放射流を伴う多孔質物体の熱伝導率の研究

田中正三*・谷口啓之助*

山下秀*・秋林智*

Study on Lateral Effective Thermal Conductivity in a Radial Flow System

By

Shozo TANAKA, Keinosuke TANIGUCHI,
Shigeru YAMASHITA and Satoshi AKIBAYASHI

Abstract A method for determining lateral effective thermal conductivity in a radial flow system is presented. The analytical and experimental studies were carried by using a radial flow model. The experimental apparatus used is shown in Fig. 3 and Fig. 4. It was packed with glass-beases. The apparatus was designed as a wedge-shaped vessel (see Fig. 4). Lateral effective thermal conductivity may be calculated by Eq. (3) which is called Yagi and Kunii's equation. The relations between temperature, distance, flow rate and stagnant effective thermal conductivity etc. in a radial flow condition are expressed in Eq. (5), Eq.(6) and Eq. (10), respectively.

Then, stagnant effective thermal conductivity λ_0 and lateral effective thermal conductivity λ_e may be calculated from the measured value obtained in the experiments. The distribution of temperature in the radial flow model was estimated Eq. (8) by substituting the value of λ_e determined in this study. As the results, close agreement between measured and calculated values on the distribution of temperature was obtained.

1. 緒 言

石油の3次採取の一般化に伴い、地層の熱的性質の決定が重要な問題となってきた。地層の熱的性質を知るとは、地熱開発、地下水の人工かん養の際にも必要とするものであるから、今後ますます研究を要する問題であると思われる。われわれは地層の1次元流動に関する研究²⁾により、その有効熱伝導率は流体の平均流速の関数であることを明らかにした。油層中の流体の流動は放射流となるので、この場合の地層の有効熱伝導率は井戸よりの距離によって異なることになる。したがって油層の熱伝導率には、放射流を考慮した値を用いることが必要となる。本研究では、放射流を伴う地層に関して単純化したモデルを考え、矢木・国井の式¹⁾より有効熱伝導率を放射流速の1次関数として与え、理論的、実験的方法により流体が静止している時と流動している時の有効熱伝導率が自然状態のままで算定される方法を求めた。ま

た本研究で求めた流体が静止している時の有効熱伝導率の値を、昭和電工(株)製迅速熱伝導率計³⁾で測定した値および矢木・国井の式¹⁾よりの計算値と比較し、その値の妥当性を検討した。

2. 理 論

図1に放射流を伴う地層のモデルと座標系を示す。井戸より注入された温水は、上下の面の温度が一定である地層中を放射状に流れる。このモデルに関して、温水が注入されて熱的に定常になった時の熱収支の式は、

図1 放射流を伴う地層と座標系

昭和51年7月7日受理

* 秋田大学鉱山学部

$$-C_w \gamma_w v \frac{\partial T}{\partial R} + \lambda_R \left(\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial R} \right) + \lambda_\phi \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \lambda_Z \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = 0 \quad (1)$$

となる。ここで T はモデル内部の温度、 C_w は流体の比熱、 γ_w は流体の比重量、 v は放射流速、 R, ϕ, Z はそれぞれ円筒座標系の半径、角度、鉛直座標、 $\lambda_R, \lambda_\phi, \lambda_Z$ はそれぞれ半径、角度、鉛直方向の有効熱伝導率である。多孔質物体が熱的に均質で、熱流が井戸を中心に対称かつ温水注入中の流れによる熱輸送が半径方向の伝導伝熱を無視できるほど大きければ、(1)式は、

$$-c_w \gamma_w v \frac{\partial T}{\partial R} + \lambda_Z \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} = 0 \quad (2)$$

となる。放射流を伴う多孔質物体の有効熱伝導率は、矢木・国井の式¹⁾より、

$$\lambda_e \equiv \lambda_Z = \lambda_0 + a v \quad (3)$$

とした。ここで λ_e は放射流を伴う多孔質物体の流れと直角方向の有効熱伝導率、 λ_0 は静止流体を含む多孔質物体の有効熱伝導率、 a は流体の性質と多孔質物体の粒子の形状、粒径、熱的性質等により定まる係数で、本研究では一定であるとした。(3)式を(2)式に代入し、式を無次元化するために、 $\theta = (T - T_b) / (T_e - T_b)$ 、 $r = R/D$ 、 $z = Z/D$ なる無次元量を用いれば、(2)式は、

$$-\frac{1}{\alpha r + \beta} \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (4)$$

ただし、

$$\alpha = \frac{2\pi D \lambda_0}{C_w \gamma_w Q} \quad (5), \quad \beta = \frac{a}{C_w \gamma_w D} \quad (6)$$

となる。ここで T_e は温水の温度、 T_b は冷却水の温度、 D は地層の厚さ、 Q は注入流量である。(4)式の境界条件は注入される温水の温度が一定であれば、

$$\left. \begin{aligned} r &= r_w; \theta = 1 \\ r &> r_w, z = 0; \theta = 0 \\ r &> r_w, z = 1; \theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

と与えられる。ここで r_w は井戸半径の無次元量である。これより(4)式の解は、

$$\theta = 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-(m\pi)^2((\alpha/2)r^2 + \beta r)}}{m\pi} \sin(m\pi z) \quad (8)$$

となる。ただし m は奇数である。図2には(8)式より求めた r と θ の関係を示す。これらの計算値は後に記す実験より求めた $\lambda_0 = 0.00162 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ 、 $a = 0.0284 \text{ cal/cm}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ 、 $Q = 3.57 \text{ cc/sec}$ を用いて計算した結果である。なお図2の点線は半径方向の伝導伝熱を考慮した時の結果であるが、両者の差異はわずかであった。

次に温度分布より有効熱伝導率を求めるために、

$$\xi = (\alpha/2)r^2 + \beta r \quad (9)$$

図2 r と θ の関係 ($z=0.5$)

図3 放射流モデルの実験装置の概要

とおけば、(8)式は、

$$\theta = 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-(m\pi)^2 \xi}}{m\pi} \sin(m\pi z) \quad (10)$$

となる。いま井戸からの距離 r_1 と r_2 における温度 θ_1 と θ_2 を知れば、それらに対応する ξ の値は(10)式よりニュートン・ラフソン法を用いて求められる。それらの値を ξ_1 と ξ_2 とすれば、(9)式より定数 α と β に関する連立方程式が成立する。この連立方程式を解いて求められた α と β の値を用いれば、(5)式と(6)式から静止時の有効熱伝導率 λ_0 と係数 a が算定される。 λ_0 と a がわかれば、(3)式より油層内の各点の有効熱伝導率が計算される。

図4 ピエゾ・メーターと白金測温抵抗体の取付け位置 (単位はcm)

(a) 平面図

(b) 側面図

①～④：ピエゾ・メーター
⑤～⑨：白金測温抵抗体

図5 昭和電工(株)製迅速熱伝導率計

3. 実験装置と実験方法

図3に放射流モデルの実験装置の概要を示す。本実験装置は半径105cm、厚さ5cm、角度45°の扇形である。上下の面が厚さ1mmの銅板で、側面が厚さ5cmの塩ビ板で作られている。図4にピエゾ・メーターと白金測温抵抗体の取付け位置を示す。図4の(a)に平面図を、図4の(b)に側面図を示す。白金測温抵抗体は千野(株)製で0.25℃まで測定できる。冷却水の温度は本装置の上面の白金測温抵抗体により測定された。各測温抵抗体はすべて自記温度記録計に接続されて連続的に記録された。温水は

表1 ガラス・ビーズの粒度分布

フルイ目の開き mm	重 量 gr	累積通過率 %
0.4	17	100.0
0.3	11	50.0
0.25	6	17.6
0.15	0	0.0

表2 放射流モデルの実験条件

実験	注入流量 cc/sec	平均浸透率 darcy	冷却水温度 ℃	注入水温度 ℃
1	3.58	93.0	4.5	35.5
2	3.46	91.4	4.5	35.5
3	3.19	93.0	6.0	37.0
4	3.18	93.0	6.0	37.0
5	2.78	86.6	4.5	35.5
6	2.60	81.8	4.5	35.5
7	2.53	81.8	4.5	35.5
8	2.42	81.8	4.5	35.5
9	2.12	73.7	4.5	35.5

図6 温水注入時の $\ln(r_2/r_1)$ と $2\pi HK\Delta P/\mu Q$ の関係

ヘッド・タンクにより一定温度で半径0.35cmのパイプを通して注入された。流量はえつ流せきよりメス・シリンダーで測定された。熱伝導率の測定には、また図5に示す昭和電工(株)製迅速熱伝導率計³⁾が用いられた。本測定器の精度は指示値に対して±5%で、再現性は指示値に対して±2%である。

表3 $\alpha, \beta, \lambda_0, a$ の算定値

No. 1 測温抵抗体の位置②～③

注 入 流 量 cc/sec	α	β	λ_0 cal/cm ² ・sec・°C	a cal/cm ² ・°C
3.57	2.045×10^{-3}	5.214×10^{-3}	1.86×10^{-3}	2.607×10^{-2}
3.19	1.803 "	5.890 "	1.46 "	2.945 "
3.18	2.249 "	5.650 "	1.49 "	2.825 "
2.78	2.520 "	5.680 "	1.78 "	2.840 "
2.60	2.670 "	5.710 "	1.64 "	2.855 "
2.53	2.868 "	5.616 "	1.55 "	2.805 "
2.42	2.340 "	6.280 "	1.51 "	3.140 "
2.12	2.868 "	5.610 "	1.55 "	2.805 "

No. 2 測温抵抗体の位置②～④

注 入 流 量 cc/sec	α	β	λ_0 cal/cm ² ・sec・°C	a cal/cm ² ・°C
3.57	1.662×10^{-3}	6.130×10^{-3}	1.51×10^{-3}	3.065×10^{-2}
3.19	1.803 "	5.890 "	1.46 "	2.945 "
3.18	2.249 "	5.650 "	1.49 "	2.825 "
2.78	2.520 "	5.680 "	1.78 "	2.840 "
2.60	2.930 "	5.790 "	1.81 "	2.855 "
2.53	2.960 "	6.287 "	1.60 "	3.143 "
2.42	2.340 "	6.290 "	1.51 "	3.145 "
2.12	3.050 "	5.690 "	1.67 "	2.845 "

No. 3 測温抵抗体の位置③～④

cc/sec	α	β	λ_0 cal/cm ² ・sec・°C	a cal/cm ² ・°C
3.57	1.854×10^{-3}	5.880×10^{-3}	1.96×10^{-3}	2.940×10^{-2}
3.19	1.960 "	5.090 "	1.59 "	2.545 "
3.18	2.220 "	5.790 "	1.47 "	2.895 "
2.78	2.330 "	6.330 "	1.65 "	3.165 "
2.60	3.195 "	5.440 "	1.97 "	2.720 "
2.53	3.050 "	5.690 "	1.67 "	2.845 "
2.42	2.338 "	6.300 "	1.51 "	3.150 "
2.12	2.964 "	6.287 "	1.60 "	3.144 "

図7 温度の測定記録

4. 実験結果と考察

4.1. 放射流モデルのパラメーターの決定

本研究に用いられた放射流モデルの孔げき率、浸透率、粒度は次のように決定された。孔げき率は空気式比重計による方法と本実験装置の全体積に対する実験装置のガラス・ビーズの層を飽和するのに必要な水の体積の比より決定された。これらの測定値より本実験装置のガラス・ビーズの孔げき率は39.1%と決定された。

表1に本実験に用いたガラス・ビーズの粒度試験による累積通過率を示す。この表より累積通過率50%の粒径0.3mmをモデルの平均粒径とした。

本モデルの浸透率は実験装置に水を流し、水位と流量を測定し、ダルシーの式より求められた。その結果を表2に示す。この表よりモデルの浸透率は73.7~93.0darcyの範囲にある。

4.2. 実験条件の検証

本実験は表2に示すように注入流量2.12~3.57cc/sec 冷却水の温度4.5°C、注入する温水の温度35.5°Cの条件のもとで行なわれた。

1) 実験装置内の流れ

本実験装置において、パイプから温水を注入した時放射流となるかどうかを調べた。図6に実験結果を示す。この図の r_1 と r_2 はそれぞれ井戸からの距離($r_1 < r_2$)、 ΔP は r_1 と r_2 間の圧力差、 μ は流体の粘性である。これより実験装置のガラス・ビーズ層の中の温水の流れは放射流であることが知られる。

2) 実験の再現性

実験結果の再現性を調べるために、同一条件すなわち注入流量3.18cc/sec、注入水の温度37°C、冷却水の温度6°Cの下での温度分布について数回実験し、その結果を検討した。この結果の一部を図7の(a)と(b)に示した。図の①~⑥の曲線はそれぞれ测温抵抗体①~⑥の温度を示す。この図より(a)と(b)の両者の温度分布はよく一致している。よって本実験の再現性は良いとみることができる。

4.3. 実験結果

1) 理論式による計算値

表3に、さきに記した理論的方法より求めた静止流体を含む時の有効熱伝導率 λ_0 、係数 a 、定数 α と β の各値を示す。各注入流量に対する λ_0 の計算値を図8に示す。これより λ_0 の計算値は0.00146~0.00197 cal/cm·sec·°Cの範囲にあり、平均値は0.00162 cal/cm·sec·°Cとなる。また注入流量に対する a の計算値を図9に示す。これより a の計算値は0.02607~0.03165 cal/cm²·°Cの範囲にあり、平均値は0.0284 cal/cm²·°Cとなる。

図8 λ_0 の計算値

図9 α の計算値

表4 迅速熱伝導率計による熱伝導率の測定値

実 験	レ ン ガ の 熱 伝 導 率		ガ ラ ス ・ ビ ー ズ の 熱 伝 導 率	
	乾 燥 状 態 cal/cm・sec・°C	飽 水 状 態 cal/cm・sec・°C	プローブ表面が ぬれた場合 cal/cm・sec・°C	プローブ表面が ぬれない場合 cal/cm・sec・°C
1	0.0123	0.0193	0.00185	0.00171
2	0.0125	0.0197	0.00185	0.00178
3	0.0125	0.0197	0.00186	0.00178
4	0.0127	0.0195	0.00189	0.00185
5	0.0126	0.0195	0.00180	0.00191
平 均	0.0125	0.0195	0.00181	0.00181

図10 モデルの半径方向の温度分布($z=0.5$)

図11 モデルの鉛直断面温度分布 ($r=10$)

2) 迅速熱伝導率計による測定値

表4に、昭和電工製迅速熱伝導率計³⁾によるレンガとガラス・ビーズの熱伝導率の測定値を示す。まず乾燥時の熱伝導率が $0.0125 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ である検定用プレート（材質はレンガ）で迅速熱伝導率計³⁾の精度を調べたところ、表4に示すように測定値は $0.0123 \sim 0.0127 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ の範囲にあり、よって測定値の誤差は最大1.8%程度であった。また水で飽和した検定用プレートの測定値は $0.0193 \sim 0.0197 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ の範囲にあり、その平均値 $0.0195 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ に対する測定値のずれは $\pm 1.1\%$ で、再現性も良好である。

次にガラス・ビーズの熱伝導率は図5に示す小さな箱にガラス・ビーズと水と一緒に充てんして測定された。表4より水を含むガラス・ビーズの熱伝導率の測定値は、測定用プローブの表面が水でぬれた場合 $0.00169 \sim 0.00186 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ の範囲にあり、測定用プローブの表面が水でぬれない場合 $0.00171 \sim 0.00191 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ の範囲にある。これより水を含んだガラス・ビーズの有効熱伝導率の測定値の平均として約 $0.0018 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ とみることができる。

4.4. λ_0 の値の妥当性

静止流体を含む時の放射流実験装置の有効熱伝導率 λ_0 について、さきに記した理論的方法よりの計算値 $0.00162 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ と迅速熱伝導率計よりの測定値 $0.00184 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ を比較すると、両者に大きな差がなく、この程度の差であれば、実験値より求められた λ_0 の値は十分精度のよい値と考えられる。また $\lambda_0 = 0.00162 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ の値は管径を5 cmと仮定し、ガラスの熱伝導率を $0.0013 \sim 0.0018 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ とした時の矢木・国

井の式³⁾よりの計算値 $0.0014 \sim 0.0017 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ の範囲内にある。以上のことから本研究の理論的方法よりの計算値 $\lambda_0 = 0.00162 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ は妥当の値であると考えられる。

4.5. 放射流モデルの温度分布

図10に、半径方向の温度分布の理論値と測定値を示す。図11に、鉛直方向の温度分布の理論値と測温抵抗体⑥、③、⑦による測定値を示す。これらの図の測定値は注入流量 3.57 cc/sec 、 2.78 cc/sec 、 2.12 cc/sec の時の結果で、理論値はさきに記した静止流体を含む時の有効熱伝導率 $\lambda_0 = 0.00162 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ と係数 $a = 0.0284 \text{ cal/cm}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ を(3)式に代入した値を用いて各注入流量ごとに計算された結果である。これより測定値と理論値はよく一致していることが知れる。また同一半径上の温度分布についても理論値と測温抵抗体⑧、④、⑨による測定値はよく一致した。その他の注入流量の時の温度分布についても同様であった。以上のことから、放射流を伴う時の有効熱伝導率を放射流速の1次関数で表わした $\lambda_e = 0.00162 + 0.0284 v \text{ (cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C)}$ の値の妥当であることが示された。

5. 結 言

本研究は、放射流を伴う多孔質物体の流れと直角方向の有効熱伝導率を放射流速の1次関数として与え、地層の有効熱伝導率を自然状態のままで算定する計算法を誘導し、この方法の妥当であることを示した。今後は、流動方向の有効熱伝導率についても研究し、この方法を一層実用的なものへと発展させる予定である。なお、本研究には文部省科学研究費一般研究(B)を用いた。

参 考 文 献

- 1) 矢木栄・国井大蔵, 1954, 充てん層の有効熱伝導率の研究: 化学工学, Vol. 18, No. 12, 576頁～587頁。
- 2) 秋林智・谷口啓之助・田中正三, 1975, 被圧砂れ帯水層の有効熱伝導率に関する研究(一次元モデルについて): 日本地下水学会誌, Vol. 17, No. 2, 19頁～29頁。
- 3) 伊藤芳朗・斉藤輝夫・南雲政博・馬場健三, 1975, 岩石の熱伝導率測定におけるBox-Probe法(熱線法)について: 地熱, No. 46, 35頁～45頁。
- 4) 東京天文台編, 1975, 理科年表。