \alpha &= \frac{r_0 K}{kH^{1/2}}, Z_s = \frac{Q_s}{2\pi kH^2}, Z_0 = \frac{Q_0}{2\pi kH^2}, \beta' = \frac{\beta}{1 - \frac{A_p}{A_w}} \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

式 (2-1), (2-3), (2-4) は次のようになる。

$$Z_s = \alpha (g_s - g_w)^{1/2} \frac{2g_s + g_w}{3} \quad (2-6)$$

$$\frac{dg_w}{d\tau} = 2\beta' (Z_s - Z_0) \quad (2-7)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \tau} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(xg \frac{\partial g}{\partial x} \right) \quad (2-8)$$

式 (2-8) は数値計算しやすいように変数変換すると次のような連立常微分方程式となる⁽⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dg}{d\xi} &= \frac{Z}{\xi g} \\ \frac{dZ}{d\xi} &= -\frac{y_0^2 \xi Z}{2g} \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

$$\text{ここに, } \xi = \frac{y}{y_0}, y = \frac{x}{\sqrt{\tau}}, y_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau}}, Z = \frac{Qr}{2\pi kH^2}$$

初期条件および式 (2-6), (2-7) を考慮した境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tau \geq 0 \quad & g = g_s = g_w = 1, Z = 0 \\ \tau < 0 \quad & Z_0 = \text{一定汲み出し量} \\ x = 1, \quad & \frac{dg_w}{d\tau} = 2\beta (Z_s - Z_0) \\ & Z_s = \alpha (g_s - g_w)^{1/2} \frac{2g_s + g_w}{3} \\ x = X (= R/r_0), \quad & g = 1 \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

数値計算は式 (2-9) が式 (2-10) を満足するように, Runge-Kutta 法で行った。

3. 有限要素法による定常三次元放射流解析

図一2において, 均質等方な帯水層内の定常三次元放射流の支配方程式は次のように表わせる。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (3-1)$$

但し, $h = P/w + Z$

ここに, P : 水圧, w : 水の単位体積重量

境界条件は次のように定める。

二点境界値問題として扱おうと境界 A_1, A_3 は静水圧となる。

$$h = h_w \text{ on } A_1, \quad h = H \text{ on } A_3$$

境界 A_2 は浸出面積を表わす。

$$h = Z \quad (P=0)$$

境界 A_4 は不透水層であり，境界 FS は自由水面を示す。

$$\frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad \text{on } A_4, \quad \frac{\partial h}{\partial n} = 0$$

$$\text{and } p = 0 \quad \text{on } FS$$

上記の境界条件で式 (3-1) を有限要素法で解く。有限要素法を用いて浸出面の位置を求める場合，この位置は揚水井近傍の要素分割に大きく影響する。従って，要素分割については十分安定性を検討し，図-3 のようなモデルで解析した。

図-2 不圧帯水層モデル (三次元)

図-3 要素分割

図-4 実験装置模式図

4. 模型実験

実験装置は，円型の $1/24$ の扇型水槽を用いた。図-4 は模式断面図を示す。井戸壁外の水位はストレーナに接して $\phi 5 \text{ mm}$ の観測井を設け，他の観測井同様に井底から逆サイフォンでマンホータに導き測定する。揚水井のストレーナとして，開孔率の異なる 5 ケースの井戸枠を用いる。開孔率は帯水層

内の井戸枠側面積に占める開孔面積の割合を示し、この値にメッシュ (120μ) は考慮しない。使用した充填試料は有効粒径 0.43mm 、均等係数 1.49 の寒川産砂、及び豊浦標準砂である。涵養半径は 2.0m および 1.0m を採用する。各ケースにつき揚水量を変えて非定常ならびに定常実験を行った。

5. 鉛直流の影響による不連続水位

一般に、動水勾配が大きくなると Dupuit-Forchheimer の準一様流の仮定は成り立たず、鉛直流成分は無視できなくなる。準一様流の仮定を用いた Thiem の解と鉛直流を考慮した野満の一次解及び F. E. M の数値解に実験データを適用すると図-5 のようになる。動水勾配の大きい揚水井近

図-5 二次元解と三次元解の比較

傍においてのみ鉛直流の影響を示しており、動水勾配の小さい位置では三つの解とも一致している。図のような適用を数ケース行い、鉛直流によって生じる不連続水位差と井戸内の水位の関係を示すと図-6 のようになる。実験値は井戸枠の開孔率 100% (メッシュ $[120\mu]$ は考慮しない) のデータであり、最大水位降下のときのレイノルズ数は寒川産砂に対して 1.2 、標準砂に対して 0.06 である。故に帯水層内では層流とみなせる。ここに、レイノルズ数 ($Re = VD_{10}/\nu$, ν : 動粘性係数 D_{10} : 10% 粒径, V : 流速) 計算に用いた流速は揚水量 (Q_0) を井戸枠外水位の流出面積 ($2\pi r_0 h_s$) で割ったものである。野満の解と FEM の数値解に差異が認められるが、野満の解は一次解であり十分議論できない。FEM の数値解においては比水位 (h_w/H) 0.5 付近より鉛直流による不連続水位差が急増するが実験値もほぼ同様な傾向が認められる。実験値と理論値が一致しない理由として、井戸枠外の水位を井戸枠に接して観測井を設け測定されているために実際より大きく評価されていること、及び開孔率 100% の井戸枠においても若干の抗抵があることが考えられる。

以上から、井戸内の水位降下が大きい場合、井戸壁における不連続水位差に占める鉛直流の影響が大きいことがうかがえる。

6. 井戸枠の抵抗係数

実験より測定される井戸内の水位 (h_w) と井戸枠外の水位 (h_s) の差が近似的に井戸枠の抗抵によ

図—6 井戸壁における不連続水位差と井戸内の水位

図—7 無次元抵抗係数 (α) と無次元汲み出し量 (Z_0) の関係

って生じたものとみなし、実験から測定される定常状態の Z_0 ($\approx Z_s$), g_w , g_s を用いて式 (2-6) より無次元抵抗係数 (α) を算定すると、無次元抵抗係数 (α) 無次元汲み出し量 (Z_0) の関係は図—7 のようになる。ここに、 Z_0 の計算に用いた透水係数 (k) は Thiem の定常解より求めたものである。井戸枠の開孔率が多い場合、 Z_0 が大きくなると Z_0 との比例関係はくずれているが、この位置を比水位 (h_w/H) で示すと 0.45 位である。この位置は図—6 において、鉛直流の効果が急増する

位置とほぼ一致していることから、鉛直流の影響によるものと考え。すなわち、鉛直流によって生じる浸出面をも含めて井戸枠の抵抗による井戸損失とみなして式(2-6)よりを算定したために比例関係がくずれたものと思われる。 Z_0 が小さい場合または開孔率が小さい場合は比例関係が保たれており不連続水位差に占める鉛直流の影響が少なく、井戸枠の抵抗が卓越している。また充填試料及び涵養半径に関係なく α は井戸枠の開孔率をパラメーターとして同じ傾向を示す。

以上の考察から、鉛直流の影響の卓越しない開孔率の小さい場合において、また開孔率の大きい場合は汲み出し量が小さい範囲($Z_0 < 0.1$)において、 α の概略値を推定することができると考える。

7. 井戸枠の抵抗を考慮した非定常解の適合性

井戸枠の抵抗を考慮した非定常解析をする場合、式(2-6)の無次元抵抗係数(α)は入力データとして与えなければならない。この α は実験的に定める必要があり、図-7の定常実験算定値を非定常解析の α として第1近似的に採用する。

数値計算は井戸枠の無次元抵抗係数(α)、有効空隙率(β)、無次元汲み出し量(Z_0)を最初に与え、無次元時間(y_0)をパラメーターとして計算する。

図-8 井戸枠の抵抗を考慮した非定常解の適合性

図-8は数値解に実験値を適用したものである。ここに、実験データの横軸では Ht/r_0^2 である。また図中央の透水係数 $k \left(= \frac{Q_0}{2\pi Z_0 H^2} \right)$ 及び有効空隙率 $\beta (K \times \tau' / \tau)$ はこの適用図から求められる値である。井戸損失量 ($g_s - g_w$) を含めて時間的及び空間的な水位変動がほぼ評価されている。

図-9は水位降下量が多い場合の適用図である。動水勾配の大きくなる揚水井戸近傍で水位変動が評価できてないが、これは井戸枠の抵抗式(2-6)によるものではなく、基礎式(2-4)に準一様流の仮定が用いられているためと考えられる。この図においても井戸損失量はだいたい正しく評価されている。

著者らが行った適用例では、帯水層内の最大水位降下率40%まで図-8のように揚水井戸近傍も評価できていた。この値は図-6において、FEMによる定常三次元解析の準一様流の適用限界、すなわ

図—9 井戸枠の抵抗を考慮した非定常解の適合性

ち水位降下率50%とほぼ一致している。従って、水位降下量が大きい場合、揚水井近傍で水位変動が評価できないのは準一様流の仮定によるものと思われる。故に、非定常三次元解析を行って、今後、検討する必要がある。

8. 結 論

以上の考察をまとめると次のことが言える。

- 1) 揚水井半径に比較し涵養半径の大きな放射流において、井戸内の水位降下率50%付近から井戸壁における不連続水位に占める鉛直流成分が急増する。また、このことは準一様流の適用限界を示す。
- 2) 井戸枠の抵抗を考慮した乱流型の運動方程式(2-6)の無次元抵抗係数(α)は鉛直流の卓越しない範囲において、井戸枠の開孔率をパラメーターとして無次元汲み出し量(Z_0)に比例する。また Z_0 と α の図より鉛直流の影響の有無を見ることができる。
- 3) 定常実験より算定した無次元抵抗係数(α)非定常解析に用いても、非定常過程の井戸損失量をほぼ評価できる。故に図—7より α の概略値を推定して、現地試験における井戸損失を考慮した非定常解析ができることになる。

参 考 文 献

- (1) 狩野徳太郎：『井戸壁内外の水位差』，農業土木研究No. 3，1934
- (2) 嶋祐之：井『戸枠の抵抗を考慮した場合の地下水の非定常運動についての研究』，第20回土木学会年次学術講演集，1965
- (3) 野満隆治：『An Advance in The Theory of Wells, 1 Steady States』日本天文学会及び地球物理学集報12，1935，P159~171

- (4) O. C. ツィエンキーヴィッツ著, 吉識雅夫, 山田嘉昭監訳: 『基礎工学におけるマトリックス有限要素法』, 培風館, 1975, P 259~321
- (5) 星田義治, 濱野啓造, 市川勉, 前原弘光: 『井戸枠の抵抗を考慮した非定常地下水流の一考察』東海大学紀要, No. 2, 1977
- (6) 星田義治, 濱野啓造, 市川勉, 前原弘光: 『揚水における井戸枠の抵抗の評価に関する一考察』土木学会論文報告集, 第275号, 1978, P 131~134

(受付: 1979年4月23日, 受理: 1979年5月18日)