原 著 論 文

堆 積 岩 試 料 の 残 留 磁 気

平川誠一*・加藤倅史*

(昭和46年11月5日受理)

Residual Magnetism of Sedimentary Rock Sample

By

Seiichi HIRAKAWA and Yoshibumi KATO

Abstract Direction and intensity of residual magnetism of rocks measured by Astatic magnetometer, are analyzed with vector analysis method or Fourier series analysis. The former is more popular, however the vector analysis is effective only in the case that curve of residual magnetism is typical sine curve. In another case this method is unsuitable, if the sample has not ideal shape or has magnetic anisotropy. Such samples can be analyzed only approximately by Fourier series expansion. In both cases, it is necessary to measure the curve of residual magnetism as precisely as possible.

The relationship between the results of analysis and precision of the measurement is studied in this paper. The authors also studied the cause of magnetic anisotropy of rock samples whose curve of residual magnetism are not sine curves by microscopic observation. The authors used computers for Fourier series analysis and for the correction of results of residual magnetic declination by a successive approximation.

1. 緒 言

岩石の残留磁気測定は、磁気探査結果解析上の補助資料として、あるいは岩石の残留磁気による地層の対比という点で、その測定および解析が重要なものとなっている。

衆知のように、無定位磁力計を用いての岩石試料の残留磁気測定結果の解析方法には、ベクトル解析法とフーリエ解析法とがある。前者の解析法の方が一般に用いられているが、この解析法は所定の形状および磁氣的均質等方性の試料での測定結果のみに適用することができると思われる。しかしながら、磁氣的に異方性を示す試料や理想的形状に整形不可能な試料での解析には、フーリエ解析法が有効であろうと着眼している。そのフーリエ解析および偏角の逐次近似補正を、迅速にかつ正確におこなう手段として、コンピューターの使用を試みた。さらに、磁氣的異方性と思われる試料の顕微鏡観察による確認もおこなった。

2. 残留磁気測定値の処理方法

2.1 ベクトルからの解析

一般に、残留磁気の測定用岩石試料は測定および解析しやすいように、立方体形に整形を施すのが普通である。そして、この中に存在する残留磁気は地球磁場と同様に考えることができる。この考え方にしたがって、試料中の残留磁気を図1に示すような状態での存在を仮定すると、その残留磁気 M は試料の各面に投影され、この投影された M_1 の方向と磁北 X 軸(試料採取時)とのなす角が偏角 α 、 M が水平面となす角が伏角 I である。図1において、残留磁気 M の投影されたベクトル M_1 は M_x と M_y とに、 M_2 は M_y と M_z とに、さらに M_3 は M_z と M_x とに分割できる。実際の測定では、 M_x 、 M_y 、 M_z とを実測し、下記の関係により残留磁気の偏角、伏角、強さが求められる。

$$M_1 = (M_x^2 + M_y^2)^{1/2}, \quad \alpha = \tan^{-1}(M_y/M_x)$$

* 東京大学工学部資源開発工学科

図1 岩石の残留磁気

$$M_2 = (M_y^2 + M_z^2)^{1/2}, \quad \beta = \tan^{-1}(M_z/M_y)$$

$$M_3 = (M_z^2 + M_x^2)^{1/2}, \quad \gamma = \tan^{-1}(M_x/M_z)$$

$$I = \cos^{-1}(M_1/M)$$

$$M = [1/2(M_1^2 + M_2^2 + M_3^2)]^{1/2}$$

したがって、 $\alpha, \beta, \gamma, M_1, M_2, M_3$ のうち、 α, β, γ 以外のどれか3つの組合せさえ得られれば、残留磁気の方角と強さが解析できる^{1), 2)}。無定位磁力計での残留磁気測定では、測定間隔90°, かつ最小限 M の X, Y, Z 軸成分のうちの2成分測定で、 M_x, M_y, M_z の3要素が求められ残留磁気の解析ができることになる。しかしながら、各軸成分の測定を行なうと、その利点としてシュミット等面積図解によって、 α, β, γ の誤差のめやすがつき、その結果 α, β, γ の補正が可能となる²⁾。すなわち、計測された各軸成分からの α, β, γ を図2に示すシュミット

図2 残留磁気方向のシュミット等面積図解法

等面積投影図*上に、各偏角の対応する軸 X, Y, Z に図のようにプロットすると、理想的には一点で交わる。それはそれぞれの偏角が

$$\tan \alpha \times \tan \beta \times \tan \gamma = 1.0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

という関係を満した場合成立する。これは、測定に誤差がなく、磁化が理想的な双極子のときで、多くの場合、 α, β, γ の3つの半平面の交りは球面三角形を形成することになる。そこでこの球面三角形の中心に位置する残留磁気の方角を、シュミット等面積投影図上で求めるか、各偏角を増減させ、逐次近似補正によって、(1)式を1.0まで収束し、残留磁気の方角を求める方法がとられている。

2.2 フーリエ解析による解析

残留磁気測定曲線の乱れた曲線の処理として、その測定におけるデータの周期現象 (2π 周期) のフーリエ解析を前報³⁾ では手計算でおこない、感應磁気分離、残留磁気曲線の浮き出させを試みたが、本文では、データ数の多い場合の処理を考慮して、コンピュータを使用するため、ここに改めてフーリエ解析の原理⁴⁾ を明らかにしようと思う。

データ数 $2n$ 個の関数値

$$f(u_\lambda) = y_\lambda \quad (\lambda = 1, 2, 3, \dots, 2n) \quad \dots\dots\dots (2)$$

が与えられることから、この関数の近似関数を $2n$ 項をもつ三角級数

$$g(u) = a_0 + a_1 \cos u + a_2 \cos 2u + \dots$$

$$+ a_n \cos nu + b_1 \sin u + b_2 \sin 2u$$

$$+ \dots + b_{n-1} \sin (n-1)u \quad \dots\dots\dots (3)$$

にとり、 $2n$ 個の分点 u_λ の位置でこれが関数値と一致するように、すなわち

$$g(u_\lambda) = y_\lambda \quad (\lambda = 1, 2, 3, \dots, 2n) \quad \dots\dots\dots (4)$$

となるように決定することができる。

分点を等間隔点

$$u_\lambda = \lambda \cdot 2\pi / 2n \quad (\lambda = 1, 2, 3, \dots, 2n) \quad \dots\dots\dots (5)$$

にとると、(3)式の係数決定が容易になるので、等間隔分点の場合について考える。

(4)式に、 $\cos\left(m\lambda\frac{\pi}{n}\right)$ を乗じて λ について辺々を加えると

$$\sum_{\lambda=1}^{2n} \cos\left(m\lambda\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(m'\lambda\frac{\pi}{n}\right) = 0 \quad (m \neq m')$$

$$\sum_{\lambda=1}^{2n} \cos\left(m\lambda\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(m\lambda\frac{\pi}{n}\right) = n \quad (m < n)$$

$$\sum_{\lambda=1}^{2n} \cos\left(m\lambda\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(m\lambda\frac{\pi}{n}\right) = 2n \quad (m = n)$$

なる関係式を使って

* 残留磁気の磁化方向の表現法として、シュミット等面積投影図が用いられるが、この図は偏角 α, β, γ の誤差のめやすを知る一方法ともなる。

$$a_0 = \frac{1}{2n} \sum_{\lambda=1}^{2n} y_{\lambda}$$

$$a_m = \frac{1}{n} \sum_{\lambda=1}^{2n} y_{\lambda} \cos\left(m\lambda \frac{\pi}{n}\right), (m=1, 2, \dots, n-1)$$

$$a_n = \frac{1}{2n} \sum_{\lambda=1}^{2n} (-1)^{\lambda} y_{\lambda}$$

を得る。同様に、係数 b_m は(3)式に辺々 $\sin\left(m\lambda \frac{\pi}{n}\right)$ を乗じて加えると

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\lambda=1}^{2n} \sin\left(m\lambda \frac{\pi}{n}\right) \cos\left(m'\lambda \frac{\pi}{n}\right) &= 0 \\ \sum_{\lambda=1}^{2n} \sin\left(m\lambda \frac{\pi}{n}\right) \sin\left(m'\lambda \frac{\pi}{n}\right) &= 0 \\ \sum_{\lambda=1}^{2n} \sin\left(m\lambda \frac{\pi}{n}\right) \sin\left(m\lambda \frac{\pi}{n}\right) &\equiv m \end{aligned} \right\} (m \neq m')$$

なる関係があるので

$$b_m = \frac{1}{n} \sum_{\lambda=1}^{2n} y_{\lambda} \sin\left(m\lambda \frac{\pi}{n}\right), (m=1, 2, 3, \dots, n-1)$$

を得る。ここで測定間隔 30° の場合 $2n=12$ で

$$u_{\lambda} = \lambda \frac{2\pi}{12} = 30^\circ \times \lambda, (\lambda=1, 2, 3, \dots, 12)$$

15° の場合 $2n=24$ で $u_{\lambda} = \lambda \frac{2\pi}{24} = 15^\circ \times \lambda, (\lambda=1, 2, 3, \dots, 24)$ となる。

この考え方から、残留磁気測定値(測定曲線)はこのフーリエ解析の原理に基づいて(3)式の三角級数に近似できる。試料が磁的に均質等方性であり、その形状が理想的なものであれば、感応磁気は一定であることから、フーリエ解析によって(3)式から次式が得られる。

$$g(u) = a_0 + M_1 \sin(u + \alpha) \dots \dots \dots (6)$$

しかしながら、試料中に生ずる感応磁気は、その形状が矩形のもの、あるいは磁的に不均質異方性の試料であると、試料の回転にともない地球磁場などによる感応磁気に強弱が生ずる。この場合には、(6)式のような略算式では表現できず、前述した(3)式で近似され、感応磁気は一定ではなくなる。

また、前述の偏角 α 、 β 、 γ の補正から、残留磁気 M の投影ベクトル M_1 、 M_2 、 M_3 の補正計算も可能である。すなわち、 α 、 β 、 γ の逐次近似補正より(6)式は、その補正量を δ とすると

$$g(u) = a_0 + M_1 \sin(u + \alpha) = a_0' + M_1' \sin[u + (\alpha + \delta)]$$

となり、 $a_0 = a_0'$ としてよいから補正したい M_1' は

$$M_1' = \frac{M_1 \sin(u + \alpha)}{\sin(u + (\alpha + \delta))} = M_1 \times \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + \delta)}$$

となる。同様に M_2 、 M_3 の補正もできる。

3. 処理結果の検討

3.1 ベクトル解析

岩石試料の残留磁気ベクトル解析は、その残留磁気測定値の中から感応磁気値を除外せねばならない。一般に

磁氣的等方性の堆積岩では、残留磁気測定曲線は 2π 周期の正弦曲線となるが、その基線の移動量、すなわち感応磁気値は無視できないほど大きく、残留磁気も火成岩に比してきわめて微弱な点、堆積岩試料では、測定値より感応磁気値を差引く操作が必要とされる。そこで、測定間隔を狭くし、綺麗な正弦曲線と正確な感応磁気値とを確認することが好ましいと考えて若干の測定をおこなった。その1例として、房総半島笠森層泥岩 No. 1 試料についての測定結果を図3に示す。

なお、図中の $+(x, y)$ 、 $+(y, z)$ 、 $+(z, x)$ は試料の測定面を示し、各々測定時の試料回転軸Z, X, Y軸での測定を表わし、また、 $-(x, y)$ 、 $-(y, z)$ 、 $-(z, x)$ は各軸を反転させての測定を表わす。これに基づき測定間隔 15° (データ数24個)とした場合、および 90° (データ数4個)とした場合の解析結果を比較して第1表にまとめた。この表から測定間隔の大小では、感応磁気値の計算のうえで、そのデータ数4個平均と24個平均との差が多少生じている。この感応磁気値は残留磁気の強さの算出値には余り響かないが、その方向解析に大きく響いてくる結果をもたらすこととなる。詳しくいうと、測定間隔 90° と 15° の場合の残留磁気 M には余り差は認められないが、偏角と伏角 I については差が生じている。このことは測定結果からのみならず、前述の理論式からも予想されることである。以上のことから、残留磁気測

図3 残留磁気測定曲線(笠森層泥岩 No. 1 試料)

表1 ベクトル解析結果(笠森層泥岩 No. 1 試料)

	測定間隔 90° データ数 4 個	測定間隔 15° データ数 24 個
感応磁気値 $+(x, y)$	14.47cm	13.98cm
$+(y, z)$	10.44cm	12.81cm
$+(z, x)$		12.92cm
偏角 α	$35^\circ 38'$	$38^\circ 38'$
伏角 I	$51^\circ 41'$	$46^\circ 37'$
残留磁気の強さ M	15.99	15.77
偏角 β	$46^\circ 17'$	$49^\circ 17'$
γ		$45^\circ 25'$

定曲線が綺麗な正弦曲線を示す試料では、ベクトル解析方法でも、試料数が非常に多い場合とか、残留磁気の方角・強さをめやす程度に知るときなど、それ程精度を要求しないときは2軸成分の測定、或は測定間隔を大きくとった測定でも差支えないと思われる。しかしながら、図4の浜忠層砂岩試料のように肉眼的観察では、一見均

図4 残留磁気測定曲線（浜忠層砂岩試料）

質等方性試料であっても後述の顕微鏡観察の項で例示するように、磁気的には均質でない試料もあり、この場合はその残留磁気測定曲線である正弦曲線に乱れが生ずる。このような試料はベクトル解析は適用できない。したがって、測定間隔を小さくとり、試料回転にともない如何なる感応磁気が生じているかを知ることが望まれる。また、さらに X, Y, Z の3軸成分の測定をおこなえば、シュミット等面積図解によって各偏角 α, β, γ 値

図5 偏角の逐次近似補正
(笠森層泥岩 No. 1 試料)

を補正することができる。図5は笠森層泥岩 No. 1 試料での算出偏角をシュミット等面積投影図上にプロットしたものである。各偏角の関係は(1)式で $\tan \alpha \times \tan \beta \times \tan \gamma = 0.875$ となるが、逐次近似による誤差補正の結果、38'の補正で1.00となった。以上のことから、試料の残留磁気測定間隔は小さく、且つ3軸成分の測定を行うことは好ましいと思われる。

3.2 フーリエ解析

笠森層泥岩 No. 2 試料、浜忠層砂岩試料についてフーリエ解析による解析をおこなった。このさい、測定データが12個の場合の処理は手計算で、データ数24個の場合は流れ図(図6)に示す手順でコンピューターを用いて計算した。なお、このプログラムには前述の偏角補正お

図6 流れ図

よびこの補正からのMの補正がサブプログラムとして用意されている。第2表はフーリエ解析でのデータ数12個と24個との場合について、両試料の解析値を比較したものである。この表から笠森層泥岩 No. 2 試料の残留磁気測定曲線は理想的な正弦曲線であり、データ数12個でも24個でも差がない。また、浜忠層砂岩試料でのその測定曲線(図4)は非常に乱れたものであり、データ数12個と24個との算出偏角 α, γ に2°程度の差が生じているがこれは誤差範囲にあると思われる。このような試料においては、従来行われているベクトル解析では解析が不可能であり、測定間隔を小さく取り測定をおこなえば、フーリエ解析によって十分に解析することができる。図4に示す残留磁気測定曲線から15°間隔で24個のデータを取り、フーリエ解析すると次の近似式が得られた。

表2 フーリエ解析結果

	笠森層泥岩 No. 2		浜 忠 層 砂 岩	
	データ数 12個	データ数 24個	データ数 12個	データ数 24個
α	24°01'	24°08'	30°13'	28°47'
β	54°06'	54°06'	80°29'	80°37'
γ	40°01'	39°37'	17°34'	17°34'
M_1	10.842 (13.763)	10.821 (13.821)	4.468 (8.808)	4.393 (8.854)
M_2	13.899 (12.408)	14.075 (12.404)	4.116 (5.876)	4.054 (5.921)
M_3	13.572 (12.504)	13.487 (12.567)	9.286 (6.992)	9.273 (7.079)
M	15.62	15.62	7.85	7.80
I	46°0'	46°0'	55°10'	55°40'

() 内の数字は感応磁気値

+ (x, y) 面の近似式

$$g(u) = 8.85 + 4.39 \sin(u - 28^\circ 47') + 10.17 \sin(2u - 28^\circ 44') + \dots$$

+ (y, z) 面の近似式

$$g(u) = 5.92 + 4.05 \sin(u - 80^\circ 37') + 1.16 \sin(2u - 64^\circ 59') + \dots$$

+ (z, x) 面の近似式

$$g(u) = 6.99 + 9.27 \sin(u - 17^\circ 34') + 10.33 \sin(2u - 51^\circ 45') + 0.77 \sin(3u + 53^\circ) + \dots$$

- (x, y) 面の近似式

$$g(u) = 5.50 + 0.67 \sin(u + 45^\circ 39') + \dots$$

- (y, z) 面の近似式

$$g(u) = 8.4 + 4.03 \sin(u + 52^\circ 11') + 10.34 \sin(2u - 55^\circ) + 1.18 \sin(3u + 71^\circ) + \dots$$

- (z, x) 面の近似式

$$g(u) = 6.39 + 8.90 \sin(u + 21^\circ 55') + 5.46 \sin(2u - 81^\circ) + \dots$$

試料の形状が立方体であることから、感応磁気は常に一定でなく方向性があると予想され、さらに上式の各面への投影ベクトル近似式からも、試料中の磁性鉱物が層状性偏在状態をなして存在していることが推察される。この点につき、次項で薄片により顕微鏡観察を行ない考察を加えてみた。なお、図7にこの試料でのフーリエ解析結果より感応磁気と残留磁気とを分離した測定曲線の分析図を示す。

4. 磁気異方性岩石試料の顕微鏡観察

浜忠層砂岩試料のフーリエ解析による解析結果(図7)から知れるように、その感応磁気は試料の回転にともない変化している。この磁気的異方性の起因が磁性鉱物の

図7 残留磁気と感応磁気との分離例

図8 岩石試料の顕微鏡観察スケッチ

層状性偏在によるためと予想した。そこで、この試料の各面の薄片を作製し、重鉱物の顕微鏡観察を行なった。図8は顕微鏡観察から重鉱物の偏在状態を模式的にスケッチしたものであり、+ (x, y), + (z, x), - (y, z) 面と - (z, x) 面の一部に、重鉱物の層状性偏在面が切断され現われている。これらの層面での測定では、この重鉱物の層が付加磁場の方向と平行状態にあるとき、より強く感応磁気が生じ、この強弱は試料の回転にともない、 2π 周期以下の周期現象を示す感応磁気である。前述した浜忠層砂岩試料での各面のフーリエ解析による近似式から知れるように、 $\pm(z, x)$, $+(x, y)$, $-(y, z)$ 面と $-(x, y)$, $+(y, z)$ 面との近似式では、後者の面での近似式の方が略算式であり、感応磁気の 2π 周期以下の現象はほとんどみられない程度といえる。このことは、 $-(x, y)$, $+(y, z)$ 面の測定では、重鉱物の層面が他の面の測定時より遠のき、磁気双極子近似される試料なら、その磁場が3乗で減衰することから、影響が少なくなったためと考えられる。泥岩試料では砂岩試料に比し

写真1 試料a部分の粒径

写真2 試料b部分の粒径

写真3 重鉱物の層状偏在 (a部分とb部分の境)

写真4 重鉱物の層状偏在 (b部分とb'部分の境)

て、粒径的にも磁性鉱物的にもほとんど均質としてよからうが、砂岩試料ではたとえ肉眼的に均質と思われても、堆積環境から磁氣的には均質等方性とは断言しがたいと考えた方が妥当であろう。この浜忠層砂岩試料では、肉眼的に多少粒径の面でも不均質と思われたが、写真1、写真2の倍率約62倍での透過光の顕微鏡写真では、粒径的に大分不均質であることがわかる。写真1は図8のaの部分撮影したもので、写真2はbの部分のものである。また写真3、写真4、試料中の磁性鉱物(重鉱物)の層状性偏在状態を撮影したものである。この写真から砂岩試料ではその堆積時において、重鉱物がその比重差によって粒径の異なる層の境に集中堆積しているといえる。

5. 結 語

無定位磁力計を使用して岩石試料の残留磁気を測定した場合、その測定結果から残留磁気の方角と強さを解析するのに、ベクトル解析法とフーリエ解析法とがある。前者の解析法が普通おこなわれているが、この解析方法は残留磁気測定曲線が理想的な正弦曲線を示す試料のみに適用することができる。しかしながら、理想的形状でない試料や磁氣的に不均質異方性の試料はこの曲線を示さない。したがって、この結果の解析にはベクトル解析法は適さない。このような試料は、フーリエ解析によって測定曲線の近似式を求め解析できる。磁氣的に不均質異方性と判断された試料について、顕微鏡で観察し確認している。なお、測定試料数が非常に多かったり、または測定精度を余り要求されない場合には、測定間隔を大きくとり、その残留磁気の解析をおこなっても差支えないと考える。いずれの解析法を用いるにしろ、堆積岩の残留磁気は非常に弱く、感応磁気を除外する上で、できるかぎり測定間隔は小さく正確な解析が望ましい。

謝辞：本研究の発表にあたり、筆者らの所属学科の理学博士佐藤光之助先生に粗稿の査読をお願いし、有益なる御助言を戴いた。ここに筆者らは謝意を表わすものである。

参 考 文 献

- 1) T. Nagata: Rock Magnetism, (Maruzen, Tokyo, 1961) p. 55.
- 2) 秋本俊一・小林和男: 磁気, (実験物理学講座 17, 1968) p. 235
- 3) 平川誠一・加藤俣史: 堆積岩の残留磁気測定, 石油技術協会誌, Vol. 34, No. 1, p. 8, 1969
- 4) 林 毅: 応用数学概論, (コロナ社, 1955) p. 173
- 5) 平川誠一・加藤俣史・藤永好宣: 堆積岩の残留磁気測定結果判読例, 日本鉱業会講演要旨, 1969