坑底圧上昇現象に関する考察 (第 3 報)*

淵 田 隆 門**

(昭和42年 2 月 2 日受理)

Some Considerations on Bottom Hole Pressure Build-Up Phenomena—(III)

—A New Method of Bottom Hole Pressure Build-Up Analysis
and Discussions on the Conventional Methods for Linearly or
Exponentially Declining Flow Rate Case—

By

Takato FUCHIDA

Abstract: The general aspects of the present study are summarized in “Abstract” of the first instalment.

This instalment deals with the explanation of the author's new method of bottom hole pressure build-up analysis for exponentially declining flow rate case. (to be continued)

4. 指数曲線の減退の場合の解析

後述の 4・4 においてわかるとおり、指数曲線の産出レート減退の場合を近似的に直線的減退とみなして解析しても、実用的見地からみれば許容できる解析結果が期待できるよう思われる。また解析操作が 3・2 の直線の場合と全く同じような要領のものであることから、Horner 法や Odeh 法によつて指数曲線の場合を解析した結果との比較についても直線の場合と類似の事情にあるはずである。よつて序言においてもことわつたように、本報告においては指数曲線の場合の取扱いを直線の場合に比べて簡略化した。

4・1 準備的事項

4・1・1 実用基礎式

3・1・1 における同じ理由によつて (2・15) を次のごとく書替えて実用基礎式とする。

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_s - P \\ &= \frac{0.183\bar{\mu}q}{Kh} \cdot \frac{0.4343\beta e^{-\beta\delta}}{e^{\beta}-1} [Ei\{\beta(1+\delta)\} - Ei\{\beta\delta\}] \quad (4 \cdot 1)\end{aligned}$$

* 第 1 報, 第 2 報はそれぞれ昭和42年 1 月号, 3 月号に掲載されている。この研究はさらに第 4 報につづく。

** 東京大学工学部資源開発工学科石油工学コース

そして

$$\mathcal{F} \equiv \frac{0.4343\beta e^{-\beta\delta}}{e^{\beta}-1} [Ei\{\beta(1+\delta)\} - Ei\{\beta\delta\}] \quad (4 \cdot 2)$$

とおけば、 $\mathcal{F}$ は 3・1・1 における F に相当するものである。したがつて $P: \mathcal{F}$ でプロットした解析図における $\overline{\Delta P}$ は $(\bar{\mu}q)/(4\pi Kh)$ ではなくて $(0.183\bar{\mu}q)/Kh$ となる。

4・1・2 実用図表

3・1・2 において F の図表を求めたのと同じように $\mathcal{F}$ の図表をまず用意する。その際パラメーターとしての β の値は一応任意に選定してよいわけであるが、ここでは直線の場合の第 3・1 図に対応させるために産出時間、平均産出レート、最終産出レートが等しいという前提のもとに $\alpha=0, 0.1, 0.2, \dots$ に対応する β の値を採用することにした。このようにすれば β の値には端数がつくので $\mathcal{F}$ 図表の利用に当つて、任意の β に対応する $\mathcal{F}$ の値を内挿的に読取るのに不便であることはわかつてはいるが、とりあえずは直線の場合との比較を便ならしめることに重点をおいたのである。

さて上述の条件では直線の場合と指数曲線の場合の産出状態の関係は第 4・1 図 (図中の点線については 4・4 において述べる) のごとくで、 α と β の関係は

第 4・1 図 直線的，指数曲線的の場合の関係説明図

第 4・1 表 減退率の表

α	β	$q_0/q_1=e^\beta$
0	0	1.00
0.1	0.207	1.23
0.2	0.432	1.54
0.3	0.675	1.96
0.4	0.946	2.58
0.5	1.256	3.52
0.6	1.620	5.06
0.7	2.065	7.89
0.8	2.660	14.3
0.9	3.600	36.5
1.0	—	—

$$\alpha = 1 - \frac{\beta}{e^\beta - 1} \quad (4 \cdot 3)$$

となり，第 4・1 表の数値が求められる。

パラメーターとしての β を以上のごとく選定して得られた $\mathcal{T}$ の数値を第 4・2 表に，図表を第 4・2 図に示す。なお，この場合に任意の δ についてみて各曲線の間隔は F の図表（第 3・1 図）の場合のように等しくはないが，それは 2・3 (6) に述べた事情を直接的に意味するわけではない。この場合は β の変化が等間隔ききみではないからそのような事情を窺うには適しないのである。

4・2 $T, \bar{q}, \beta$ が与えられている場合

3・2 の直線的の場合と全く同じ要領で次のごとく解析操作が進められる。

[1] 通常の方眼紙（ミリメーター・ペーパー）において，時点 θ における坑底圧観測値 P を縦軸に， θ に相当する $\mathcal{T}$ を横軸に採って点をプロットする。

[2] 2・3 (2) の性質によって，従来おこなわれているような要領と同じく，総合的にみて各点をなるべくよく通過するような直線をひく。after production の影響については 3・2 [2] において述べた注意を払う。

[3] 2・3 (3) の性質によって P_s を求める。

[4] 2・3 (4) の性質によって $(Kh)/\mu$ を求める。

4・3 $T, \bar{q}$ が与えられている場合

$T, \bar{q}$ だけがわかっていて β が不明の場合に——指数曲線の場合として扱った方が最も適切であるという他の情報がある場合に限るが——試行的に真相と異なる β を用いて 4・2 の要領によって解析したとすれば，その結果は 3・3・1 に述べたと同様の事情になり，したがって 3・3・2 と同要領の試行錯誤法による解析によって真相への接近を企図することができる。すなわち，トランペット型に列ぶ曲線群のうちから，またはそれらの間に内挿することによって最も直線的と思われるものを選定し，その直線について 4・2 の [3], [4] の操作を実施すればよい。

4・4 指数曲線の場合を近似的に直線的とみなして解析する場合

実際におこった産出が直線的よりはむしろ指数曲線的とみなした方がより近似的である場合，換言すれば $T, \bar{q}, \beta$ が前提できる場合には，4・2 の操作によって直接的に現象の解析ができるのであり，しかも，それは 3・2 の直線的の場合の解析操作と要領，手数は同じであるから特に直線的の場合に結びつけて考える必要はない。

しかし減退の事情が明らかでない場合には，たとえば産出レートが減退しているものであることがわかっていても，果して直線的とした方が近似的であるか，指数曲線的とみなした方がより近似的であるかは予め断定しがたい。そのような場合には手間をいとわずにいろいろの場合を想定し，3・3 および 4・3 の操作要領によって試行解析して最も真相に近い結果に到達することができるであろう。しかし実用的見地からすれば実的に許容できる範囲内の誤差補正のために多くの労力を割くことは賢明な策ではない。そのような意味から，実際には指数曲線の場合を近似的に直線的とみなして解析した場合に，あるいはその逆の場合に，どのような解析事情になるものであるかを吟味してみるのには意義あることと思われる。

第 4・3 図は第 4・1 表において対応する α と β を 1 組のパラメーターにして $F: \mathcal{T}$ をプロットしたものである。したがって各曲線は産出時間，平均産出レート，最終産出レートが等しいという前提のもとに，(1) $\mathcal{T}$ 軸を坑底圧軸とみなせば指数曲線の場合を直線的とみなしたプロット，(2) F 軸を坑底圧軸とみなせば直線の場合を指数曲線の場合とみなしたプロットを示すものとみることができる。この図からまずわかることは当然のことながら β したがって α が小さい場合には指数曲線的の

第4・2表 $\mathcal{F}$ の数値表

$\delta \backslash \beta$	0	0.207	0.432	0.675	0.946	1.256	1.620	2.065	2.660	3.600
0.001	3.000	2.786	2.566	2.346	2.120	1.888	1.650	1.406	1.148	0.875
0.003	2.524	2.356	2.184	2.010	1.831	1.647	1.455	1.259	1.050	0.823
0.010	2.004	1.886	1.763	1.639	1.511	1.377	1.238	1.093	0.935	0.762
0.030	1.536	1.459	1.379	1.298	1.212	1.123	1.028	0.929	0.818	0.693
0.100	1.041	1.003	0.962	0.920	0.875	0.828	0.777	0.722	0.660	0.586
0.300	0.637	0.622	0.605	0.588	0.570	0.550	0.528	0.505	0.477	0.442
1.000	0.301	0.298	0.294	0.290	0.285	0.280	0.275	0.268	0.262	0.253
3.000	0.125	0.124	0.123	0.123	0.122	0.121	0.120	0.119	0.119	0.117
10.000	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.040
30.000	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014
100.000	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004

 第4・2図 $\mathcal{F}$ の図表

第 4・3 図 指数曲線の場合を見掛上等価の直線的とみなした場合のプロット

第 4・4 図 指数曲線および直線の場合の坑底圧事情の説明図

場合と直線の場合の取扱いの互換が実用上は無理なくおこない得るということである。

さて第 4・1 図の産出事情の関係図からわかるとおり、産出の末期においては指数曲線の方の産出レートが直線の方より小さいから、 θ したがって δ の小さい領域においては前者の場合の方が後者の場合よりも坑底圧が高いことが容易に推測される。そして第 4・3 図は明瞭にそれを示している。すなわち、すべての曲線は太く示した 45° 傾斜直線——これは $\alpha=\beta=0$ すなわち一定産出レートの場合に相当するとともに、指数曲線的または直線の場合をそれぞれ正しく指数曲線的または直線的としてプロットした場合の解析直線でもあって、すべての場合を通じて解析によってそれに到達するのを理想とするものである。なお、ここでは坑底圧軸に $\Delta P/\Delta \bar{P} = (P_s - P) / \{ (0.183\mu q) / (Kh) \}$ を採っているために 45° の傾斜になるのであって、坑底圧軸に P を直接的に採る場合には一般に 45° の傾斜線にはならない。この点は 3. において詳説したところである。——より左上側に位置している。これは第 4・4 図について説明すれば、 ab を指数曲線の場合の真の坑底圧降下とすれば a 点は a' 点にプロットされるのが理想ではあるが、 β に対応する α に相当する F は ac であるために aa' だけ左にずれているわけである。ところで $ac=ba''$ であってこれは α において生ずるはずの直線の場合の真の坑底圧降下である。したがって解析曲線が 45° 傾斜線から左上側へずれているということは、指数曲線の場合は直線の場合よりは aa'' だけ坑底圧降下が小さいことを示していることになる。また逆の場合を考えて ac を直線的の

場合に実際に生じた真の坑底圧降下とすれば、この場合の α に対応する β に相当する $\bar{F}$ は ab であるために aa'' だけ理想から上方にずれている。 $ab=a'c$ はこの β における指数曲線の場合に生ずるはずの真の坑底圧降下であるから、直線の場合の方が指数曲線の場合より aa' だけ坑底圧降下が大きいことを示すのである。

ところで実際には指数曲線であるものを直線的として扱った場合に例をとれば、 a 点のプロットを理想点 a' に近づけるには F がもう少し小さければよいはずである。これは第 4・1 表に示した $\beta:\alpha$ の α よりも少し大きな α の方がより真相に近いプロット結果を与える傾向があることを意味している。このことはさらに産出時間と平均産出レートは等しいという前提のもとに指数曲線の場合に等価な直線の場合とは何かといえば、最終産出レートが等しいというよりはむしろ僅かに小さい場

第 4・5 図 指数曲線的 ($\beta=1.626$) の場合を直線的 (いろいろの α) 場合とみなしたプロット

合であるということを意味する。つまり第 4・1 図において示した点線のような傾向である。しかし点線が傾きすぎた場合すなわち α が大きすぎると 45° 傾斜線を越えて右下側へ移ってしまう。このことは試行的にいくつかの α を選んでプロットすれば曲線群はトランペットに近い型に分布し、正しく直線となるものはないはずであるけれどもほぼ 45° 傾斜線に近い位置に推定直線をひき得ることを示している。第 4・5 図は $\beta=1.620$ (第 4・1 表においてこれに対応する $\alpha=0.6$) の $\overline{q}$ をいろいろの α の場合の F についてプロットした計算例であるが上述の可能性をよく示している。太直線が 45° 傾斜線であって $\delta=0.001$ 附近では $\alpha \approx 0.63$ のプロットがそれに一致するようにみえるが、 δ が大きいところでは傾斜線より左上側になる。 $\alpha=0.7$ のプロットは $\delta=0.001$ 附近ではかなり右下側にずれているが、 $\delta=0.1$ 附近より δ の大きい領域では僅かではあるが左上側へ移行する。このように 45° 傾斜線とプロットによる曲線とが交叉することは第 3・2 図のトランペット型分布の場合にはないことであるので、この場合のこのような特殊事情は 45° 傾斜線の推定をするに当って念頭におくべきことである。さて 45° 傾斜直線さえ推定されれば P_s や $(Kh)/\mu$ が正しく評価できるのであるから解析の目的はそれで達せられる。ただし、その直線に相当する α の

値は第 4・1 図の点線で示したような場合のものであって、最終産出レートは実際のものと若干違っている。したがって密閉の時点における坑底圧観測値を拠りどころの 1 つとして Skin Factor を求めようとする算出式の誘導に当っては、そのような α の直線的減退の場合として扱ってしまうことには一般的には問題があるであろう。

4・5 指数曲線の場合の解析法総括

- [1] $T, \overline{q}, \beta$ がわかっている場合には 4・2 の要領によって解析する。
- [2] 指数曲線的であることがわかっているても $T, \overline{q}$ だけしか与えられていない場合には 4・3 の要領によって解析する。
- [3] $T, \overline{q}$ はわかっているが減退の型が不明の場合には、見掛上直線的に等価であるものとして扱い、4・4 の要領によって解析する。

参 考 文 献

- (1) 淵田隆門：1967，石油技術協会誌，第32巻，第1号，p. 30
- (2) 淵田隆門：1967，石油技術協会誌，第32巻，第2号，p. 60