原油の可採鉱量評価における確率モデル

平 川 誠 一*・磯 部 治 夫**・尾 上 哲*

A Probabilistic Model for Estimation of Oil Reserves

By

Seiichi HIRAKAWA, Haruo ISOBE and Satoru ONOE

Abstract: This paper presents an actual FORTRAN program of probabilistic model for uncertainty analysis in estimating oil reserves. Factors in this calculation are expressed by triangular probability distribution and uniform random numbers are generated by multiplicative congruence method. The authors consider the shape effect of triangular distribution on estimation of oil reserves. Acknowledgment is given to Dr. Paul J. Root, Associate Professor of Petroleum and Geological Engineering, University of Oklahoma for his valuable informations concerning with "Decisions under Uncertainty" in carrying out this study.

1. 緒 言

探鉱的因子を多分に含んだ油田の開発初期段階において、原油の可採鉱量計算に必要な各要素は、一義的に決められることが難しく、ある幅をもった情報として得られることが多い。このような場合、計算に必要な各要素を確率分布で表わし、乱数を有効に使用することによって、確率論的手法で可採鉱量を確率分布として求めることができる。これは、いわゆるモンテカルロ法の応用であるが、筆者らは、この方法で可採鉱量を求めるためのプログラムを開発し、具体的な計算例にもとづき若干の研究をおこなった。本研究は、著者の 1 人、平川が昨年オクラホマ大学石油工学科に海外出張し、同大学の油層工学担当の Dr. Paul J. Root 助教授から、不確定条件下での決定論 (Decisions under Uncertainty) についての知識を与えられたことにより、始まったといっても過言でない。したがって、Dr. Root、それからこの論文のプログラム作成に協力した藤永好宣氏 (東大、工学部資源開発工学科) に、筆者らは、深謝の意を表わす。

2. 原 理

原油の可採鉱量 N は、つぎの式から求められる。

$$N = N_i E_0 - n, \quad N_i = \frac{V \phi (1 - S_w)}{\beta_i}$$

ここに、 N_i : 原油の総鉱量 (kl), V : 油層の全容積 (m^3) [簡単にいうと、 $V = A \cdot h$, A : 油層の面積 (m^2), h : 有効層厚 (m)], ϕ : 油層の孔げき率 (小数), S_w : 油層の間げき水飽和率 (小数), β_i : 開発時以前の油層内の圧力および温度における原油の容積係数, N : 原油の可採鉱量 (kl), E_0 : 原油の採収率 (小数), n : 計算時までの原油の累計産出量 (kl)

もし、この油層が生産開始時以前、すなわち、 $n=0$ で、かつ、 N の計算に必要な各要素の値が不確定 (uncertainty) であり、それらをそれぞれ確率変数 (random variable) と見做せる場合に、 N の決定 (decision) 手段として、つぎの方法が考えられる。

連続確率変数 x のときには、それがあある値をとる確率 P_r は、 $P_r = \int_{-\infty}^x f(x) dx$ で表わされ、 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ が成り立つ。ここで、 $f(x)$ は確率密度関数 (probability density function) であり、また、その不定積分

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(\xi) d\xi$$

は累積分布関数 (cumulative distribution function) という。

いま、確率密度関数 $f(x)$ を三角形分布 (triangular distribution) であらわし、 x の下限値 (lower limit) を x_1 , most likely value (以下、仮りに最頻値と呼ぶ) を x_2 , 上限値 (upper limit) を x_3 とし、 $x_1 \leq x \leq x_3$ および $x_2 \leq x \leq x_3$ の範囲では、 $f(x)$ が直線的に変化し、さらに三角形の面積が 1 になるように考えると、

* 東京大学工学部資源開発工学科

** 東京大学工学部資源開発工学科 (現在出光興産株式会社開発部)

$f(x)$ は、つぎの式で表わせる。

$x_1 \leq x \leq x_2$ のとき

$$f(x) = \frac{2(x-x_1)}{(x_3-x_1)(x_2-x_1)}$$

$x_2 \leq x \leq x_3$ のとき

$$f(x) = \frac{2(x-x_3)}{(x_3-x_1)(x_2-x_3)}$$

したがって累積分布関数は

$x_1 \leq x \leq x_2$ のとき

$$F(x) = \frac{(x-x_1)^2}{(x_3-x_1)(x_2-x_1)}$$

$x_2 \leq x \leq x_3$ のとき

$$F(x) = 1 - \frac{(x-x_3)^2}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

さらにこれを x について解くと

$$x = x_1 + \sqrt{F(x)(x_3-x_1)(x_2-x_1)} \quad (0 \leq F(x) \leq F(x_2))$$

$$x = x_3 - \sqrt{(1-F(x))(x_3-x_1)(x_3-x_2)} \quad (F(x_2) \leq F(x) \leq 1)$$

と表わせる。

$F(x)$ と x は 1 対 1 に対応するから、 $F(x)$ を知ることによって x を求めることができる。そこで、 $(0, 1)$ 間の一様乱数のある数値を $F(x)$ の値として、上式に代入し、 x を計算させ、この操作を沢山の乱数についておこなう。すなわち、これは確率的要素を含む問題を、乱数の有効利用によって、処理しようとするのであって、いわゆるモンテカルロ法 (Monte Carlo Method) の応用である。本論文では、面積・有効層厚・孔隙率などの各要素を確率分布で表わし、乱数に応じて、各要素を決定し、原油の可採鉱量を確率論的に算出しようと考えた。

3. プログラミング

計算手順は図 1 のフローチャートに示す。さらに、説明を加えると、

- ステップ 1 原油の可採鉱量計算に必要な各要素について、下限値・最頻値・上限値の 3 つの値を 1 組のデータとして読み込ませる。
- ステップ 2 これら各要素の上限値と下限値とを用いて、原油の可採鉱量の上限値と下限値とを計算させる。
- ステップ 3 下限値と上限値の間を等分して、 m 個の区間に分ける。
- ステップ 4～9 乱数を発生させて、原油の可採鉱量計算に必要な各要素の大きさ (数値) を決定させる。
- ステップ 10 各要素の値を用いて、可採鉱量を計算させる。

図 1 フローチャート

ステップ 11 可採鉱量の算出値が、ステップ 3 で等分したいずれの区間に入るかを判定し、そこでカウントする。

ステップ 12 同じ操作を充分な回数までくり返し行なう。

つぎに使用した乱数は、 $(0, 1)$ の一様乱数であり、東京大学大型計算機センターのライブラリー プログラムの中の、37G5/TC/RUN1 という一様乱数発生プログラムを本研究に使用した。これは伏見正則・藤野浩二両氏の作成、山本敦子氏の改訂によるもので、計算方法 (発生方法) は乗算型合同式法である。すなわち

$$X_{n+1} = \lambda X_n \pmod{P}$$

$$\lambda = 5^{11}$$

$$P = 2^{31}$$

によって、乱数系列 $\{X_n\}$ を定めている。以上のようにして、本論文で原油の可採鉱量 N を計算させるために、図 1 のフローチャートに対応して開発したプログラムを表 1 に示す。このほかに図 2 のフローチャートに示す計

表1 プログラム

```

$LIBRARYG5 SEARCH MPJUT3
$      HARP
      DIMENSION DRES(1001),RES(10),N(10),II(10)
      READ(5,9000) THICKL,THICKM,THICKH,AREAL,AREAM,AREAH,
1  IPORL,PORM,PORH,SWL,SWM,SWH,FVFL,FVFM,FVFH,
      2REFACL,REFACM,REFACH,
9000 FORMAT(3F15.0)
1  RESH=THICKH*AREAH*PORH*(1.0-SWL)*REFACH/FVFL
  RESM=THICKM*AREAM*PORM*(1.0-SWM)*REFACM/FVFM
  RESL=THICKL*AREAL*PORL*(1.0-SWH)*REFACL/FVFL
  RESP=(RESH-RESL)/10.0
  RES(1)=RESL+RESP
  DO 12 I=2,10
    RES(I)=RES(I-1)+RESP
12 CONTINUE
  DO 13 I=1,10
    N(I)=0
13 CONTINUE
  WRITE(6,9200)
9200 FORMAT(1H1,30X,10HINPUT DATA)
  WRITE(6,9210)
9210 FORMAT(1H ,10X,12HLOWER LIMITT,9X,17HMOST LIKELY VALUE,3X,
112HUPPER LIMITT)
  WRITE(6,9220) THICKL,THICKM,THICKH
9220 FORMAT(1H ,2X,5HTHICK,3X,E15.7,5X,E15.7,5X,E15.7)
  WRITE(6,9230) AREAL,AREAM,AREAH
9230 FORMAT(1H ,2X,4HAREA,4X,E15.7,5X,E15.7,5X,E15.7)
  WRITE(6,9240) PORL,PORM,PORH
9240 FORMAT(1H ,2X,3HPOR,5X,E15.7,5X,E15.7,5X,E15.7)
  WRITE(6,9250) SWL,SWM,SWH
9250 FORMAT(1H ,2X,2HSW,6X,E15.7,5X,E15.7,5X,E15.7)
  WRITE(6,9260) FVFL,FVFM,FVFH
9260 FORMAT(1H ,2X,3HFVF,5X,E15.7,5X,E15.7,5X,E15.7)
  WRITE(6,9270) REFACL,REFACM,REFACH
9270 FORMAT(1H ,2X,5HREFAC,3X,E15.7,5X,E15.7,5X,E15.7)
  WRITE(6,9280) RESL,RESM,RESH,RESP
9280 FORMAT(1H ,10X,5HRESL=,E15.7,5X,5HRESM=,E15.7,5X,
1  5HRESH=,E15.7,5X,5HRESP=,E15.7)
  DO 8 I=1,10
    II(I)=I
8 CONTINUE
  DO 1111 J=1,1000
    DRES(J)=0.0
1111 CONTINUE
    IJK=0
    IR=1234567
2  CALL RUN1(IR,R)
    YFL=R
    THICK=THICKL+SQRT(YFL*(THICKM-THICKL)*(THICKH-THICKL))
    IF(THICK.LE.THICKM) GO TO 10

```

```

    THICK=THICKH-SQRT((1.0-YFL)*(THICKH-THICKL)*(THICKH-THICKM))
10  CALL RUN1(IR,R)
    YFL=R
    AREA=AREAL+SQRT(YFL*(AREAM-AREAL)*(AREAH-AREAL))
    IF(AREA.LE.AREAM) GO TO 20
    AREA=AREAH-SQRT((1.0-YFL)*(AREAH-AREAL)*(AREAH-AREA1))
20  CALL RUN1(IR,R)
    YFL=R
    POR=PORL+SQRT(YFL*(PORM-PORL)*(PORH-PORL))
    IF(POR.LE.PORM) GO TO 30
    POR=PORH-SQRT((1.0-YFL)*(PORH-PORL)*(PORH-PORM))
30  CALL RUN1(IR,R)
    YFL=R
    SW=SWL+SQRT(YFL*(SWM-SWL)*(SWH-SWL))
    IF(SW.LE.SWM) GO TO 40
    SW=SWH-SQRT((1.0-YFL)*(SWH-SWL)*(SWH-SWM))
40  CALL RUN1(IR,R)
    YFL=R
    FVF=FVFL+SQRT(YFL*(FVFM-FVFL)*(FVFH-FVFL))
    IF(FVF.LE.FVFM) GO TO 50
    FVF=FVFH-SQRT((1.0-YFL)*(FVFH-FVFL)*(FVFH-FVFM))
50  CALL RUN1(IR,R)
    YFL=R
    REFAC=REFACL+SQRT(YFL*(REFACM-REFACL)*(REFACH-REFACL))
    IF(REFAC.LE.REFACM) GO TO 60
    REFAC=REFACH-SQRT((1.0-YFL)*(REFACH-REFACL)*(REFACH-REFACM))
60  RESERV=THICK*AREA*POR*(1.0-SW)*REFAC/FVF
    IJK=IJK+1
    DRES(IJK)=RESERV
    IF(RESERV.GE.RES(1)) GO TO 70
    N(1)=N(1)+1
    GO TO 90
70  IF(RESERV.GE.RES(2)) GO TO 71
    N(2)=N(2)+1
    GO TO 90
71  IF(RESERV.GE.RES(3)) GO TO 72
    N(3)=N(3)+1
    GO TO 90
72  IF(RESERV.GE.RES(4)) GO TO 73
    N(4)=N(4)+1
    GO TO 90
73  IF(RESERV.GE.RES(5)) GO TO 74
    N(5)=N(5)+1
    GO TO 90
74  IF(RESERV.GE.RES(6)) GO TO 75
    N(6)=N(6)+1
    GO TO 90
75  IF(RESERV.GE.RES(7)) GO TO 76
    N(7)=N(7)+1
    GO TO 90

```

```

76 IF (RESERV.GE.RES(8)) GO TO 77
   N(8)=N(8)+1
   GO TO 90
77 IF (RESERV.GE.RES(9)) GO TO 78
   N(9)=N(9)+1
   GO TO 90
78 N(10)=N(10)+1
   GO TO 90
90 ICT=1000-IJK
   IF (ICT) 3,3,2
   3 WRITE(6,9410) (II(I),N(I),I=1,10)
9410 FORMAT(1H,5X,15,I10)
   STOP
      END
$      IEDIT MPJUT3
$RUN1      HARP
      SUBROUTINE RUN1(IR,R)
      IR=IR*48828125
      R=FLOAT(IR)*0.4656613E-9
      RETURN
      END
$      DATA
9.0      17.0      25.0
5000000.0      18000000.0      44700000.0
0.25      0.25      0.25
0.18      0.29      0.39
1.3      1.3      1.3
0.10      0.18      0.25
$      EOF

```

算方法も試みたが、これは本論文では参考資料として提示するにとどめておく(注)。

(注) 乱数の使用法

本文のフローチャートで示した乱数の使用法は、原油の可採鉱量の計算に必要な各要素の決定にあたり、別々の乱数使用の方法である。それとは別に、図2のフローチャートでは、1つの乱数のみを発生させ、その乱数ですべての要素を決定しようと考えてみた。これは理論的に多少不自然なやり方であるが、技術的に満足しうる結果が得られれば、時間が短縮できるので有効な試みと思う。本文に示した計算例においては満足な結果は得られているが、その所要時間は3秒で、本文の方法の4秒に対して1秒の短縮のみにとどまった。

4. 計算例

探鉱的因子を多分に含んだ油田の開発初期段階において、原油の可採鉱量計算に必要な各要素は、一義的に決められることが難しく、ある幅をもった情報として得られることが多い。例えば計算対象面積として、地震探鉱結果からの地下構造図にもとづく値、それから何らかの情報による油-水界面を推定考慮した値、さらに対象油

田近傍の既存開発油田の情報など加えて、上限値・最頻値・下限値を推測できる場合がある。また有効層厚・孔隙率・水飽和率の各要素も、各種検層結果およびコア試験結果を総合判断して、ある幅をもった数値としての情報がえられることがある。さらに、採取率は水押しエネルギーの有無、および強弱、さらに油層岩の性質などによって、上限および下限をもつ数値として期待されることがある。いま、ここで提示したプログラムにより、若干の計算をおこなうために、ある実在油田(油層)の開発初期段階でえられた情報にもとづき作成した資料(表2)を使用することにした。

さて、前述したフローチャートに示す繰返し計算の回数が少ないと、算出結果に乱数の配列の仕方の影響が出てしまう。そこで最初に計算試行回数と可採鉱量の確率分布との関係を調べ、計算試行回数の決定を試みた。表2の諸資料では、700回以上の試行をやれば充分であることが表3より知られる。700回の試行計算の結果、図3(10等分区分した結果)、図4(30等分区分)に示すような結果が得られた。この両図から知れるように、原油の可採鉱量が、700~800万klである確率が最も高いといえる。油田の開発進行により情報が増加すると、計算

図2 フローチャート (参考資料)

表2 計算例として用いた原油可採鉱量算出の各要素

	下 限 値	最 頻 値	上 限 値
油層面積 (km ²)	5.0	18.0	44.7
有効層厚(m)	9.0	17.0	25.0
油層の孔隙率	0.25	0.25	0.25
油層の水飽和率	0.18	0.29	0.39
原油の容積係数	1.3	1.3	1.3
原油の採取率	0.10	0.18	0.25

に必要な各要素のうち、1つの要素の上限值、下限値の幅が狭くなるにつれ、また、その値が1つの平均値で代表できるにつれて、モンテカルロ法応用による可採鉱量

表3 計算試行回数と可採鉱量の確率 (%) との関係

可採鉱量 (×10 ⁵ kl)	5.3 48.8	48.8 92.3	92.3 135.8	135.8 179.3	179.3 222.3	222.3 266.3
試行 回数	48.8	92.3	135.8	179.3	222.3	266.3
100	17	34	29	11	7	0
200	13	36	30	15	5	1
300	14	38	29	13	4	1
400	14	39	29	13	4	1
500	14	41	27	13	4	1
600	15	41	27	12	4	1
700	15	42	27	12	4	0
800	15	42	27	12	4	0
900	15	42	27	12	4	0
1,000	15	43	26	12	4	0

図3 原油の可採鉱量の確率分布 (10等分区間の場合)

図4 原油の可採鉱量の確率分布 (30等分区間の場合)

図5 有効層厚の確率分布の変化と算出結果の変化との関係

の値の上限値および下限値の差が小さくなる。

つぎに、可採鉱量計算に必要な各要素の確率分布と、算出された可採鉱量の確率分布との間の相関関係を調べた。その1例として、有効層厚の最頻値を変化させて、可採鉱量を計算した結果を図5に示す。最頻値が下限値に等しくなるような極端な場合は別として、上限値と下限値の間で最頻値が多少変化しても、結果に大きな影響はないことが知れる。この例示結果から推測するに、可採鉱量の算出値が、各要素を表現する確率分布の形状に大きく影響されないと思われるので、ここに採用した簡便な三角形分布は、この種の技術計算に有効なものであると考える。

5. 結 語

油田の開発初期段階において、原油の可採鉱量計算に必要な各要素が一義的に求められず、ある幅をもった情報として得られるような場合に、モンテカルロ法を応用しての推算方法をプログラムし、計算研究に備えた。この開発したプログラムを利用し、ある種の研究をおこなっている。そのうちの若干を計算例として、ここに提示した。すなわち、この計算に先立って、乱数の配列の仕方に影響されないまで、繰り返し計算をおこなう必要性にふれ、つづいて、可採鉱量計算に必要な各要素の確率分布の形状が、可採鉱量の算出結果に大きく影響しないことを計算から明らかにした。