下方加熱を受ける多孔質体内での自然対流

木村 繁男*

Natural Convection in a Saturated Porous Medium Heated from below

Shigeo Kimura

Abstract

Convection in a fluid-saturated porous layer at high Rayleigh numbers is briefly reviewed. When a saturated porous layer is subjected to bottom heating, steady convection sets in with the increase of the Rayleigh number R beyond the critical value. If the porous layer has an infinite horizontal extent, the critical value is $R = 4\pi^2 = 40$. Further increase of the Rayleigh number transforms steady convection to a time-dependent or oscillatory state. In a two-dimensional square the transition from steady to oscillatory state takes place at $R = 390$. The first oscillatory convection characterized by the oscillation of average heat flux (Nusselt number) exhibits a simply periodic state. The frequency at the onset of the oscillation is about 83 in a diffusion time. The oscillation frequency in general increases with the Rayleigh number. The flow and temperature fields possess center-symmetric patterns. At the Rayleigh number somewhere between 800 and 1000 the convective state becomes chaotic with a broad band noise in a spectral power diagram of the Nusselt number oscillation. The flow and temperature patterns at the chaotic state no longer possess the center-symmetry. The physical mechanism responsible for the oscillation is identified as a thermal boundary layer instability.

It has been also established that oscillatory condition exists in a three-dimensional space. The onset of oscillation takes place at $R = 575$. The first oscillatory state is simply periodic with the frequency 170. At $R = 650$ the convection becomes a more complex state with at least two fundamental frequencies.

Key words: natural convection, porous medium, heat transfer, oscillatory convection, chaotic convection

1. はじめに

飽和多孔質体内での流動は地下水流れのモデルと

して広く用いられている。従って飽和多孔質体内の温度勾配に基づく自然対流（流体の密度差がドライブする流動）の存在と、それに伴う熱・物質の移動機構について理解することは地下帯水層による蓄熱及びその利用を考える上で極めて重要である。一般

*工業技術院 東北工業技術試験所

に自然対流の存在は熱移動を活発化し、蓄熱という目的に対しては不利益をもたらす。従ってどのような条件のもとで対流が発生するのか、またそれはどの位の強度なのかを予測することが地下水層を用いた蓄熱技術の実用化を行う上で不可欠となる。飽和多孔質体内での対流について考える場合、境界条件の与え方により2つに大別して扱うのが便利である。一つは水平方向に温度差が与えられる場合で、このような条件が与えられると温度勾配が小さくても対流は常に発生する。もう一つは温度勾配が鉛直方向に与えられる場合で、この時は温度勾配がある臨界値を超えない限り対流は発生しない。今回は後者の場合に限って2次元及び3次元の閉空間内での自然対流の発生と対流による熱移動及び流動パターンについて述べる。対流発生条件は温度勾配のみでなく、それを一つの因子に含む無次元数レーレー数 R により決定される。

飽和多孔質体が下方加熱を受ける場合の研究は古くから行われており、対流発生については Lapwood (1948)、2次元定常対流については Elder (1967) の先駆的研究が知られている。またこの基礎的問題の地熱貯留層解析への応用については、Cheng (1978) のレビューペーパーがある。下方加熱によるニュートン流体の活発な対流領域、すなわち高レーレー数においては対流が時間依存性を有するようになることが知られている。Horne & O'sullivan (1974) 及び Caltagirone (1975) は、時間依存性を有する対流が飽和多孔質体内での対流でも存在することを初めて明らかにした。2次元の単一セル対流の場合、定常な対流から時間依存性を有する振動流れに移移するレーレー数は390であることが、その時の振動流れは単振動を有し、振動数は熱拡散率に基づく無次元時間で83であること等が Kimura et al. (1987) 及び Aidun & Steen (1987) により示された。さらに Kimura et al. (1986, 1989) は、さらに高レーレー数域での2次元、3次元対流がどのような構造を有するのかを数値的に明らかにした。また最近では Riley & Winters (1990) が傾斜した正方形断面内の対流パターンの選択について検討を加えている。

そこで本論文では、はじめに解析を行う上での諸々の仮定について述べ、流動及び熱移動の支配方程式を導く。次に線形解析により対流の発生パターンについて述べる。さらに数値計算による高レー

レー数領域での対流の様子を示す。特に定常な対流が時間依存性を有する振動流に移移する過程について紹介する。

2. 基礎方程式

まず流体で飽和した高さ d の直方体を考える。直方体の全ての壁面は不透水性であると仮定する。下面壁温度は上面壁温度 T_0 より ΔT だけ高温に保たれており、側壁に対しては断熱条件が満たされているとする。流動に対してはダルシー則が成立し、流体は非圧縮性であり、その物性値は一定とする。ただし、温度変化に伴う諸物理量の変化のうち浮力の項に関係する密度変化以外を無視するというブシネスク近似が成立するものとする。この時、鉛直方向上向きに z 軸を取ると、質量保存則、運動量保存則、エネルギー保存則は以下の様に書ける (Straus and Schubert, 1979)。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla p + \rho \alpha (T - T_0 - \Delta T + \Delta T z/d) \mathbf{g} + (\mu/K) \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$\chi \partial T / \partial t + \rho c \mathbf{u} \cdot \nabla T = k \nabla^2 T, \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ 、 p 、 ρ 、 α 、 $\mathbf{g}$ 、 μ 、 K 、 χ 、 c 、 k は、それぞれダルシー速度ベクトル、圧力、流体密度、体積膨張率、重力加速度ベクトル、流体の粘性、多孔質体の透水率、飽和多孔質体の熱容量、流体の比熱、飽和多孔質体の熱伝導率である。また (2) 式中の浮力を表す項で $T_0 + \Delta T - \Delta T z/d$ は熱伝導型の温度分布を示す。さらに以下の無次元化をほどこす。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{x}{d}, \quad \eta = \frac{y}{d}, \quad \zeta = \frac{z}{d}, \quad \bar{\nabla} = d \nabla, \\ r &= \frac{kt}{\chi d^2}, \quad \bar{\mathbf{u}} = \frac{\rho c d}{k} \mathbf{u}, \quad \bar{\mathbf{v}} = \frac{\rho c d}{k} \mathbf{v}, \\ \bar{\mathbf{w}} &= \frac{\rho c d}{k} \mathbf{w}, \quad \bar{\mathbf{U}} = \frac{\rho c d}{k} \mathbf{U}, \\ \theta &= \frac{T - T_0 - \Delta T + \Delta T z/d}{\Delta T}, \quad \pi = \frac{K \rho c}{\mu k} p, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで u, v, w は x, y, z 方向のダルシー速度である。また各壁面に沿うせん断応力はゼロ、すなわち滑面を仮定した。これらの無次元量を代入すると、式 (1) - (3) と対応する境界条件は次のようになる。

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad (5)$$

$$\bar{\nabla} \pi + \bar{\mathbf{u}} - R\theta \hat{\xi} = 0, \quad (6)$$

$$\partial\theta/\partial r + \bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\nabla} \theta = \bar{w} + \bar{\nabla}^2 \theta, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \theta = \bar{w} = 0 & \quad \text{on} \quad \xi = 0, 1, \\ \partial\theta/\partial\xi = \bar{u} = 0 & \quad \text{on} \quad \xi = 0, 1/d, \\ \partial\theta/\partial\eta = \bar{v} = 0 & \quad \text{on} \quad \eta = 0, b/d. \end{aligned} \quad (8)$$

ここで $1, b, \xi, R$ は、直方体の水平方向の各辺の長さ、 z 方向の単位ベクトル、レーレー数である。この場合レーレー数は次式で定義される無次元数である。

$$R = \alpha g \rho^2 K c d \Delta T / \mu k \quad (9)$$

図 1 に物理モデルと座標系を示す。また、次のようなポテンシャル ϕ を導入することにより、質量保存則（連続の式）は自動的に満足される。

$$\bar{u} = \phi_{\xi\xi}, \quad \bar{v} = \phi_{\xi\eta}, \quad \bar{w} = -\phi_{\xi\xi} - \phi_{\eta\eta} \quad (10)$$

(6) 式のカールを取ることで無次元圧力 π が消去される。これに (10) 式を代入した運動量保存の式とエネルギー保存の式から無次元温度 θ を消去すると ϕ についての単一支配方程式を得る。

$$\begin{aligned} \partial \nabla^2 \phi / \partial \tau + \phi_{\xi\xi} \bar{\nabla}^2 \phi_{\xi} + \phi_{\eta\xi} \bar{\nabla}^2 \phi_{\eta} - (\phi_{\xi\xi} + \phi_{\eta\eta}) \\ \bar{\nabla}^2 \phi_{\xi} = \bar{\nabla}^4 \phi + R(\phi_{\xi\xi} + \phi_{\eta\eta}) \end{aligned} \quad (11)$$

ϕ の境界条件は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \phi_{\xi\xi} + \phi_{\eta\eta} = \phi_{\xi\xi} = 0 & \quad \text{on} \quad \xi = 0, 1, \\ \phi_{\xi\xi} = \bar{\nabla}^2 \phi_{\xi} = 0 & \quad \text{on} \quad \xi = 0, 1/d, \\ \phi_{\eta\xi} = \bar{\nabla}^2 \phi_{\eta} = 0 & \quad \text{on} \quad \eta = 0, b/d. \end{aligned} \quad (12)$$

ϕ を以下のようにフーリエ級数に展開すると上記の境界条件はすべて自動的に満足される。

図-1 物理モデルと座標系 (Kimura et al. (1989) に依る)

Fig.1 Schematic diagram of saturated porous cube heated from below and the coordinate system (After Kimura et al., 1989)

$$\begin{aligned} \phi = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \phi_{njm}(\tau) \sin n\pi\xi \cos \frac{j\pi\eta}{l/d} \\ \cos \frac{m\pi\eta}{b/d} \end{aligned} \quad (13)$$

これを ϕ について単一支配方程式に代入し、関数の直交性を利用するとフーリエ係数 $\phi_{njm}(\tau)$ についての連立非線形常微分方程式を得る (ガラーキン法)。この連立非線形常方程式は数値的に解かれる。

非線形問題に対して上記のようなガラーキン法を用いると級数同士の積を計算しなければならずフーリエ級数の項数が多くなると膨大な時間を要することになる。この級数同士の積の計算をさける目的で、これらの項を一度周波数空間から物理空間にもどして非線形項の計算を物理空間で行った (Gottlieb & Orszag, 1977)。周波数空間から物理空間への移動 (変換) 及び逆の移動 (逆変換) は高速フーリエ変換 (FFT) を用いて行った。本報で紹介する多孔質内対流の計算では通常のガラーキン法に比べ 2 次元計算で数十倍、3 次元計算で約百倍程度の高速度がそれぞれ達せられた。

下面壁から上面壁への熱伝達は一般的にヌッセル

ト数と呼ばれる無次元数により表すのが習わしとなっている。ヌッセルト数は熱伝導のみの場合に比べ、対流の存在によりどの程度熱が余分に運ばれているかを示している。

$$\overline{Nu} \equiv \frac{q}{k\Delta T/d} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \pi^3}{R} \phi_{n00}(\tau) \quad (14)$$

ここで q は単位面積当たりの平均熱伝達量である。フーリエ級数は $n + j + m \leq N$ と成るような正の整数 N を用いて打ち切った。3次元計算では $N = 26, 30, 34$ を、また2次元計算では $n + j \leq N$ で $N = 18$ から42を用いて計算を行った (Kimura et al., 1986; Kimura et al., 1989)。

3. 対流パターン

本論文では簡単のため立方体及び2次元正方形の断面 (すなわち $1 = b = d$) のみを考える。単一支配方程式 (11) 式において、臨界レーレー数近傍を仮定すると ϕ は小さいため非線形項は線形項に比べ無視できる。従って線形方程式の中で正の固有値を持つものがあれば、対応する対流パターンが発生する可能性がある。この条件から対流のパターンと臨界レーレー数との関係が導かれる (Lapwood, 1948)。

$$R_{cr} = \pi^2(n^2 + j^2 + m^2)/(j^2 + m^2) \quad (15)$$

$n = 1$ で固定し m を独立変数、 j をパラメーターとしたときの臨界レーレー数の値を図2に示す。この図から最小の臨界レーレー数は $n = m = 1, j = 0$ のときでその値は $4\pi^2$ であることが解る。またこの時の対流は2次元のロール型である。模式的な対流の様子を図3、4に示す。また3次元の対流構造を持つものの中では $n = j = m = 1$ の場合が最もレーレー数の値が小さく、その値は $4.5\pi^2$ である。この場合の対流パターンを図5に示す。対流のパターンをフーリエ係数のインデックスを用いて呼ぶと便利である。例えば、2次元ロール対流は $(1, 0, 1)$ モード、上記の3次元対流は $(1, 1, 1)$ モードの様に呼ばれる。一般的にインデックスの値が大きくなると対応する臨界レーレー数も大きくなる。これは微小構造を有する対流 (例えば、複数のセルを有する流動パターン) が安定して存在するためには高いレーレー数が必要であることを意味している。

非線形方程式を数値的に解いた場合でも $(1, 0, 1)$ モードの場合は ϕ_{101} が他の係数に比べて大きく、 $(1, 1, 1)$ モードの場合は ϕ_{111} が支配的である。

レーレー数が十分大きい場合、複数の対流パターンが安定して存在する可能性が出てくる。すなわち与えられたレーレー数に対して存在可能なパターンが複数存在することになる。この時システムが何れのパターンを選ぶ確率が高いかという問題はたいへん興味あるところである。一つの論議として $\overline{Nu}$ の大きい方のパターンを選ぶと言うものがある。これはシステムが安定して存在するためには熱力学的な

図-2 臨界レーレー数と対流パターン

Fig. 2 Critical Rayleigh numbers and the onset convection modes.

図-3 $(1, 0, 1)$ モードでの対流パターン

Fig. 3 $(1, 0, 1)$ mode convection pattern.

図-4 (1, 0, 1) モードでの ξ - η 平面上での流線関数図

Fig. 4 Stream lines of (1, 0, 1) mode convection.

図-5 (1, 1, 1) モードでの対流パターン

Fig. 5 (1, 1, 1) mode convection pattern.

物理量が極値を取ることが必要であるという仮説から導かれる。しかし著者の経験を述べさせてもらえば、これは必ずしも真理ではない。例えば、あるレーレー数に対して2つの対流パターンが存在可能な時、初期値として $\overline{Nu}$ の小さい方のパターンに対応するフーリエ係数を大きくするとシステムは $\overline{Nu}$ の小さい対流パターンを選択する。すなわち初期値への存在度の方が大きい場合が多い (Kimura, 1989)。

4. 2次元単一セル ((1, 0, 1) モード)

フーリエ係数 ϕ_{101} に大きな値を初期値として与

え (11) 式を数値的に解くことにより、高レーレー数領域での (1, 0, 1) モードの流動や熱移動について明らかにすることが可能である。(1, 0, 1) モードは $R = 390$ までは安定な定常解が存在するが、レーレー数がそれ以上になると振動解に移移する (Caltagirone, 1975)。振動解の一例 ($R = 500$) を図6に流線関数と等温線図で示す。下面及び上面に沿って等温線図に周期的な歪みが発生し、垂直壁に沿ってそれが開放される様子が見られる。振動流となる原因が上、下面の温度境界層の不安定に起因していることが解る。

図7にはさらに高いレーレー数 ($R = 1000$) での流動の様子を示す。この場合温度境界層はより一層薄くなり、ブルーム状のコールドスポット (上面) 及びホットスポット (下面) がかなりランダムに形成されている様子がうかがえる。図6において見られた流動パターンの対称性も図7においてはもはや存在しない。一般に振動の周期もレーレー数の増加とともに短くなる。図8に時間平均ヌセルト数 $\overline{Nu}$ をレーレー数 R の関数として示す。 R が500以上ではほぼ $\overline{Nu} \propto R$ の関係が成立している。

5. 3次元 (1, 1, 1) モード

2次元対流の場合と同様にフーリエ係数 ϕ_{111} に大きな値を与えて数値計算を開始すると (1, 1, 1) モードの対流パターンが得られる。図9に $R = 250$ の場合の各水平断面での w (鉛直方向の速度成分) の分布を示す。図のa-fは水平断面の z 方向の位置を示す。下面及び上面の対角線に沿って、それぞれ上向き及び下向きの流れが形成され、 $z = 0.5$ において両者が互いに相手側の流れを分断する形になる。図10では $R = 450$ の時の w の分布を示す。 $R = 450$ では $R = 250$ に比べ対角線に沿う流れが強くなっている。

(1, 1, 1) モードは $R = 550$ と 575 の間で定常流から振動流れに移移する。この時の様子を $\overline{Nu}$ の時間に対する変動として図11に示す。 $\overline{Nu}$ は一度大きなオーバーシュート、アンダーシュートをした後一定値に収束するかのように見えるが、やがて小刻みな振動が増幅していく。図12は、 $R = 625$ における $\overline{Nu}$ の時間に対する変動の周波数分析を行った例である。これより $R = 625$ の振動流れが単振動であることが分かる。

図-6 $R=500$ における流線関数 (左側, $\Delta \phi_{\xi} = 2.5$) と等温線 (右側, $\Delta \theta = 0.15$)。番号1～6は Nu 単一周期内的の振動流を6分割して示す。番号間の間隔は $\Delta \tau = 0.0015$ (Kimura et al. (1986) に依る)。

Fig. 6 Streamlines (left, $\Delta \phi_{\xi} = 2.5$) and isotherms (right, $\Delta \theta = 0.15$) at $R = 500$. The non-dimensional time interval between successive figures 1-6 is 0.0015. The system is simply periodic (After Kimura et al., 1986).

図-7 $R=1000$ における流線関数 (左側, $\Delta \phi_{\xi} = 5$) と等温線 (右側, $\Delta \theta = 0.15$)。番号 1 ~ 6 は Nu の非周期的振動流の様子を示す。番号間の間隔は $\Delta \tau = 0.0016$ (Kimura et al. (1986) に依る)。

Fig.7 Streamline ($\Delta \phi_{\xi} = 5$) and isothermal ($\Delta \theta = 0.15$) patterns at $R=1000$. The non-dimensional time interval between successive figures 1-6 is 0.0015 (After Kumura et al., 1986).

図-8 レーレー数と時間平均ヌッセルト数。図中のシンボルは異なる打ち切り数 N による結果を示す： $\circ$, $N=18$; $\bullet$, 20 ; $\ominus$, 26 ; $\square$, 30 ; $\triangle$, 36 ; $\diamond$, 42 (Kimura et al. (1986) に依る)。

Fig. 8 Time-averaged Nusselt number as a function of R . Symbols indicate different truncation numbers: $\circ$, $N=18$; $\bullet$, 20 ; $\ominus$, 26 ; $\square$, 30 ; $\triangle$, 36 ; $\diamond$, 42 (After Kimura et al., 1986).

図13に $R=740$ における各水平断面上での w の分布を示す。図中の a 及び f は上下面に沿って発達した温度境界層内で帯状の構造を持つプルームが存在し、これらが時間と共に対角線状の上昇及び下降流れに合流していく。2次元 $(1, 0, 1)$ モードの場合と同様に、振動流れの原因は温度境界層の不安定に起因していることが分かる。

図14には時間平均した平均ヌッセルト数を R の関数として示す。 $R=600$ 前後で Nu の増加率が著しく高くなっている。この領域での Nu は $(1, 0, 1)$ モードにくらべて大きい値を持つ。またこの時も2次元 $(1, 0, 1)$ モードと同様に $Nu \propto R$ に近い関係がみられ、上下面に沿う温度境界層の存在が顕著になっている様子がうかがわれる。

6. あとがき

飽和多孔質体が下方加熱を受ける場合の2次元及び3次元自然対流について述べた。一般に高レーレー数領域においてはいくつかの対流パターンの存在が可能であるが、本論文においては2次元 $(1, 0, 1)$ モードと3次元 $(1, 1, 1)$ モードに限定して、流動と温度場の様子及び熱伝導特性を紹介した。いずれの対流モードにおいてもレーレーが十分大きな値をもつと定常流から振動流れに遷移していく。初期の振動流れは規則的単振動により特徴づけられるが、レーレー数の増加と共に、周波数の増加やより複雑な振動流れへの進化が見られる。これらの振動流れは上下面に沿って形成される温度境界層の不安定に起因している。時間平均された無次元熱伝導率

図-9 $R=250$ における各水平断面上での w の分布 $((1, 1, 1)$ モード)。

実線は正、破線は負の値を示す。各コンターの間隔は $\Delta w = 8$ 。なお、各水平断面の位置は a, $z=0.04$ b, 0.24 c, 0.48 d, 0.52 e, 0.76 f, 0.96 (Kimura et al. (1989) に依る)。

Fig. 9 Contour of w at each horizontal cut at $R=250$ $((1, 1, 1)$ mode). The contour interval is 8. Upward flows are shown solid and downward ones are dotted. The positions of horizontal cuts are a, $z=0.04$ b, 0.24 c, 0.48 d, 0.52 e, 0.76 f, 0.96 (After Kimura et al., 1989).

a

d

b

e

c

f

図-10 $R=450$ における各水平断面上での w の分布 $((1, 1, 1)$ モード)。
 実線は正、破線は負の値を示す。各コンターの間隔は $\Delta w = 8$ 。各水平断面位置は図9に同じ。
 Fig.10 Contours of w at each horizontal cut at $R = 450$ $((1, 1, 1)$ mode). The contour interval and the positions of a—f are the same as Fig. 9 (Kimura et al., 1989).

図-11 $R=575$ における単振動対流の発生。

Fig.11 Onset of simply periodic oscillatory convection at $R=575$ (Kimura et al., 1989).

図-12 $R=625$ でのヌッセルト数の時間変化とそのスペクトルパワー。

下図横軸の f は無次元振動数を示す。

Fig.12 The Nusselt number time-series and its power spectrum at $R=625$. The horizontal axis in the lower figure shows the oscillation frequency (Kimura et al., 1989).

図-13 $R=740$ における各水平断面上での w の分布 ((1, 1, 1) モード)。

実線は正、破線は負の値を示す。各コンターの間隔は $\Delta w = 10$ 。水平断面の位置は a, $z=0.03$ b, 0.23 c, 0.49 d, 0.51 e, 0.77 f, 0.97 (Kimura et al. (1989) に依る)。

Fig.13 Contours of w at each horizontal cut at $R=740$ ((1, 1, 1) mode). The contour interval is 10. Upward flows are shown solid and downward ones are dotted. The positions of horizontal cuts are a, $z=0.03$ b, 0.23 c, 0.49 d, 0.51 e, 0.77 f, 0.97 (After Kimura et al., 1989).

図-14 時間平均ヌッセルト数とレーレー数。各種シンボルは打ち切り数 N の違いを示す ($\triangle$, $N=20$ $\circ$, 26 $\bullet$, 30 $\square$, 34.)。図中の破線は振動流れの振動モードの違いを示す (Kimura et al. (1989) に依る)。

Fig.14 Time—averaged Nusselt number as a function of Rayleigh number. Different symbols indicate different truncation numbers, $\triangle$, $N=20$ $\circ$, 26 $\bullet$, 30 $\square$, 34. Dotted circles indicate the peaks observed in a different oscillatory regime at the same Rayleigh number (After Kimura et al., 1986).

であるヌッセルト数 $\overline{Nu}$ はレーレー数が500以上の領域では、何れのモードにおいてもほぼ $\overline{Nu} \propto R$ の関係を有する。

参考文献

- Aidun, C. K and Steen, P. H. (1987) : Transition to oscillatory heat transfer in a fluid-saturated porous medium. *J. Thermophys.* 1, 268-273.
- Caltagirone, J. P. (1975) : Thermoconvective instabilities in horizontal porous layer. *J. Fluid Mech.* 72, 269-287.
- Cheng, P. (1978) : Heat transfer in geothermal systems. *Advances in Heat Trans.* 14, 1-105.
- Elder, J. W. (1967) : Steady free convection in a porous medium heated from below. *J. Fluid Mech.* 27, 29-50.
- Gottlieb, D. and Orszag, S. A. (1977) *Numerical Analysis of Spectral Methods : Theory and Applications*. Soc. for Ind. and Appl. Math., Philadelphia.
- Horne, R. N. and O'Sullivan, M. J. (1974) : Oscillatory convection in a porous medium. *J. Fluid Mech.* 66, 339-352.
- Kimura, S., Schubert, G. and Straus, J. M. (1986) : Route to chaos in porous-medium thermal convection. *J. Fluid Mech.* 166, 305-324.
- Kimura, S., Schubert, G. and Straus, J. M. (1987) : Instabilities of steady, periodic and quasi-periodic modes of convection in porous media. *J. Heat Transfer* 109, 350-355.
- Kimura, S., Schubert, G. and Straus, J. M. (1989) : Time-dependent convection in a fluid-saturated porous cube heated from below. *J. Fluid Mech.* 207, 153-189.
- Kimura, S. (1989) : Post-critical behaviors of two-dimensional roll cells in an three-dimensional space of fluid-saturated porous layer heated from below ; numerical analysis by pseudo-spectral method. *Numerical methods in Thermal Problems Vol. VI*, 462-468, edited by R. W. Lewis & K. Morgan, Pineridge Press, Swansea (UK).
- Lapwood, E. R. (1948) : Convection of a fluid in a porous medium. *Proc. Camb. Phil. Soc.* 44, 508-521.
- Riley, D. S. and Winters, K. H. (1990) : A numerical bifurcation study of natural convection in a tilted two-dimensional porous cavity. *J. Fluid Mech.* 215, 309-329.
- Straus, J. M. and Schubert, G. (1979) : Three-dimensional convection in a cubic box of fluid-saturated porous material. *J. Fluid Mech.* 91, 155-165.

(受付：1991年5月18日、受理：1991年11月18日)