論文・報告

坑底圧の過渡現象について

— その 3 —

加 藤 元 彦*

(昭和31年8月15日受理)

Transient Phenomena of Bottom Hole Pressure (Part 3)

By

Motohiko KATO

Abstracts: Application of Theory 2. Change of Flowing Pressure and Static Pressure: In order to convert the expression of the Eqs. (2.48 a,b,c) to Q, T expression, put b_{-1}, b_0, b_n as Eqs. (5.1), and flowing pressure P_f , which is considered to be equal to the pressure P_w when transient terms, $-\sum b_n e^{-\alpha n^2 A T}$, disappeared, are expressed by Eqs. (5.3) according to the reservoir type (a), (b) or (c) respectively. The coefficients in these equations are given by Eqs. (5.4 a,b,c). How do the coefficients b_{-1} and b_0 change with λ , are shown in Figs. 5.1, 5.2 and 5.3. It is seen that, if the well is $\lambda < 2$, it is effective to do acidizing of the well.

Eqs. (5.3 a,b,c) and (5.4 a,b,c) are rewritten as Eqs. (5.6 a,b,c). In the case of (a), P_f does not change, and in the case of (b) or (c), it change and lowers with T or $\log T$.

If the reservoir constant changes, for example, the apparent compressibility changes owing to gas channeling, T/c_0 must be considered as variable as shown in the Eq. (5.7 b,c), and this fact is explained in Fig. 5.4.

When the production rate changes with time, the variable T for (b) type, or $(\log T)$ for (c) type instead of T or $\log T$ respectively, must be adopted as shown in Eqs. (5.8 b,c).

Putting the time after the well was shut in T_b , (refer to Fig. 5.5), the pressure change after that are expressed by Eqs. (5.9 a,b,c). The terminal pressure, when $T_b \rightarrow \infty$, is the static pressure P_s and they become as Eqs. (5.10 a,b,c). Then the specific productivity index, $S. P. I.$, is expressed by the Eqs. (5.11 a,b,c) in its reciprocal form.

The difference between $S. P. I.$ in the case (a) and that in the case (b), which is resulted from the difference of pressure distribution as shown in Fig. 5.6, is given by the Eq. (5.12). Application of Theory 3. Analysis of Build Up Curve of Bottom Hole Pressure: As the pressure changes after the well was closed, is given by Eqs. (5.9 a,b,c), and also P_f and P_s are given by

* 帝国石油株式会社 ガス部計画課

Eqs. (5.3 a,b,c) and (5.10 a,b,c), the Eqs. (6.1 a,b,c) are obtained. These Eqs. express the pressure change during the pressure build up. a_n 's in the case of (a) and (b) are the quantities proportional to $1/r_e^2$, and the exponential terms disappeared in several hours or days. And in the case of (c) the exponential terms disappeared in several seconds.

If x is put as Eq. (6.2 a,b) in the cases of (a) and (b), Eqs. (6.1 a,b) become Eqs. (6.3 a,b). The value of coefficients b_n/b_0 in these equations depend upon that of r_e , r_i , λ and ω , as shown in Fig. 6.1 as an example. Plotting the data $(P_s - P)/(P_s - P_f)$ on the chart drawn as Figs. 6.2 and 6.3, in which the time axes are graduated in x , the curve except for the initial part becomes a straight line and its inclination is proportional to b_1/b_0 . If the curves of $\lambda b_1/b_0$ for various combinations of the values of r_e , r_i , λ , and ω , are given similarly as Fig. 6.1, the value of λ can be easily obtained.

In the case of type (c), put the variable x as Eq. (6.4 c) and graduate the time axis in x , as shown in Figs. 6.4 and 6.5. Plotting the data of $(P_s - P)/Q$ on it, the inclination of the straight line which is the last part of the plotted curve, gives the value of μ_0/k_0 (refer to Eq. (6.6 c)).

Application of Theory 4. Production Decline Curve: Production declines of pumping well are shown by Eqs. (3.7 a), (3.8 b), (3.9 a) and (3.10 b), but converting these equations to the expression used Q and b_n by the aid of Eqs. (2.7) and (7.1), and putting x as Eq. (7.2), the above mentioned Eqs. become Eqs. (7.3 a,b).

In the case of (a), the terms of $n=1, 2, \dots$ disappeared in several days or so, and in the case of (b), the terms of $n=2, 3, \dots$ do so in several days. Because of these facts, the production decline except for the initial part can be expressed by Eqs. (7.4 a) and (7.5 b).

As being shown in Fig. 7.1, the coefficient b_0 in the Eq. (7.4 a), that is production velocity in the case of (a), if $\lambda < 2$, it changes extremely depending upon λ . In the case of (b) type, the relations between the coefficient b_1 and reservoir constants are obtained from Eqs. (3.8 b) or (3.10 b). The rough estimation of the value of b_1 is shown by Eq. (7.8 b), and the value of $(a_1^2 r_e^2)$ largely depends upon the property of the reservoir portion adjacent to the well, but not so depends upon r_e .

Ultimate recoverable reserve is given by Eq. (3.16 b) assuming $T \rightarrow \infty$ and it become Eq. (7.7 b). When compressibility c_0 , and bottom hole pressure P_w change with time or with other factor, as Eq. (7.9), ultimate recoverable reserve is derived to Eq. (7.10 b) by the aid *Duhamel's theorem*. That is, the ultimate recoverable reserve does not depend upon reservoir constants but on the terminal value of compressibility $c_0(\xi_0)$.

Conclusion: By means of investigating the change of bottom hole pressure or production rate, the reservoir constants can be derived, and *vice versa*. By knowing the value of λ , the effects of acidizing or fracturing worked on well, and how the well completion is, can be examined.

The reason why the particular property of the reservoir portion adjacent to the well was mentioned above, is that, if that reservoir portion is excluded, properties, k/μ , f , and c , of drainage area of each individual well remain uniform inside one particular reservoir, and general characters of that reservoir are grasped clearly.

VAN EVERDINGEN and HURST expressed this particularity by "skin effect" S , but the relation between S and reservoir constants remains unknown. By the above consideration, S is expressed by Eq. (8.2), and the physical meaning of S becomes more clear.

References are given in the end.

V. 理論の応用 2 Flowing Pressure, Static Pressure の変化

産出速度が一定な場合の坑底圧の変化の様子をⅡにおいて求めた。今ここで

$$\left. \begin{aligned} b_{-1} &= -\frac{\beta_{-1}}{2\pi\lambda}, \quad b_0 = -\frac{\beta_0}{2\pi\lambda}, \quad b_n = -\frac{\beta_n}{2\pi\lambda}, \\ A &= \frac{k_0}{\mu_0 c_0 f_0 R_w^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

とおいて、(2.48)の各式を Q, T 単位に直すと

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad \frac{P_w(T)}{Q} &= -\frac{\mu_0}{k_0} b_0 - \frac{\mu_0}{k_0} \Sigma b_n e^{-an^2 AT}, \\ (b) \quad \frac{P_w(T)}{Q} &= -\frac{\mu_0}{k_0} b_{-1} AT \\ &\quad - \frac{\mu_0}{k_0} b_0 - \frac{\mu_0}{k_0} \Sigma b_n e^{-an^2 AT}, \\ (c) \quad \frac{P_w(T)}{Q} &= -\frac{\mu_0}{k_0} b_{-1} \log T \\ &\quad - \frac{\mu_0}{k_0} (b_{-1} \log A + b_0) - \frac{\mu_0}{k_0} \Sigma b_n e^{-an^2 AT} \end{aligned} \right\} \quad (5.2 \quad a, b, c)$$

となる*。過渡項のなくなった時の P_w を flowing pressure P_f と考えるべきであるから

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad \frac{P_f(T)}{Q} &= -\frac{\mu_0}{k_0} b_0, \\ (b) \quad \frac{P_f(T)}{Q} &= -\frac{\mu_0}{k_0} b_{-1} AT - \frac{\mu_0}{k_0} b_0, \\ (c) \quad \frac{P_f(T)}{Q} &= -\frac{\mu_0}{k_0} b_{-1} \log T \\ &\quad - \frac{\mu_0}{k_0} (b_{-1} \log A + b_0) \end{aligned} \right\} \quad (5.3 \quad a, b, c)$$

となる。実際に過渡項は数秒から数日でなくなる(Ⅵに述べる)。(5.3) 式中の b_{-1}, b_0 はそれぞれ (2.39 a), (2.41b), (2.46c)等と与えられているから

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad b_0 &= -\frac{1}{2\pi} \left\{ \log \frac{R_e}{R_i} + \frac{1}{\lambda} \log \frac{R_i}{R_w} \right\}, \\ (b) \quad b_{-1} A &= \frac{1}{\pi (R_e^2 - R_i^2) c_0 f_0 + (R_i^2 - R_w^2) c_1 f_1} \cdot \frac{k_0}{\mu_0}, \\ b_0 &= -\frac{\beta_0}{2\pi\lambda}, \\ (c) \quad b_{-1} &= \frac{1}{4\pi}, \\ b_0 &= -\frac{1}{2\pi} \left\{ \left(\log 2 - \frac{\gamma}{2} + \frac{1-\lambda}{\lambda} \log \frac{R_i}{R_w} \right) \right\} \\ &= -\frac{1}{2\pi} \left\{ \log \frac{1.4986 R_w}{R_i} + \frac{1}{\lambda} \log \frac{R_i}{R_w} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5.4 \quad a, b, c)$$

* Q は坑底における全流体(水, gas も含む) について考えてあることを忘れるな。

Fig. 5.1 Flowing Pressure の係数(5.4 a)

(a) 外に開いた油層

Fig. 5.2 Flowing Pressure の係数(5.4 b)

(b) 外に閉じた油層

Fig. 5.3 Flowing Pressure の係数(5.4 c)

(c) 無限油層

となる。これらの係数の値が、 $r_e=500, 750, 1000$, $r_i=5$, 又 $r_e=750$, $r_i=1.0, 2.5, 5, 10$ の場合に λ によつていかに変わるかを Fig. 5.1, Fig. 5.2 に、また $r_e \rightarrow \infty$ の場合を Fig. 5.3 に示した。(b)の場合は (Fig. 5.2) は $\omega=1$ すなわち $\lambda=\nu$ として計算した。これらの図からわかるように b_1 は λ によつてほとんど変化しないが、 b_0 の方は λ のいかによつて変わり、特に λ が 2 以下では変化が大きい。これは坑井附近の(滲透率/粘性係数)がその外側より悪い場合は、pressure draw down をそれ相当に大きくせねばならないこと、および坑井処理(酸処理等)をするには、 $\lambda < 2$ の場合に行えば特に効果的であることを示すものである。

特に (b) の場合は、 $\lambda=\nu$ で、かつ $\lambda=0.01 \sim 100$, $r_i \leq 10$, $r_e \geq 500$ ならば、

$$\left. \begin{aligned} b_1 A &\approx \frac{1}{\pi R_e^2 c_0 f_0} \frac{k_0}{\mu_0}, \\ b_0 &\approx \frac{1}{2\pi} \left(\log \frac{0.4724 R_e}{R_i} + \frac{1}{\lambda} \log \frac{R_i}{R_w} \right) \end{aligned} \right\} (5.5b)$$

であるから、(5.4 a,b,c) は次のようにかける：

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad \frac{P_f(T)}{Q} &= -\frac{\mu_0}{2\pi k_0} \log \frac{R_e}{R_i} \\ &\quad - \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w} \\ (b) \quad \frac{P_f(T)}{Q} &= -\frac{1}{\pi R_e^2 c_0 f_0} T - \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \\ &\quad \times \log \frac{0.4724 R_e}{R_i} - \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w}, \\ (c) \quad \frac{P_f(T)}{Q} &= -\frac{\mu_0}{4\pi k_0} \log T - \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \\ &\quad \times \log \left(\frac{1.4986}{R_i} \sqrt{\frac{k_0}{\mu_0 c_0 f_0}} \right) - \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w} \end{aligned} \right\} (5.6) \quad \text{a,b,c)}$$

これから (a) の場合は P_f は変化しないが、(b) の場合は時間 T に比例し、また (c) の場合は $\log T$ に比例して大きくなるのがわかる。これらの時間についての変わり方から、 $R_e^2 c_0 f_0$ または μ_0/k_0 が知れる。(b) の場合は k_0/μ_0 によらないことは注意すべきである。

油層常数が変化する場合：Flowing pressure P_f の変化は D.S.T. や build up と異なつて、長期間にわたる坑底圧の変化であるから、その間に滲透率・圧縮率や排油半径、その他の常数が変化することがあり得る。この場合でも過渡項のなくなった時を考えれば (5.6) 式で表わされる。例えば channeling のために、gas が多量に出て圧縮率 c_0 が変わるとする。この場合は見掛けの(滲透率/粘性係数)も変わるが、今簡単のために c_0 だけが変化するとすると、(a) の場合はそのままの式が適用できるが、(b), (c) の場合は Fig. 5.4 のように

Fig. 5.4 油層常数が変化する場合の flowing pressure P_f の変化 (gas の channeling により圧縮率 c が変化する場合を示す)。(b) 外に閉じた油層、(c) 無限油層。

P_f/Q 曲線の傾斜が小さくなる。今圧縮率 c_0 も変数として、別の変数 T/c_0 を考え、横軸に T/c_0 または $\log T/c_0$ を採れば、 P_f/Q 曲線は直線となる。

式で表わせば

$$\left. \begin{aligned} (b) \quad \frac{P_f(T)}{Q} &= -\frac{1}{\pi R_e^2 f_0} \left(\frac{T}{c_0} \right) - \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \\ &\quad \times \log \frac{0.4724 R_e}{R_i} - \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w} \\ (c) \quad \frac{P_f(T)}{Q} &= -\frac{\mu_0}{4\pi k_0} \log \frac{T}{c_0} - \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \\ &\quad \times \log \left(\frac{1.4986}{R_i} \sqrt{\frac{k_0}{\mu_0 c_0 f_0}} \right) - \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w} \end{aligned} \right\} (5.7) \quad \text{b, c)}$$

となる。他の常数が変わる時も同様である。

産出速度が変化する場合：産出速度が Fig. 2・3 のように階段的に変化する場合は、II. 3 と同様に考えれば良い。この場合過渡項は消失したと考えるから、(2.54), (2.55), (2.56) および (5.6) から

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & \frac{P_f(T)}{Q(T)} = -\frac{\mu_0}{2\pi k_0} \log \frac{R_e}{R_i} \\
 & -\frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w}, \\
 (b) \quad & \frac{P_f(T)}{Q(T)} = -\frac{1}{\pi R_e^2 c_0 f_0} \tilde{T} - \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \\
 & \times \log \frac{0.4724 R_e}{R_i} - \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w}, \\
 & \text{ただし} \quad \tilde{T} = \frac{[Q]_T}{Q(T)} \\
 (c) \quad & \frac{P_f(T)}{Q(T)} = -\frac{\mu_0}{4\pi k_0} (\log \tilde{T}) - \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \\
 & \times \log \left(\frac{1.4986}{R_i} \sqrt{\frac{k_0}{\mu_0 c_0 f_0}} \right) \\
 & - \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w} \\
 & \text{ただし} \quad (\log \tilde{T}) = \frac{1}{Q(T)} \{ Q_0 \log T + 4Q_1 \log(T-T_1) \\
 & + \dots + 4Q_m \log(T-T_m) \}
 \end{aligned} \quad (5.8) \quad \text{a,b,c)}$$

となる。ここで $Q(T)$, $[Q]_T$ はその時における産出速度および累計産出量である。

Static Pressure P_s : 時刻 T まで一定速度 Q で産出して、 T 以後坑井を密閉したとする。すなわち時刻 T で $Q=0$ となるとし、その時刻から測った時間を T_b とする (Fig. 5.5)。

Fig. 5.5 坑井密閉時の産出速度 $Q(T)$ と坑底圧 $P_w(T)$

(5.2), (5.3) から build up 中の坑底圧の変化は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & \frac{P_w(T+T_b)}{Q} = \frac{\mu_0}{k_0} \Sigma b_n e^{-a_n^2 A T_b}, \\
 (b) \quad & \frac{P_w(T+T_b)}{Q} = -\frac{\mu_0}{k_0} b_{-1} A T \\
 & + \frac{\mu_0}{k_0} \Sigma b_n e^{-a_n^2 A T_b},
 \end{aligned} \quad (5.9) \quad \text{a,b,c)}$$

$$\begin{aligned}
 (c) \quad & \frac{P_w(T+T_b)}{Q} = -\frac{\mu_0}{k_0} b_{-1} \log \frac{T+T_b}{T_b} \\
 & + \frac{\mu_0}{k_0} \Sigma b_n e^{-a_n^2 A T_b}
 \end{aligned}$$

Build up の最終圧が static pressure P_s だから $(\lim_{T_b \rightarrow \infty} P_w(T+T_b) = P_s)$, (5.9) から

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & P_s(T) = 0, \\
 (b) \quad & \frac{P_s(T)}{Q} = -\frac{\mu_0}{k_0} b_{-1} A T \\
 & = -\frac{T}{\pi \{ (R_e^2 - R_i^2) c_0 f_0 + (R_i^2 - R_w^2) c_1 f_1 \}} \\
 & \doteq -\frac{T}{\pi R_e^2 c_0 f_0}, \\
 (c) \quad & P_s(T) = 0
 \end{aligned} \quad (5.10) \quad \text{a,b,c)}$$

となる。産出速度が変化する場合 T の代りに (5.8) の $\tilde{T}$ を用いる。

Specific Productivity Index (S.P.I.):

これは

$$S.P.I. = \frac{Q}{P_s - P_f}$$

であるから, (5.3), (5.10) を用いて

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & \frac{1}{S.P.I.} = \frac{\mu_0}{k_0} b_0 = \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \\
 & \times \log \frac{R_e}{R_i} + \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w}, \\
 (b) \quad & \frac{1}{S.P.I.} = \frac{\mu_0}{k_0} b_0 \doteq \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \\
 & \times \log \frac{0.4724 R_e}{R_i} + \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w}, \\
 (c) \quad & \frac{1}{S.P.I.} = \frac{\mu_0}{k_0} b_{-1} \log T \\
 & + \frac{\mu_0}{k_0} (b_{-1} \log A + b_0) \\
 & = -\frac{\mu_0}{4\pi k_0} \log T + \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \\
 & \times \log \left(\frac{1.4986}{R_i} \sqrt{\frac{k}{\mu_0 c_0 f_0}} \right) + \frac{\mu_1}{2\pi k_1} \log \frac{R_i}{R_w}
 \end{aligned} \quad (5.11) \quad \text{a,b,c)}$$

となる*。産出速度が変化する場合 $\log T$ の代りに (5.8) の $(\log \tilde{T})$ を用いる。(b) の場合は static pressure は時間 T によつて変化するが, S.P.I. は変化しない。(a), (b) の場合は b_0 (Fig. 5.1, Fig. 5.2) と $\frac{\mu_0}{k_0}$ とによつて決まる。

油層常数が同一である時, 油層の型式 (a), (b) によ

* Q は水, gas, 油の混合物全体の産出速度である。普通は油のみについて S.P.I. を考える。それ故普通の意味の S.P.I. の式は, (5.11 a,b,c) 内の各常数は, すべて油相のみについての値を採るべきである。

例えば k_0, k_1 は油の絶対透率率を採用すべきである。

つて $S.P.I.$ の値は異なり、今その逆数 $1/(S.P.I.)$ の差をとると、

$$-\frac{\mu_0}{2\pi k_0} \log 0.4724 = 0.750 - \frac{\mu_0}{2\pi k_0} \quad (5.12)$$

Fig. 5.6 同じ P_s, P_f を示す場合の圧力の分布。

(a) 外に開いた油層(点線)、(b) 外に閉じた油層(実線)。($R_i = R_w$ の場合をとる)。

となる。これは (a) と (b) の場合の圧力分布が Fig. 5.6 のように異なるためである。また $R = R_w$ における圧力勾配はそれぞれの場合 $R_i = R_w$ とすると

$$\left. \begin{aligned} (a) & (P_s - P_f) / (R_w \log \frac{R_e}{R_w}) \\ (b) & (P_s - P_f) / (R_w \log \frac{0.4724 R_e}{R_w}) \end{aligned} \right\} \quad (5.13) \quad \begin{matrix} a, b) \end{matrix}$$

となる。又 $R_i = R_w$ の時 (b) の場合の油層の滲透率 k_b を、(a) の場合に適用される式：

$$k = \mu Q \log(R_e/R_w) / \{2\pi(P_s - P_f)\}$$

から計算した値を k' とすると

$$\begin{aligned} r_e = 500 & \quad \text{で} \quad k'/k_b = 1.137 \\ r_e = 700 & \quad \text{で} \quad k'/k_b = 1.128 \\ r_e = 1000 & \quad \text{で} \quad k'/k_b = 1.122 \end{aligned}$$

となつて、 r_e が大きければ (a) の場合の式で計算しても大して間違いはない。

VI. 理論の応用 3

Pressure Build Up の解析

Pressure build up 中の坑底圧の変化は (5.9) で与えられているから、(5.3), (5.10) を用いて P_w を簡単のために P で表わすと

$$\left. \begin{aligned} (a) & \frac{P_s - P}{P_s - P_f} = -\sum \frac{b_n}{b_0} e^{-a_n^2 A T_b} \\ (b) & \frac{P_s - P}{P_s - P_f} = -\sum \frac{b_n}{b_0} e^{-a_n^2 A T_b} \\ (c) & \frac{P_s - P}{Q} = \frac{\mu_0}{4\pi k_0} \log \frac{T + T_b}{T_b} \\ & - \frac{\mu_0}{k_0} \sum b_n e^{-a_n^2 A T_b} \end{aligned} \right\} \quad (6.1) \quad \begin{matrix} a, b, c) \end{matrix}$$

となる。この式中の a_n は、例えば (a) 型の油層の場合、 $r_i = 10$ とすると $\lambda/\omega = 10, 5, 0.1$ の時、それぞれ $a_1^2 r_e^2 = 5.76, 5.77, 5.78$; $a_2^2 r_e^2 = 30.2, 30.4, 30.5$; $a_3^2 r_e^2 = 74.0, 74.5, 75.0$ である。このように a_n は λ/ω の値によつてあまり変わらないで、その大約の値はそれぞれの場合について

	a_1^2	a_2^2	a_3^2
(a)	$5.8/r_e^2$	$30.5/r_e^2$	$74.9/r_e^2$
(b)	$14.7/r_e^2$	$39.2/r_e^2$	$103.4/r_e^2$
(c)	4.8	29.5	73.9

であつて、 A の値は $10 \sim 10^{-1}$ (1/sec) 程度の量である。 b_n/b_0 の値は $r_e, r_i, \lambda, \omega$ の値によつて大いに变化するが、これらの絶対値はいずれも 1 より小さい。Fig. 6.1 は $r_e = 1000, r_i = 10, \omega = 1$ の場合の b_1/b_0 の値を図示したものである。

Fig. 6.1 Pressure build up の係数 b_1/b_0

(a) 外に開いた油層, $r_e = 1000, r_i = 10, \lambda = \nu$

それ故 (6.1) の過渡項は、(c) の場合は 1 分前後でなくなるが、(a), (b) の場合は r_e の大きいほど、過渡項のなくなる時間が長くなるが、普通数時間から数日たつとこれが消失することわかる。

今油層の型が (a), (b) の場合について、その第 1 項を

$$e^{-a_1^2 A T_b} = x \quad (6.2a, b)$$

とおくと、(6.1a, b) は

$$\left. \begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & -\frac{P_s-P}{P_s-P_f} = \frac{b_1}{b_0}x + \frac{b_2}{b_0}x^{5.3} \\
 & + \frac{b_3}{b_0}x^{13} + \dots \\
 \text{(b)} \quad & -\frac{P_s-P}{P_s-P_f} = \frac{b_1}{b_0}x + \frac{b_2}{b_0}x^{3.3} \\
 & + \frac{b_3}{b_0}x^{7.0} + \dots
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} (6.3 \\ \text{a,b}) \end{array}$$

Fig. 6.2 Build up 曲線解析用紙の2例
(有限油層用)

No. 4 は $a_1^2 A = 4 \times 10^{-6}$, No. 6 は $a_1^2 A = 6 \times 10^{-6}$

Fig. 6.3 Build up 曲線解析法の説明
(有限油層)

となる。それ故横軸に x をとり、縦軸に $(P_s - P) / (P_s - P_f)$ をとって、 P - x 曲線を書けば (Fig. 6.2, Fig. 6.3 参照), その曲線の終りの部分は (6.3) の右辺の第1項のみとなるから直線となつて、その傾斜が b_1/b_0 を与える。これから λ の値を Fig. 6.1 の図表から求めることができる。

b_n/b_0 の値は $r_e, r_w, \lambda, \omega$ および油層の型 (a), (b) によつて異なるから、これらの各種の組み合わせについて、Fig. 6.1 のような b_n/b_0 - λ 曲線求めておけば、build up の曲線から λ が簡単に求められる*。

$a_1^2 A$ の値が不明な時は、 x が $0.3 \sim 0$ の間で直線になるような図表を、Fig. 6.2 のなかから探して $a_1^2 A$ と λ を求めることが可能である。

油層の排油半径 R_e が無限に大きいと考えられる場合 (c) には、

$$\log \left(1 + \frac{T}{T_b} \right) = x \quad (6.4c)$$

とおくときは、(6.1c) は過渡項を除くと

$$\frac{P_s - P}{Q} = \frac{\mu_0}{4\pi k_0} x \quad (6.5c)$$

Fig. 6.4 Build up 曲線の解析用紙(無限油層用)

Fig. 6.5 Build up 曲線解析法の説明(無限油層)

* こゝに述べた解析法はやゝ複雑である。もし着大な努力をはらつて (6.1 a,b) の係数を計算して、標準曲線を諸種の場合について求めておけば、それに観測値を重ねることにより容易に λ が求まるであろう (丁度電気検層の解析のように)。

となる。それ故横軸に x をとつて、縦軸に $(P_s - P)/Q$ をとつて P - x 曲線をかけば (Fig. 6.4, Fig. 6.5 参照), 直線となつて、その傾斜が μ_0/k_0 を与える。

すなわち T_b/T が 4.54×10^{-5} , 2.06×10^{-3} の時の x の値が 10, 20 であるから、その時の P の値を P_{w1} , P_{w2} とすると、 μ_0/k_0 は次式で与えられる。

$$\frac{\mu_0}{k_0} = \frac{4\pi(P_s - P_{w1})}{10Q} = \frac{4\pi(P_s - P_{w2})}{20Q} \quad (6.6c)$$

産出速度が一定でない場合は

$$T = e^{(\log T)} \quad (6.7c)$$

を用いる((15.8c)参照)。有限油層の場合も、(c) の場合の方法を用いて、 λ の大小の大雑把な見当をつけることも、1つの簡便法として考えられる*。

VII. 理論の応用 4

Production Decline Curve

Pump 井の production decline の様子は III. 1 に求めている。(3.7a)~(3.10b)式中の a_n^2 は $r_e, r_i, \lambda, \omega$ の値のいかんによつて変化するが、大体の値はそれぞれ次のようである。

	a_1^2	a_2^2	a_3^2
(a)	$8/r_e^2$	$36/r_e^2$	$86/r_e^2$
(b)	$0.5/r_e^2$	$18/r_e^2$	$58/r_e^2$

であるから、これらの式で

$$2\pi\lambda\beta_n = b_n \quad (7.1)$$

$$e^{-a_1^2 AT} = x \quad (7.2)$$

とおき、 q を (2.7) により Q に直して表わせば

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad \frac{Q}{P_w} &= -\frac{k_0}{\mu_0} b_0 - \frac{k_0}{\mu_0} b_1 x \\ &\quad - \frac{k_0}{\mu_0} b_2 x^{1.5} - \frac{k_0}{\mu_0} b_3 x^{1.1} - \dots, \\ (b) \quad \frac{Q}{P_w} &= -\frac{k_0}{\mu_0} b_1 x \\ &\quad - \frac{k_0}{\mu_0} b_2 x^{3.6} - \frac{k_0}{\mu_0} b_3 x^{11.0} - \dots \end{aligned} \right\} \quad (7.3a,b)$$

となる。今 $A = 10^{-1} (1/sec)$, $r_e = 1000$ とすると (a) の第2項が $T=0$ の時の値の半分になるには約10日、(b) の場合は第1項は約160日、第2項は約4.5日かかる。それ故初期の数日から10数日を除けば、産出速度

は次式で表わされる。

$$(a) \quad \frac{Q}{P_w} = -\frac{k_0}{\mu_0} b_0 = -\frac{k_0}{\mu_0} \frac{2\pi\lambda}{\log r_i + \lambda \log \frac{r_e}{r_i}}, \quad (7.4a)$$

$$(b) \quad \frac{Q}{P_w} = -\frac{k_0}{\mu_0} b_1 e^{-a_1^2 AT} \quad (7.5b)^*$$

(a) の場合の b_0 は (3.7a), (3.9a) から求まるが、これは ω には関係しない値で、その1例を Fig. 7.1 に示した。すなわち r_i が同じであれば r_e による b_0 の値の差異は小さいが、 $\lambda < 2$ では λ の変化によつて速度の係数 b_0 の値は大いに異なる。また r_e が同一の時は r_i の大小によつて多少 b_0 の値が変わる。これらのことから $\lambda < 2$ の時は酸処理等を行つて、坑井附近の見掛けの(透過率/粘性係数)の値を大きくすることは、非常に効果的に産出速度を大きくすることがわかる。また $\lambda > 2$ の場合なら r_i を大きくする方が効果的である**。

Fig. 7.1 Production decline の係数 b_0

(a) 外に開いた油層

* この式はいわゆる指数型の decline curve を示す。もし T の小さい時で、 $b_2, b_3, \dots$ 以下の項が無視できない時は、双曲型の decline curve を示すことは、(3.22)式の形からわかるであろう。

** Hydraulic や酸処理を行つた直後は、(7.4a) または (7.5b) に表わした以外の、過渡項が出てきて、見掛け上大きな増油を示すから注意すべきである。

また電熱器等で坑底を温めることは、粘り重質油の粘性を小さくして λ を大きくする意味で有効である (このほかに emulsion を分解する作用もあるが)。

(b) 型の油層の場合は, (7.5b) の b_1 の値は (3.8b) からわかるように, ω の値も関係してくる。油層常数と b_1 との関係は (3.8b) または (3.10b) から求まる。今 (7.5b) を P_w は一定として T が O から ∞ まで積分すると

$$\frac{[Q]T \rightarrow \infty}{P_w} = -\frac{k_0}{\mu_0} \frac{b_1}{a_1^2 A} \quad (7.6b)$$

となる。これは (7.3) の $b_2, b_3, \dots$ 以下の項の寄与を無視すると, 総可採埋蔵量を与える。

一方 (3.16b) から (3.12) を使って総可採埋蔵量を求めよう。すなわち $t \rightarrow \infty$ として

$$\begin{aligned} \frac{[Q]t \rightarrow \infty}{P_w} &= \frac{[Q]T \rightarrow \infty}{P_w} \\ &= -\pi \{ (R_e^2 - R_i^2) c_0 f_0 + (R_i^2 - R_w^2) c_1 f_1 \}, \end{aligned}$$

となる。ここで R_i^2, R_w^2 は R_e^2 に比して小さいから

$$\frac{[Q]T \rightarrow \infty}{P_w} = -\pi R_e^2 f_0 c_0 \quad (7.7b)$$

となる。(7.7b) と (7.6b) とを等しいとすると (7.5b) の係数 b_1 は

$$b_1 = \pi (a_1^2 r_e^2) \quad (7.8b)$$

となる。今 $r_i = 1$ とすると $a_1^2 r_e^2$ の値は $r_e = 500, 750, 1000$ で, それぞれ $0.38, 0.34, 0.32$ となる。 r_e が 1 より大きくなるほど, また λ, ω が小さくなるほど, この値は大きくなる。それ故 b_1 の値は r_e によつてはあまり変わらないで, 坑井附近の状態によつて左右される。

総可採埋蔵量 (7.7b) 式は油層の滲透率や油の粘性係数には無関係である。(3.16b) 式の常数項のみを採つて考える時は, たとえ坑底圧 P_w や圧縮率 c_0 が一定でない場合, すなわちこれらが時間 T や産出量 n の函数である場合は, Duhamel の定理が適用できる。今これらが補助変数 ξ を用いて

$$\begin{aligned} c_0 &= c_0(\xi), \quad P_w = P_w(\xi), \\ \xi &= T, n \text{ 等} \end{aligned} \quad (7.9)$$

で表わされ, $T \rightarrow \infty$ の時 $\xi \rightarrow \xi_0$ ならば, 総可採埋蔵量は

$$[Q(\xi)]_{\xi \rightarrow \xi_0} = -\pi R_e^2 f_0 c_0(\xi_0) P_w(\xi_0) \quad (7.10b)$$

となる。すなわちこれは最終時の c_0, P_w の値 (P_w は原始油層圧を O として測つてあるから, 実際は最初と最終の値から定まる) によつて決まる。しかし最終時の c_0 の値は, それまでの P_w の変化の様子, 換言すればそれまでの産油経過によつて変化する (Fig. 7.2 参照)。いずれにしても, c_0 が大きくなるよう, すなわち gas をより多く残すように産出させると, 総産出量は多くな

Fig. 7.2 産油経過と最終時の圧縮率 c

る。途中の経過を考慮して step by step で (7.10b) 式の値を求めることが material balance method である。

VIII. 結 論

理論の応用で述べたように, 油層常数 $k_0, \mu_0, k_1, \mu_1, R_e, R_i$ 等と坑底圧や産出速度との間の関係を論じることができた。このことはこれらの現象を調べることにより, 油層常数の値を検討したり, 逆に油層常数から坑底圧の変化や産出速度を予測することができる。また坑井仕上の良否, 酸処理, hydrafrac 等を行うには, いかなる坑井に行うべきか, またその効果はいかぬ, 等の判定には, λ の値を知らねばならぬ。これら諸種の値を 1 つの坑井の坑底圧の変化や産出速度から, あるいは他の坑井のそれと比較することによつて, 求め得る可能性が示されたわけである。

Van Everdingen と Hurst^{(11), (12)} は観測された flowing pressure P_f と既に知られた油層常数より計算されたその値 P_f との関係を

$$P_{f0} = P_f (1+S) \quad (8.1)$$

として, この S を skin effect としているが, これでは他の現象例えば build up curve に S がいかに影響するかを求めることは困難である。著者の上述の理論によると, この S は

$$S = (\lambda - 1) \log \frac{R_i}{R_w} \quad (8.2)$$

となつて, これで始めて S と他の油層常数との関係が明白になるのである。

油層内においては, gas-油比や (透率/粘性係数) の値が, 場所によつて異なるが, 坑井から遠い部分の影響は平均してみてもさしつかえないし, また油層工学においては, すべての計算はこのような仮定の下に行つて充分実用に供されている。わざわざ坑井近傍の特殊性を取上げたことは, この坑井近傍を除いて考えれば, 各坑井について共通な事情が残るので, 油田全体の特質を明白にすることができるのである。

* 透率 k と粘性係数 μ とは, 常に k/μ の形で方程式に入つてきているから, それぞれ単独には論じられない。

実際の油田においては、以上のような model ではないが、このように簡単に考えて、実際の状況との差異いかなを知つて、個々の坑井の特殊性を知ることができるわけである。

本稿を発表するに当たり、始終便宜を与えられた帝石開発部の各位、また熱心に討論された生産部の方々や東京大学工学部淵田先生に謝意を表するとともに、数式の演算について御検討下さった東京大学工学部犬井鉄郎先生に厚くお礼申上げる次第であります。 —(完)—

参 考 文 献

- 1) Wagner, K. W.: Operator-Enrechnung.
- 2) Karman and Biot: Mathematical Methods in Engineering
- 3) Watson, G. W.: Theory of Bessel Functions
- 4) Whittaker and Watson: Modern Analysis
- 5) Carslaw, H. S.: Conduction of Heat
- 6) Muskat: Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media
- 7) Van Everdingen, A. F. and Hurst, W.: "The Application of Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", Petro. Trans. AIME. Dec. 1949, 305~324.
- 8) Horner, D. R.: "Pressure Build-up in Wells", Proc. Third World Petro. Cong., Sec. II. Drilling and Production, 1951, 503~521.
- 9) Miller, C. C., Dyes, A. B. and Hutchison, C. A., Jr.: "The Estimation of Permeability and Reservoir Pressure from Bottom Hole Pressure Build-up Characteristics", Trans. AIME. Vol. 189, 1950, 91~104.
- 10) Thomas, G. B.: "Analysis of Pressure Build-up Data", Trans. AIME. Vol. 198, 1953, 125~128.
- 11) Van Everdingen, A. F.: The Skin Effect and Its Influence on the Production Capacity of a Well", Trans. AIME. 198, Vol. 1953, 125~176.
- 12) Hurst, W.: "Establishment of the Skin Effect and its Impediment to Fluid Flow in to a Well Bore", Petro. Engineer, Oct. 1953, B 6~B 16.
- 13) Arps, J. J.: "How Well Completion Damage Can be Determined Graphically" World Oil, April, 1955. Production Section 225~232.
- 14) Hayashi, K.: "Tables of Bessel Functions", (in Japanese)

正 誤 表 加藤元彦：坑底圧の過渡現象について

その 1 — (Vol. 21, No. 5, 昭和31年 9 月)

頁	行	誤	正
183	4	incompressible the	incompressible, the
186	左 7	Table I. 2. II 以下	Table I. 1. II. 以下
188	(2.29a)	$Yo(nr_e)$	$Yo(ur_e)$
189	左 10	(2.11a)	(2.21a)
"	(2.32b)	$\omega \Delta_2 \Delta_8$	$\omega \Delta_3 \Delta_8$
191	左 15	$\frac{\omega q}{\sqrt{S}}$	$\frac{\omega q}{\sqrt{S^3}}$
"	(2.51)	$d(\tau)$	$d \tau$
192	(2.556)	(2.556)	(2.55b)

その 2 — (Vol. 21, No. 6, 昭和31年11月)

202	左下 4	$F(u) = 0$	$F_a(u) = 0$
203	(3.15a)	$2 \log \frac{r_e}{r_i}$	$2 r_i^2 \log \frac{r_e}{r_i}$
205	(4.13)	$R_w \sqrt{T_{min}}$	$P_{wf} \sqrt{T_{min}}$