坑底圧上昇現象に関する考察 (第 2 報)*

淵 田 隆 門**

(昭和41年12月 2 日受理)

Some Considerations on Bottom Hole Pressure Build-up Phenomena—(II)

—A New Method of Bottom Hole Pressure Build-up Analysis
and Discussions on the Conventional Methods for Linearly or
Exponentially Declining Flow Rate Case—

By

Takato FUCHIDA

Abstract: The general aspects of the present study are summarized in “Abstract” of the preceding instalment.

This instalment deals with the explanation of the author's new method of bottom hole pressure build-up analysis and also the discussions on the existing conventional methods, referring to numerical and field examples. (to be continued)

3. 直線的減退の場合の解析

3・1 準備的事項

3・1・1 実用基礎式

2・2の理論を基礎にして産出レートが直線的に減退している場合の坑底圧上昇現象を解析するには、(2・11)にそのまま準拠してもさしつかえないが、実用上の便利のために次のように変形して実用基礎式する。

(2・11)における特殊の場合たる $\alpha=0$ の場合の F の値は $\ln\{(1+\delta)/\delta\}$ であるが、Horner 法などとの比較を便ならしめるため、従来慣行されてきた形、すなわち常用対数形になるようにする。すなわち、

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_s - P \\ &= \frac{2.303\mu\bar{q}}{4\pi Kh} \left[(1-\alpha-2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha \right] \\ &= \frac{0.183\mu\bar{q}}{Kh} \left[(1-\alpha-2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha \right] \end{aligned} \quad (3 \cdot 1)$$

この式は(2・11)と同じであるから 2・2 に述べた性質を本質的にはそっくり持っているわけであるが、(2・11)の F はこの式では $(1-\alpha-2\alpha\delta) \log\{(1+\delta)/\delta\} + 0.869\alpha$ (以下においてはこれを F なる記号で示す) のように形を変えてはいっているから、実用上は 2・2 の(4)における $\overline{\Delta P}$ が $(\mu\bar{q})/(4\pi Kh)$ の代わりに $(0.183\mu\bar{q})/(Kh)$ になることに注意しておくなくてはならない。

3・1・2 実用図表

解析操作を実行するには F の数値を計算しなければならないが、解析操作の度毎に計算するのはめんどうでもあり、非能率的でもあるので、予め計算しておいた方が便利である。ところで実際に遭遇する α や δ はいろいろの値があり得るし、特に δ については連続的のといつてよいぐらい細かく用意しなければならないので、数表よりは図表によるほうが便利ということになる。一方、求められた F の値によってけっきょくはまたグラフを描くのであるから、精度の点からは適当な大きさの図表を用意しておけば、実用的にはそれで充分ということにもなる。

* 第 1 報は昭和42年 1 月号に掲載されている。この研究はさらに第 3 報へつづく。

** 東京大学工学部資源開発工学科石油工学コース

第3・1図 F の図表 第3・1表 F の数値表

$\delta \backslash \alpha$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.001	3.000	2.787	2.573	2.359	2.145	1.932	1.718	1.504	1.290	1.076	0.863
0.003	2.524	2.357	2.190	2.023	1.856	1.689	1.522	1.355	1.188	1.020	0.853
0.010	2.004	1.887	1.769	1.652	1.534	1.416	1.299	1.181	1.064	0.946	0.828
0.020	1.708	1.617	1.526	1.435	1.345	1.254	1.163	1.072	0.982	0.891	0.800
0.030	1.536	1.460	1.384	1.308	1.232	1.156	1.080	1.004	0.928	0.852	0.776
0.050	1.322	1.264	1.205	1.146	1.088	1.029	0.971	0.912	0.853	0.795	0.736
0.100	1.041	1.003	0.965	0.927	0.889	0.851	0.813	0.775	0.736	0.698	0.660
0.200	0.778	0.756	0.734	0.712	0.690	0.668	0.646	0.623	0.601	0.579	0.557
0.300	0.637	0.622	0.607	0.592	0.577	0.562	0.547	0.532	0.516	0.501	0.486
0.500	0.477	0.469	0.460	0.451	0.443	0.434	0.426	0.417	0.408	0.400	0.391
0.700	0.385	0.380	0.374	0.368	0.363	0.357	0.352	0.346	0.340	0.335	0.329
1.000	0.301	0.298	0.294	0.291	0.287	0.284	0.280	0.277	0.273	0.270	0.266
2.000	0.176	0.175	0.174	0.173	0.171	0.170	0.169	0.168	0.166	0.165	0.164
3.000	0.125	0.124	0.124	0.123	0.123	0.122	0.122	0.121	0.121	0.120	0.120
10.000	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041
30.000	0.014	0.014	0.014	0.015	0.015	0.015	0.015	0.015	0.015	0.015	0.015
100.000	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004

第3・2表 減退率の表

α	q_0/q_1
0	1.00
0.1	1.22
0.2	1.50
0.3	1.85
0.4	2.34
0.5	3.00
0.6	4.00
0.7	5.67
0.8	9.00
0.9	19.00
1.0	∞

第3・1図は筆者が用意した図表を約1/4に縮図したものであって、片対数紙において α をパラメーターにして横軸の対数目盛上に δ を、縦軸には F を採っている。第3・1図の大きさでは実用的に精度の点で不充分であるので、このような図表を描いてみようと思われる読者の便宜のために必要な数値を第3・1表に示しておく。

なお、 α については、それが0の場合は産出レートが一定、1の場合は密閉の時点においてちょうどレートが0になるという特殊な場合に当るが、表においては両者の間に0.1きざみにいろいろの α について示してある。これらの α と最初と最終の産出レートの比 q_0/q_1 との関係は第3・2表のとおりである。また第3・1図において任意の δ に着目すれば曲線間隔は等しく、かつ、 α が増すほど F は減少している。すなわち α の変化0.1による F の変化は α の値そのものには無関係で δ だけに支配されている。これは2・2の(6)において指摘した事情を具体的に示すものである。またこの事情を利用すれば負の α に対する F の値をこの図表から求めることも比較的容易である。

3・2 $T, \bar{q}, \alpha$ が与えられている場合

産出期間において q の時間的変化がある程度よく観測されてある場合、または最終産出レートと累計産出量とがよく観測されてある場合などには、要するに $T, \bar{q}, \alpha$ が与えられたことになるから、次のようにして簡単に解析操作が進められる。

[1] 通常の方眼紙(ミリメートルペーパー)において、時点 θ における坑底圧観測値 P を縦軸に、 θ に相当する F を横軸に採って点をプロットする。

[2] プロットされた幾つかの点とは、実際の事情が2.において理論的に設定した条件と合致するかぎり、2・2(2)の性質によって必ず一直線上に分布するはずであるから、Horner法で従来おこなわれているような要領で、総合的にみて各点なるべくよく通過するような直線をひく。

通常の密閉操作はケーシングヘッドにおいておこなわれるため、密閉以後においても坑壁面を通過する流れが、急速減退的に短時間つづくことが少ない(after production)。そのような場合には δ の小さいところで観測される坑底圧は、理論的密閉(2・1・1参照)の場合より低くなる。したがって直線をひくに当っては適当に判断して、そのような部分は無視しなければならない。その際無視されるべき観測値のプロットは直線より必ず下側にあるべきことに留意すべきである。

[3] 2・2(3)の性質によって P_0 を求める。

[4] 2・2(4)の性質によって $(Kh)/\mu$ を求める。

3・3 $T, \bar{q}$ が与えられている場合

3・3・1 解析に用いる α が真でない場合の考察

実際には減退率が α である場合の坑底圧観測値を α と異なる減退率 α' の場合であるとみなして3・2[1]のプロットをおこなえば、点は直線上に列ばないである曲線上に列ぶ。この間の事情を検べるために、まず(3・1)における坑底圧降下 ΔP を

$$\frac{\Delta P}{\frac{0.183\mu\bar{q}}{Kh}} = \frac{\Delta P}{\Delta \bar{P}} = (1 - \alpha - 2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha \quad (3 \cdot 2)$$

のように書替えて無次元坑底圧降下に直し、これを縦軸下向に、 F を横軸左向に採って考察を進めることにする。そうすれば(3・2)の $\Delta P/\Delta \bar{P}$ はとりも直さず α の場合の F であるので、 $\Delta P/\Delta \bar{P}$ を正しい α に相当する F に対してプロットすれば、点は45°傾斜した直線上に列ぶことになる。ここで第3・1図において任意の δ について F の値に着目すれば、 $\alpha \equiv \alpha'$ なる α' に対してそれぞれ $F(\alpha) \equiv F(\alpha')$ であることがわかる。これは上述のようなプロットにおいて、 $\alpha > \alpha'$ の場合には45°線より左側へ、 $\alpha < \alpha'$ の場合には右側へ偏ることを意味している。しかも、その偏りは δ が小さいほど、また α' と α の差が大きいほど大きくなることと同じく第3・1図からわかる。要するに $\alpha \equiv \alpha'$ なるいろいろの α' によってプロットすれば45°線をはさんで左下の方へちょうどトランベットのよう開いた曲線群となるのである。

いま、これらの曲線への接線の傾斜(横軸となす角を ϕ とする)について少しく検討してみる。それは任意の δ の点では

$$\tan \phi = \frac{\frac{\partial}{\partial \delta} \left[(1 - \alpha - 2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha \right]}{\frac{\partial}{\partial \delta} \left[(1 - \alpha' - 2\alpha'\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha' \right]}$$

であるが、小さな δ と大きな δ のところで如何なる一般傾向にあるかを窺うために上式の $\delta \rightarrow 0$ および $\delta \rightarrow \infty$ における極限値を求めれば、

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \tan \phi = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha'} \quad (3 \cdot 3)$$

$$\lim_{\delta \rightarrow \infty} \tan \phi = 1 \quad (3 \cdot 4)$$

となる。(3・3)は δ の小さいところでトランベット型になる傾向を示し、(3・4)は δ が大きくなるほどすべての α' の場合が正しい場合に近づく、すなわち1つの直線に漸近する事情を示している。

具体例として $\alpha = 0.5$ の場合について第3・2図を示す。

第3・2図 トランベット型プロットの例

3・3・2 試行錯誤法による解析

3・2の解析操作は基本であって、そのような操作がおこなえるように観測資料が整えられることが望ましいが、 T 、 $\bar{q}$ だけが与えられていて α が未知であっても、試行錯誤（trials and errors）の要領で適切な直線をひくことができる。すなわち α が未知の場合には、試行的に幾つかの α （試行の α を α' と書く）を選定して、おのおのの α' について3・2〔1〕の操作をおこなう。おのおのの α' に相当する点の系列は α' が真の α と一致していない限り曲線となり、しかも、 α' が α より大であるか小であるかによって、曲線の彎曲が逆となってトランベット状になることは、3・3・1において検討したところである。このような曲線群の中に適切な直線を選定するのは比較的容易であって、その直線が試行のいずれかの α' に相当するものにちょうど合致しないときには、その左右の試行 α' 値から、推定直線に相当する α の値を推定することができる。この際に2・2(6)に述べた性質を念頭におくことが望ましい。直線がひけたら、以下の解析操作は3・2〔3〕、〔4〕と同じである。この解析法は本法の特徴であって、資料として産出レート減退率が明確に与えられていない場合でも、真相へのより一層の接近を期待することができる。

3・4 T 、 q_1 が与えられている場合

3・4・1 実用基礎式

実際面においては、それなりのやむを得ない事情があるのだろうとは思われるが、産出期間に関する資料として T と q_1 だけしかわかっていない場合があることがある。これは $q_1 = \bar{q}(1-\alpha)$ なる関係で、 q_1 、 $\bar{q}$ 、 α が結

ばれているところから、一見3・3と同質の問題のような印象を与えないこともないが、3・3の場合は、 T と $\bar{q}$ したがって T と累計産出量が与えられてあるのに対して、この場合は累計産出量が与えられていないのであるから、問題としては本質的に異なるものである。このような場合の実用基礎式として(3・1)から次式を導く。

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_s - P \\ &= \frac{0.183\mu q_1}{Kh} \frac{(1-\alpha-2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha}{1-\alpha} \end{aligned} \quad (3.5)$$

ここで

$$\frac{(1-\alpha-2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha}{1-\alpha} = F_1$$

とにおいて $P: F_1$ のプロットをおこなえば、3・3・2における $P: F$ のプロットによる場合と同じように、試行錯誤法による解析を進めることができそうに一応は思われる。

F_1 の直読図表は必要とあれば、第3・1表の F 値を $1-\alpha$ で割って得た数値を用いて簡単に用意することができる。しかし第3・1図で読みとった F の値を $1-\alpha$ で割ることによって比較的簡単に求められるので、筆者の手元には専用図表は用意していない。

F_1 の値は計算してみればわかるとおり、任意の δ において α が増すほど増加する。このことは F の場合と逆の傾向であり、また $\partial F_1 / \partial \alpha$ が δ ばかりでなく、 α にも従属するものであることからわかるように、 α の値の如何によって α による F_1 の変化率は変わる。よ

するに P_s の推定精度をあげるためには、累計産出量またはそれと同等の価値を有する資料を予め整備するよう心掛けることが必要であるわけである。

3・5 多重産出試験の場合の解析

産出試験においてはビーンを幾種類か取替えて、それぞれの場合の産出能力を調べるとともに、最後の密閉期間において坑底圧の時間的変化が観測されることが多い。このような場合の産出レートの時間的変化は全体としてみればいわば鋸歯状であって、一定ないしは直線的または曲線の減退とはみなし得ない。しかし、1つ1つの鋸歯に相当する部分は、単純なる扱いを許し得るような事情にあるのが普通であるので、単一の場合よりは多少めんどうにはなるが、重畳の原理によって3・2の方法を適用することができる。その際おのおののビーンに相当する産出期間において、 T , $\bar{q}$, α がそれぞれ観測されていれば、

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_s - P \\ &= \frac{0.183\mu\bar{q}}{Kh} \left[\left\{ (1-\alpha-2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha \right\} \right. \\ &\quad + \frac{\bar{q}'}{q} \left\{ (1-\alpha'-2\alpha'\delta') \log \frac{1+\delta'}{\delta'} + 0.869\alpha' \right\} \\ &\quad + \frac{\bar{q}''}{q} \left\{ (1-\alpha''-2\alpha''\delta'') \log \frac{1+\delta''}{\delta''} + 0.869\alpha'' \right\} \\ &\quad \left. + \dots \right] \\ &= \frac{0.183\mu\bar{q}}{Kh} \left[F + \sum_1^n \left(\frac{\bar{q}^{(n)}}{q} F^{(n)} \right) \right] \quad (3 \cdot 9) \end{aligned}$$

であるから、3・2の F の代りに上式の [] の値を採用しさえすればよいのである。この式では最後の産出期間を特別扱いしているが、坑底圧が観測される密閉期間が最後の産出期間に引続いたものである場合には、坑底圧への影響、なにかずく時間的変化率は最後の産出期間の諸事情に最も強く左右されるためにそのようにしたわけである。換言すれば通常の事情のもとにおいては、前の方の産出の影響を補正的に取入れているということになる。ここで通常の事情とは、(3・9)において $\sum$ の中の項数が余り多くないこと——最後の産出時間 T に比べて非常に長いような場合が前にないことなどを含む。それは適当に短かく区切って考えれば、沢山の項数があることと同等となるからである。——および $\bar{q}^{(n)}/\bar{q}$ が極端に大きい場合がないということなどを意味する。なお直前に述べたことと関連するが、多重産出試験においてなるべく信頼度の高い解析結果を得るためには、 $\bar{q}^{(n)}/\bar{q}$ が小さいほどよいので、ビーンの取替順序は小さいものから大きいものへというのが望ましいことになる。

以上は、各鋸歯に当る産出期間の資料がよく整っている場合のことであって、もとより実際の現場作業にお

いてそのように資料が整備されることが望ましい。しかし何らかの事情によって不備の資料しかなく、それによって解析を試みなければならない場合について次に検討する。その際、各鋸歯に相当する産出期間において、それぞれの累計産出量がわかっていないような場合は、3・4において述べたような事情が重畳して存することになって、 P_s ばかりでなく、直線の傾斜したがって $(Kh)/\mu$ の推定にも確実性が薄らぐことになるので、坑底圧上昇現象解析用の資料としては、到底その資格がないとみなすべきであるから、ここでは各産出期間の α だけが不明である場合だけを検討する。

さて、そのような場合は、取りも直さず3・3において取扱った問題の重畳であるから、理論的には各産出期間における α の試行の数の組み合わせの数だけの試行を試みればよいということになる。たとえば最も少ない2重産出の場合に、おのおのに5個の α 試行するとすれば、全体としては $5 \times 5 = 25$ の試行をすればよいということになる。2重の場合ですらこのように多数の試行を必要とするぐらいであるので、3重以上ともなれば非常に大きな数となって、到底実用的には受入れ難い。ところで坑底圧の時間的変化、したがって直線の傾斜を実際に最も左右するものは、最後の産出期間の α であって前の産出期間のそれは鈍感である。その程度を窺うために、たとえば基本的のものとして第3・4図の如き場合を考えてみると

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{0.183\mu\bar{q}} &= \left[(1-\alpha-2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha \right] \\ &\quad + \frac{\bar{q}'}{q} \left[(1-\alpha'-2\alpha'\delta') \log \frac{1+\delta'}{\delta'} + 0.869\alpha' \right] \quad (3 \cdot 10) \end{aligned}$$

であるが、数値例として $t=0$ (α' の影響が最も強い場合である)、 $T'=T$, $\bar{q}'=\bar{q}$ で真の $\alpha=0.5$, 真の $\alpha'=0.5$ の場合に極端に $\alpha'=0$, および $\alpha'=1$ としてプロットしてみれば第3・5図の如くである。すなわち今

第3・4図 2重産出の説明図

第 3・5 図 2重産出の場合の試行例

の場合には、真でない α' によれば真の直線を中央にはさんで多少彎曲した2つの曲線になるが、 α の場合のように敏感ではなく、実用上はほとんど直線とみなせるような程度である。 α' の偏差が小さい場合や $\bar{q}_1/\bar{q} < 1$ の場合にはさらに事情は緩和される。また図示しては無いが、 $t = T$ の程度ともなれば、中央の直線と区別して示し得ない程度になってしまう。このようなことなどを考慮にいれば α , α' とともに未知の場合の試行としては、専ら α についておこなひ、 α' については、その時々事情判断に応じて適当な値を採用することで、実用的にはさしつかえないと思われる。

第 3・6 図 Horner 法における見掛産出レートの採り方の説明図

3・6 Horner の解析法の検討

3・6・1 Horner 法

Horner (1951) が提案した坑底圧上昇現象の解析法では、最終レートの値をもって一定レートの産出をしたものとみなし、一方、全産出量にみあうだけ産出時間を見掛上延ばすことを提案している(第3・6図(a))。これにはしっかりした理論的根拠はないが、定性的には一応の合理性をもった近似法であると思われるということは、既に序言において述べたとおりである。ところで通常の DST におけるが如く、最終レートが観測されない場合には上述の提案は採用できないから、解析に当たって必要とする見掛上の一定レートとしては、平均のレートが採用されるのが普通である(第3・6図(b))。こうなると特に θ の小さい時点において Horner 法によるプロットが彎曲して、直線になるべく適切に選定するという見地からは、望ましくない事情となることが理論的に推測される。

ここでは、これらの方法を直線的減退の場合に適用すればいかなる解析結果が招来されるかを検討する。簡単のために上に述べた2つの場合をそれぞれ H_1 法、 H_2 法と略称することにする。

3・6・2 H_1 法による解析事情

この方法は 第3・6図(a) の記号にしたがって、

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_s - P \\ &= \frac{\mu q_1}{4\pi Kh} \ln \frac{T' + \theta}{\theta} \\ &= \frac{0.183\mu q_1}{Kh} \log \frac{1 + \delta'}{\delta'} \end{aligned} \quad (3 \cdot 11)$$

なる等式が、近似値に成立するとみなすことを根拠としている。(3・11) では直線の傾斜が q_1 に比例することを意味しているが、本論文において新たに提案した解析法(以下においては F 法と略称する)や、後述の Odeh の解析法(O 法と略称)との比較を便ならしめるために、

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{0.183\mu \bar{q}}{Kh} \frac{q_1}{\bar{q}} \log \frac{1 + \delta'}{\delta'} \\ &= \frac{0.183\mu \bar{q}}{Kh} (1 - \alpha) \log \frac{1 + (1 - \alpha)\delta}{(1 - \alpha)\delta} \end{aligned} \quad (3 \cdot 12)$$

さらに

$$\frac{\Delta P}{\frac{0.183\mu \bar{q}}{Kh}} = \frac{\Delta P}{\Delta P} = (1 - \alpha) \log \frac{1 + (1 - \alpha)\delta}{(1 - \alpha)\delta} \quad (3 \cdot 13)$$

のように書替えて、 $\Delta P/\Delta P$ に対して

$(1 - \alpha) \log \left[\frac{1 + (1 - \alpha)\delta}{(1 - \alpha)\delta} \right]$ (以下において

第3・7図 H_1 法によるプロット（変形した場合）

 第3・8図 H_1 法によるプロット

は H_1 なる記号で示す) をプロットする形に直す。正確なる $\Delta P/\Delta P$ は (3・2) すなわち

$$\frac{\Delta P}{\Delta P} = (1 - \alpha - 2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha = F$$

であるから、けっきょく H_1 法は本質的には $F: H_1$ なる

プロットをする方法であることを意味している。

いろいろの α の場合について H_1 法によってプロットした点が列ぶ曲線群を第3・7図に示す。 H_1 法の趣旨は、本来いかなる α の場合でも 45° 傾斜線 ($\alpha=0$ の場合であって当然 H_1 法によって正しく解析される) に一致することを期待しているわけであるが、図が示すとおり $\alpha \neq 0$ の場合には α の値に応じてかなりの偏倚があり、また曲線の形は強いて表現すれば、S 字形をなして片側へのみ彎曲する性格のものでないことを示し、かつ、 α が大きいほど 45° 線から偏っていて H_1 法の期するところからはずれている。しかし $\delta \rightarrow \infty$ では 45° 傾斜線に近づき、また δ の小さいところでは曲線は直線的に移行し、かつ相互に平行になる傾向が図から窺われる。傾斜関係の事情を理論的に考察すれば次のようになる。すなわち曲線上の任意の点における接線が横軸となす角を ϕ とすれば、任意の δ においては

$$\tan \phi$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \delta} \left[(1 - \alpha - 2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial \delta} \left[(1 - \alpha) \log \frac{1+(1-\alpha)\delta}{(1-\alpha)\delta} \right] \end{aligned}$$

であるので、

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \tan \phi = \lim_{\delta \rightarrow \infty} \tan \phi = 1 \quad (3 \cdot 14)$$

となって、第3・7図の傾向を示すのである。これは δ の小さいところに重点をおいて直線をひけば、傾斜に関する限り、より正しい解析結果が期待できることを意味している。

既に指摘したように、 $F: H_1$ なるプロットは他法との比較に便ならしめるため、本質を変えないで H_1 法を変形したものである。しかし実際の解析操作では

$$P = \log \left[\frac{1+(1-\alpha)\delta}{(1-\alpha)\delta} \right]$$

(H_1' なる記号で示す) に対してプロットするのであるから、おのおのの α に相当する曲線の配列は第3・7図のようにはならないことに、特に実用的見地からは留意しておく必要がある。それを具体的に調べるために

$\Delta P/\overline{\Delta P} : H_1'$ でプロットしたものを 第3・8図に示す。これは坑底圧を $1/\overline{\Delta P}$ に圧縮して、 H_1 法でプロットした曲線群とみなすことができる。したがって H_1 法の立場からは、それから解析される直線の傾斜として

$$\frac{0.183\mu q_1}{Kh} / \Delta P = \frac{q_1}{q} = 1 - \alpha$$

を期待していることになる。これは α によって変わっているが、それは一定の q という条件のもとにいろいろの α の場合を考えるために、 α が大きいほど q_1 が小さく、したがって傾斜が小さくなる事情からきているものである。なおこの場合には (3・14) に相当する関係として

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \tan \phi = \lim_{\delta \rightarrow \infty} \tan \phi = 1 - \alpha \quad (3 \cdot 15)$$

が導かれる。

さてこのようにプロットすれば曲線群は $\alpha=0$ に相当する 45° 傾斜線の左側に移り、かつ、 α が大きいほど 45° 線から離れるが、おのおのの曲線が S 字形である点は 第3・7図の場合と同じである。この 第3・8図の傾向は実際の解析操作において遭遇するものであるが、既述のとおり本質的には 第3・7図と異なるところはない。

3・6・3 H_2 法による解析事情

この方法では

$$\Delta P \doteq \frac{0.183\mu q}{Kh} \log \frac{1+\delta}{\delta} \quad (3 \cdot 16)$$

第 3・9 図 H_2 法によるプロット

なる等式が近似的に成立するとみなすことを根拠としていることになる。 H_1 法の 第3・7図に相当する図を H_2 法の場合について示せば 第3・9図の如くである。なお図においては $\log \{(1+\delta)/\delta\}$ を H_2 なる記号で示しており、また H_2 の形からわかるとおり、第3・8図に相当する図もこの場合には上の図と同じとなる。さて、これをみてわかるように、曲線は H_1 法の場合のように S 字形にはならないし、 δ の大および小の領域における曲線の傾斜も異なっている。曲線上の任意の点における接線が横軸となす角を ϕ とすれば、任意の δ において

$$\tan \phi = \frac{\frac{\partial}{\partial \delta} \left[(1 - \alpha - 2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha \right]}{\frac{\partial}{\partial \delta} \log \frac{1+\delta}{\delta}}$$

であるから

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \tan \phi = 1 - \alpha \quad (3 \cdot 17)$$

$$\lim_{\delta \rightarrow \infty} \tan \phi = 1 \quad (3 \cdot 18)$$

である。これからわかるように、 δ が相当に大きいところゝ重点をおいて直線をひかなければ誤差が大きくなるが、 $\delta > 1$ の領域では、 H_2 法の方が H_1 法よりも正確なる解析結果を与える可能性を持っているのである。

3・7 Odeh の解析法の検討

3・7・1 Odeh 法

Odeh and Selig (1963) は産出レートが任意に変化する一般の場合への適用を目的として、Horner の解析法の改良を試みた。すなわち、かれらは本論文の 2・1 における同じように一般的の取扱いから出発し、 $\delta > 1$ なる領域に適用し得るものとして見掛産出時間 T^* と見掛産出レート q^* の算出式を誘導し、けっきょく

$$\begin{aligned} \Delta P &\doteq \frac{\mu q^*}{4\pi Kh} \ln \frac{T^* + \theta}{\theta} \\ &= \frac{0.183\mu q^*}{Kh} \log \frac{T^* + \theta}{\theta} \end{aligned} \quad (3 \cdot 19)$$

なる等式が成立するとみなすことに根拠をおく解析法を提案したのである。その際 T^* と q^* の算出式は

$$T^* = 2 \left(T - \frac{\int_0^T q \cdot t \cdot dt}{\int_0^T q \cdot dt} \right) \quad (3 \cdot 20)$$

$$q^* = \int_0^T q \cdot dt / T \quad (3 \cdot 21)$$

である。

3・7・2 Odeh 法による解析事情

産出レートが直線的に減退する場合に

第3・10図 Odeh 法によるプロット (変形した場合)

Odeh 法を適用し, T^* , q^* を正確に求めれば

$$T^* = \frac{3+\alpha}{3} T \quad (3 \cdot 22)$$

$$q^* = \frac{3}{3+\alpha} \bar{q} \quad (3 \cdot 23)$$

である。H₁ 法におけると同趣旨, 同要領で (3・19) を

$$\begin{aligned} \Delta P &\div \frac{0.183\mu\bar{q}}{Kh} \frac{q^* \log \frac{T^*+\theta}{\theta}}{q} \\ &= \frac{0.183\mu\bar{q}}{Kh} \frac{3}{3+\alpha} \log \frac{1+\frac{3}{3+\alpha}\delta}{\frac{3}{3+\alpha}\delta} \end{aligned} \quad (3 \cdot 24)$$

と書き替え, さらに

$$\begin{aligned} &\frac{\Delta P}{0.183\mu q} \\ &= \frac{\Delta P}{\Delta P} \div \frac{3}{3+\alpha} \tan \frac{1+\frac{3}{3+\alpha}\delta}{\frac{3}{3+\alpha}\delta} \equiv O \end{aligned} \quad (3 \cdot 25)$$

第3・11図 Odeh 法によるプロット

なる O を導く。正しい $\Delta P/\Delta P̄$ は F であるから $F:O$ をプロットすれば 第3・10図 の如くなる。

本来 Odeh 法の趣旨は, 同法によれば α の値のいかんにかかわらず, すべての曲線が $\alpha=0$ の場合の 45° 傾斜線に合致すべきはものである。しかし図が明瞭に示すとおり, α が 0 から離れるほど, 特に δ が小さいところにおいて 45° 線から偏倚している。もっとも $\delta > 1$ の領域においてはこの方法が意図するとおり, H₁ 法はもとより H₂ 法よりも改善されてはいるが (第3・7図, 第3・9図 と比較), Odeh 法自身もかれらの論文中的実例においておこなっているように, $\delta < 1$ の領域におけるプロットをおこなう場合が少なくないという実状を想起すれば, この方法も充分の用心のもとに適用されなければならないことになろう。

なお曲線への接線の傾斜については, 前述と同様の要領で

$$\tan\phi = \frac{\frac{\partial}{\partial\delta} \left[(1-\alpha-2\alpha\delta) \log \frac{1+\delta}{\delta} + 0.869\alpha \right]}{\frac{\partial}{\partial\delta} \left[\frac{3}{3+\alpha} \log \frac{1+\frac{3}{3+\alpha}\delta}{\frac{3}{3+\alpha}} \right]}$$

であるので、

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \tan\phi = \frac{(1-\alpha)(3+\alpha)}{3} \quad (3 \cdot 26)$$

$$\lim_{\delta \rightarrow \infty} \tan\phi = 1 \quad (3 \cdot 27)$$

である。

また

$$\log \frac{1+\frac{3}{3+\alpha}\delta}{\frac{3}{3+\alpha}} = \mathbf{O'}$$

において $\mathbf{F} : \mathbf{O'}$ をプロットすれば 第3・11図 となるが、これは H_1 法における 第3・8図 と 第3・7図 の関係の如く、第3・10図 に対応しているものである。第3・11図 は Odeh 法における実際の解析図の様相を、第3・10図 以上に具体的に示すはずのものであるが、 α の変化に伴う曲線の配列順序は変わらず、この点に関しては H_1 法の場合と事情が違っている。これは、 $q_1/\bar{q} = 1 - \alpha = H_1/H_1'$ 、 $q^*/\bar{q} = 3/(3+\alpha) = \mathbf{O}/\mathbf{O'}$ を比較した場合、 $\alpha = 0 \sim 1$ の変化に対して前者は $1 \sim 0$ と大幅に変化するのに対して、後者は $1 \sim 0.75$ と小幅にしか変化しないという事情の相違に由来しているものである。

3・8 各解析法の比較検討

前節までにおいて、産出が直線の減退型である場合に、F 法、 H_1 法、 H_2 法、O 法それぞれは、いかなる事情のもとに解析をすすめていることになるかを個別に理論的に考察してきた。相互の損失はそれらを見比べることによって把握できるわけであるが、その間の事情をより

一層明瞭ならしめるには、同一グラフ上に各方法によるプロットを描いてみればよい。ここでは、計算と実測の各1例によってそれを試みる。

きて同一グラフ上で比較して各方法の得失を窺うには、理想的な場合は単一のものとして図上に表わされ、各方法は皆そうなることを期待しているのであるという形にしないと、明瞭にその間の事情を把握しがたい。各方法それぞれ別々に理想的な場合があるという表現法では、相互の得失の比較は容易でない。そのために 3・6、3・7 においては、Horner 法、Odeh 法の本質を変えないでプロットの仕方を変形し、直線の傾斜はいずれも F法と同じく $(0.183\mu\bar{q})/(Kh)$ になるはずであるという形式のプロット法を導入した。すなわち各方法とも直線は F法——厳密に直線的に産出が減退する場合には、F法は理論的に正しい解析結果を与える方法であって、今の場合にはこの方法による直線が理想的なものであるとみなすことができる——のものと合致することを理想とするプロット法を採用していることになる。

第3・12図 は上述の要領で $\alpha = 0.5$ の場合の計算例を示したものである。比較検討の要点は次の如くである。

- (1) H_1 法では δ の小さいところに重点をおいて、直線をひけば、正しい傾斜になる傾向が強いが、その直線によって推定される P_s の値は真の値より小さくなる。 δ がきわめて大きくない中間的のところでは傾斜は過大となり、かつ推定 P_s 値は真値より大きくなる傾向にある。
- (2) H_2 法、O 法はともに δ の全域にわたって傾斜は過小に評価されやすいが、それは δ が小さいところほど特に甚だしい。したがって、十分に大きな δ の領域に重点をおいて直線をひくように心掛けなければならない。 $\delta > 1$ の領域では、O 法によるプロットはほぼ理想的のものに近づく。 H_2 法はそれよりやや劣っている。

第3・12図 計算例による各方法の比較

第3・12図 は $\alpha = 0.5$ の場合であるが、第3・7図、第3・9図、第3・10図 を参照すればわかるように、 $\alpha \neq 0.5$ の場合も α の大小に応じて、曲線が理想的直線から偏倚する度合が異なることは第3・12図 と同様である。

次に実例について比較を試みよう。実例としては、公表されたものによるのが公明であろうと考えられる。しかし遺憾ながら解析図は多くの文献にみられるけれども、解析上必要なすべての資料を明示してあるものは、Odeh (1963) のものを除いてはみつからないようである。よってここでは、その論文の2例のうち第1例の資料を借りることにする。なお第2例についても試みようとしたが、検討の結果油層条件、資料などに疑念を生じたの

第3・13図 実例による各方法の比較

で中止した。すなわち、それは double closed-in DST の例であって、前後2回の密閉期間があり、前の方で密閉後 30min に、1,954psig の坑底圧を現実に観測しているにもかかわらず、Odeh による P_s の推定値は 1,935 psig であるなどの矛盾があり、無限層の取扱を許し得る場合であるかどうかについて疑念を生じたので、取りやめたのである。

さて Odeh の第1例の解析結果を 第3・13図 に示す。図の左上に産出事情を示す。Odeh は3時間毎に平均産出率を示しているのを、それをそのまま図に示せば階段状となるが、恐らく現実はまだかな曲線的のものであったであろう。なお、この場合は図に点線で示したように、1.5h, 4.5h, 7.5h のところを1つの直線が通過するような事情になっており、推測をたくましくすれば、実際の産出率はほぼこの直線のようなものではなかったらうかとも思われる。この直線によれば q_0 , q_1 はそれぞれ 560bbl/day, 80bbl/day であるので、 $\alpha = (q_0$

$-q_1)/(2\bar{q}) \approx 0.75$ となる。この値は図のプロットをみれば無理のないものとみることができよう。

さて 第3・13図 においては、F 法としては $\alpha = 0.5$, $\alpha = 0.75$, $\alpha = 1.0$ の場合について3種のプロットが示してある。実際には他の α についても試みたのであるが、混雑を避けるため図示を省略した。これらの曲線群は 第3・2図 のトランペット型になるであって、3・3 に述べたような事情で適切な直線をひきやすい条件を提供している。上に $\alpha = 0.75$ なる数値について述べたが、直線をひくに当っては、この数値は予め未知であってよいのであり、実測値であるため、多少のバラツキがあることからする直線のひき方の任意性を認めるとしても、 $\alpha = 0.7 \sim 0.8$ ぐらいの値が直線をひくことによって求められるのである。なおこの実例は $\delta < 0.222$ では坑底圧が観測されていないので 第3・12図 に相当せしめて比較すれば—— α は異なるが——右上の一部に相当することになり、各方法によるプロットの理想からの偏倚がそれ

ほど大きくない領域であることは留意すべきであろう。

H₁ 法, H₂ 法, O 法などのプロット結果については多言を費すまでもなく, 図が明瞭にそれらの方法の評価を示している。事情はすべて第3・12図について上述したものと全く同じである。

この実例はたまたま油層条件が理論的に設定したものに近いことや, 産出レートが直線的減退型にきわめて近かったために, F 法の利点を明らかに示したものといえよう。これを逆にいえば, 産出がほぼ直線的減退型である場合に, F 法によって直線が求められない場合には, 油層条件について考慮を払わなければならないこととなる。そのような場合には, 坑底圧観測に当って産出時間

を長短いろいろに試みてみるのが望ましいこととなろう。いずれにしても, 筆者は今後多くの実際家によって実例についての検討が加えられることを希望したい。

参 考 文 献

- (1) D. R. Horner, 1951, *Proc. 3rd World Petr. Congr.*, Sec. II, p. 503
- (2) A. S. Odeh and F. Selig, 1963, *AIME Trans.*, 228, Part I, p. 790
- (3) 淵田隆門, 1967, 石油技術協会誌, 第32巻第1号, p. 30

淵田 隆門：坑底圧上昇現象に関する考察（第1報）石技誌, 第32巻第1号, p.30—36

正 誤 表

頁	行	誤	正
32	左, 上, 11	2・2・1	2・1・1
33	左, 上, 21	またはは指数……	または指数……
34	左, 上, 16	産出期を細分し,	産出期間を細分し,
36	左, 下, 8	$(\Delta P)_{\beta \rightarrow 0} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \dots\dots$	$(\Delta P)_{\beta \rightarrow 0} = \lim_{\beta \rightarrow 0} \dots\dots$
"	左, 下, 7	この左辺の代りに	この右辺の代りに
"	右, 上, 18	第2報	第3報