原 著 論 文

円筒形油層内の水押しの挙動

秋林 智*・田中正三**・谷口啓之助*・高城秀夫*

(昭和57年10月1日受理)

Behavior of Water Drive in a Cylindrical Oil-Reservoir

By

Satoshi AKIBAYASHI, Shozo TANAKA, Keinosuke TANIGUCHI and Hideo TAKASHIRO

Abstract: In this paper equations of oil recovery and water-oil interface are derived for a water drive in a horizontal, cylindrical homogeneous oil reservoir by an extension of the Daalen and Domselaar's theory developed for a rectangular model. The influence of capillary forces are not taken into account. A necessary condition for the validity of the equations is that the water should underrun the oil.

Results of the cylindrical model are compared with those of the rectangular model. It is found that oil production curves of both models agree precisely when an angle between initial water-oil interface and cap rock is only 90 degrees, and that the interfaces of both models after water invasion become different shapes, respectively.

1. 緒 言

生産井の周りに掘削された多数の坑井から水を圧入し油の2次採収を行う際の排油機構を解明するには、円筒形油層内の水押しの挙動を調べることが必要である。水押し型排油機構に関する従来の理論的研究をみると、数値的手法では種々の油層条件下での水押しに関して詳細に研究されている(例えば、DOUGLAS, et al., 1959; KAZEMI, 1976)。それに対して解析的手法では直線流動や鉛直面内および水平面内の2次元流動の水押しについては多くの研究がなされている(DIETZ, 1953; De JOSSE LING de JONG, 1960; BECKERS, 1965; BEAR, 1970; DAALEN and DOMSELAAR, 1972)が、円筒形油層内の水押しに関する研究はみられない。

De JOSSE LING de JONG (1960) は、水・油の界面の変形を時間の関数として決定する厳密解法を提出した。しかしこの方法は、後述の近似解法に比較して莫大な計算時間を要するという欠点をもつ。一方 DIETZ (1953),

BECKERS (1965), DAALEN and DOMSELAAR (1972) 等は、実験の観察結果に基づいて傾斜直方形油層内の水押しにおける油の採取率と水・油の界面を決定するための近似解法を提出した。特にこの方法により得られた DAALEN and DOMSELAAR (1972) の理論解は、水平油層に対しても適用可能でかつ前述の厳密解法による理論解及び差分法などの数値解に比較して、油の採取率、水・油の界面の移動位置およびブレイクスルー時間等を予測するのに短時間でかつ容易に計算できるという利点をもつ。

著者らは、DAALEN and DOMSELAAR (1972) の理論解の利点に着目して、彼らの理論を図1に示すような水平円筒形油層内の水押しへ拡張しその挙動を理論的に求めるとともに、円筒形油層と直方形油層の両理論結果を比較検討した。

2. 理論解析

図1は、生産井の周りに水を圧入した場合の水押し型油層の円筒形モデルと座標系である。本問題を数学的に取り扱い易くするために、次の仮定を行う。

* 秋田大学鉱山学部

** 東北大学工学部

図1 生産井の周りから水を圧入した場合の円筒形油層モデルと座標系

(1) 油層は均質な多孔質岩よりなり、一様な厚さでかつ水平であるとする。

(2) 水は油の下を流れるものとする。

(3) 毛管作用を考慮しない。すなわち水・油の界面には堆水帯は存在しないものとする。

(4) 油層に平行な速度成分のみを考えるものとする。

(5) 流れは生産井を中心に対称であるとする。

(6) 油層および水・油は非圧縮性として取り扱う。

なお本論文に用いられた記号は、まとめて巻末に説明してある。

上記仮定より、図2に示すような油層内の微小体積要素(ABCDEFGH)の面(ABCD)を通過して生産井

(中心)に向う流量 dq は、ダルシーの法則を用いて

$$dq = v r d\theta dy = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial r} r d\theta dy \quad (1)$$

と与えられる。したがって生産井から距離 r における垂直断面 (abcd) (図2参照)を通過して生産井へ向う水の流量 q_w は

$$q_w = \int_0^y \int_0^{2\pi} v_w r d\theta dy = -\frac{2\pi k_{wor}}{\mu_w} y r \frac{\partial \Phi_w}{\partial r} \quad (2)$$

となる。同様に生産井から距離 r における垂直断面 (cdef) (図2参照)を通過する油の流量 q_o は

$$q_o = \int_y^h \int_0^{2\pi} v_o r d\theta dy = -\frac{2\pi k_{owc}}{\mu_o} (h-y) r \frac{\partial \Phi_o}{\partial r} \quad (3)$$

となる。

図2 円筒形油層の微小体積要素

連続の式は、水の流れる油層範囲では

$$\frac{\partial q_w}{\partial r} = -2\pi r \phi^* \frac{\partial y}{\partial t} \quad (4)$$

と与えられる。ここで ϕ^* は有効孔隙率で次式で定義される。

$$\phi^* = \phi(1 - S_{or} - S_{wc})$$

また油層内の任意の垂直断面を流れる全流量 ($q_o + q_w$) は、油層への水の圧入流量 q_i に等しくなければならないから、外に連続の式として

$$q_i = q_o + q_w \quad (5)$$

が与えられる。

水・油の界面には動的境界条件が必要である。そこで界面では水・油の圧力差は一定であるという BECKERS (1956) の仮定を用いる。この仮定と、すでに本問題では油層は水平でありかつ油層に平行な速度成分のみを考えたとした前述の仮定(1), (3)および(4)より、動的境界条件は

$$\frac{\partial \Phi_w}{\partial r} - \frac{\partial \Phi_o}{\partial r} = 0 \quad (6)$$

と与えられる。

いま式(6)に式(2)と式(3)を代入し、式(5)の関係をを用いて整理すれば、式(6)は

$$F_w = \frac{M^* Y}{(M^* - 1) Y + 1} \quad (7)$$

となる。ここで

$$F_w = \frac{q_w}{q_i} \quad (8)$$

$$M^* = \frac{\mu_o k_{wir}}{\mu_w k_{owc}} \quad (9)$$

$$Y = \frac{y}{h} \quad (10)$$

なお F_w は含水率に相当する。

次に F_w を用いて前述の連続の式(4)を無次元化すると

$$\frac{\partial F_w}{\partial R} = -2R \frac{\partial Y}{\partial t_D} \quad (11)$$

が得られる。ここで

$$t_D = \frac{q_i t}{\phi^* \pi l^2 h} \quad (12)$$

$$R = \frac{r}{l} \quad (13)$$

さて式(7)をみてわかるように F_w は Y のみの関数であることと

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial R} \right)_{t_D} \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial t_D} \right)_Y = \left(\frac{\partial Y}{\partial t_D} \right)_R$$

なる関係を用いれば、式(11)は次のように書き換えられる。

$$\frac{\partial F_w}{\partial Y} = -2R \left(\frac{\partial R}{\partial t_D} \right)_Y \quad (14)$$

図3 初期状態から水が浸入した円筒形油層の部分図(ケースI)

結局、式(14)が本問題の油層方程式の無次元形である。次に初期条件すなわち初期の水・油の界面位置 R_i (図3参照)を考慮して、式(14)を t_D に関して積分し、それに前述の動的境界条件の式(7)を Y で微分した式を代入すると、式(14)の解は

$$R_i^2 - R^2 = \frac{M^*}{\{(M^* - 1) Y + 1\}^2} t_D \quad (15)$$

と得られる。

よって式(15)は、圧入後の水・油の界面の移動位置を決

定する式である。

油の採取率 N_p を求めるために、初期の界面位置 R_i を次の2つのケースに分けて考える。

ケースI：図3に示すように水・油の初期の界面が生産井に交わっていない場合。

ケースII：図4に示すように初期の界面が生産井に交わっている場合。

まずケースIについて述べる。図3より、初期に油が占めている油層部分の体積 V_{oi} は

$$W = \frac{\{(M^* - 1)Y_e + 1\}^2}{M^*} \left\{ \frac{3(A - 1 + Y_e)^2}{A^3} \right\} \quad (30)$$

$$N_p = \frac{1 - Y_e}{(M^* - 1)Y_e + 1} W + \frac{(A - 1 + Y_e)^3}{A^3} \quad (31)$$

と与えられる。

以上の式(21), 式(25), 式(28) (ケース I) および式(29)～式(31) (ケース II) が, 円筒油層内の水押しの挙動を決定する最終的な式である。

3. 本モデルと直方形モデルの両理論結果の比較検討

ここでは, 油の産出曲線, 水・油の界面の移動位置等について本モデルの理論結果と均質でかつ水平な直方形モデルの理論結果 (DAALEN and DOMSELAAR, 1972) の比較検討を行う。ただし以下に述べる結果は, l/h が

10/1, β が 10° , 30° と 90° の 3 つの場合について M^* が 10 と 50 で計算された。

3.1 産出曲線の比較

図 5, 図 6 と図 7 は, それぞれ β が 30° (ケース I), 10° (ケース II) と 90° (ケース I) のときの本モデルと直方形モデルにおける油の産出曲線の比較である。ただし図 5 と図 6 では M^* が 10 の場合を, 図 7 では M^* が 10 と 50 の場合をそれぞれ例示している。図 5 と図 6 をみてわかるように, 本モデルの産出曲線は直方形モデルのそれに比較して下側にあり, 両モデル間の産出曲線が相違している。これは, 両モデル間の N_p の式の違いすなわち本モデル (円筒形モデル) では前述の式(1)に示すように流速が放射状流動式で与えられているのに対して直方形モデルでは直線流動式で与えられている (DAALEN

図 5 円筒形モデルと直方形モデルの産出曲線の比較 ($l/h=10/1$, $M^*=10$, $\beta=30^\circ$, ケース I)

図 6 円筒形モデルと直方形モデルの産出曲線の比較 ($l/h=10/1$, $M^*=10$, $\beta=10^\circ$, ケース II)

図7 円筒形モデルと直方形モデルの産出曲線の比較 ($l/h=10/1$, $\beta=90^\circ$, ケース I)

and DOMSELAAR, 1972) ように油層の形状の違いのみならず流動状態の相違によるものである。一方図7をみると、本モデルの産出曲線は直方形モデルの曲線と全く一致している。これは、 β が 90° のときでは前述の式(20)に含まれる A の値が無限大になる(式(17)参照)ので、本モデルの N_p の式が直方形モデルの理論式(DAALEN and DOMSELAAR, 1972)

$$N_p = \frac{1 - Y_e}{(M^* - 1) Y_e + 1} W + Y_e$$

と同じになることに起因している。

次に前述の式(20)をみると、水・油の界面が生産井に到

達しない間は、 Y_e の値は0となり、 N_p は W に等しくなる。すなわち圧入した水の量に等しい量の油が採取されることになる。したがって図7の産出曲線は初めは直線状に立ち上がっている。一方水・油の界面が生産井に到達した後では、 W の増加に対する N_p の増加傾向は次第に緩慢となり、産出曲線は凸状にわん曲するようになる。この直線部とわん曲部の接合点 P (図7参照)がブレイクスルーしたことを示す。したがってこの接合点 P での W の値と前述の式(12)および式(20)から、ブレイクスルー時間を求めることができる。また M^* の値が10から50へ大きくなると W の同じ値に対する N_p の値は小さく

図8 円筒形モデルと直方形モデルの水・油の界面の比較 ($l/h=10/1$, $M^*=10$, $\beta=90^\circ$)

なり(図7参照), 油の採取率は低下することになる。

3.2 界面位置の比較

図8は, β が 90° , M^* が 10, W が 0.05, 1.0, 2.0 のときの本モデルと直方形モデルにおける水・油の界面の移動位置の比較である。図中の実線は本モデルの結果であり, 破線は直方形モデルの結果(DAALEN and DOMSELAAR, 1972)である。図8をみてわかるように, 本モデルの界面は, W の同じ値での直方形モデルの界面に比較して生産井側へ移動するにつれて水平状態に近づきかつ下側にある。この傾向は, β が 90° で M^* が 50 のときにもまた β が 10° と 30° で M^* が 10 と 50 のときにも同様であった。これは, 先に述べたように両モデル間における油層の形状と流動状態の相違が起因していると思われる。

4. 結 言

直方形油層内の水押しに関する DAALEN and DOMSELAAR の理論が円筒形油層へ拡張され, 円筒形油層における油の採取率, 水・油の界面を決定する式が導びかれた。円筒形油層と直方形油層の両理論結果が比較され, 両者の水押しの挙動の一致点および相違点が明らかにされた。

特に円筒形モデルを用いることにより, 生産井の周りの多くの坑井から水を圧入した際の放射状水押しにおける垂直断面の水・油の界面位置および油の採取率等の予測が極めて短時間でかつ容易にできることになる。また本円筒形モデルの原理は, 例えば 7-Spot および 9-Spot のような圧入井の周りに多くの生産井がある場合の放射状水押しに対しても応用できる。

文 献

- BEAR, J. (1970): Two-liquid flows in porous media. *Advances hydroscience*, Vol. 6, edited by Chow, V. T., p. 169-193.
- BECKERS, H.L. (1965): The deformation of an interface between two fluids in a porous medium. *Appl. Sci. Res.*, Vol. 14, Sect. A, p. 101-125.
- DAALEN, F.V. and DOMSELAAR, H.R.V. (1972): Water drive in homogeneous reservoir—permeability variations perpendicular to the layer—, *Trans. Soc. Petr. Eng.*, Vol. 253, p. 211-219.
- De JOSSELING de JONG, G. (1960): Singularity distributions for the analysis of multiple-fluid flow through porous media. *J. Geophys. Res.*, Vol. 65, No. 11, p. 3739-3758.
- DIETZ, D.Z. (1953): A theoretical approach to the problem of encroaching and by-passing edge water. *Proc. Ned. Akad. Wetensch.*, B56, p. 83-92.
- DOUGLAS, J., PEACEMAN, D.W. and RACHFORD, H. H. (1959): A method for calculating multi-dimensional immiscible displacement. *Petro. Trans. AIME*, Vol. 216, p. 297-308.
- KAZEMI, H., MERRILL, L.S., PORTERFIELD, K.L. and ZEMAN, P.R. (1976): Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs. *S.P.E.J.*, December, p. 317-326.

記号の説明

- A : 油層の形状に関する無次元数 ($= \frac{l}{h} \tan \beta$)
- F_w : 含水率 ($= q_w/q_t$)
- h : 油層の厚さ
- k : 浸透率
- k_{owe} : 間隙水飽和率での油の浸透率
- k_{wor} : 残留飽和率での水の浸透率
- l : 油層の半径の長さ
- M^* : 易動度比 ($= \mu_o k_{wor}/\mu_w k_{owe}$)
- N_p : 油の採取率
- q : 単位時間当り流量
- q_o : 油の単位時間当り流量
- q_t : 単位時間当り全流量 ($= q_o + q_w$)
- q_w : 水の単位時間当り流量
- R : r の無次元量 ($= r/l$)
- R_e : r_e の無次元量 ($= r_e/l$)
- R_t : r_t の無次元量 ($= r_t/l = (A - 1 + Y_e)/A$)
- r : 円筒座標系の半径
- r_e : 生産井の半径
- r_t : 初期の水・油の界面の半径
- S_o : 油の飽和率
- S_{or} : 残油飽和率
- S_w : 水の飽和率
- S_{we} : 間隙水飽和率
- t : 時間
- t_D : 無次元量 ($= q_t t / (\phi^* \pi l^2 h)$)
- v : 半径方向の速度成分
- V_{ot} : 初期に油が占めている油層部分の体積の無次元量
- V_w : 初期の水・油の界面と水圧入後の界面間の油層体積の無次元量
- W : 初期の油の体積に対する水の累積圧入量の比
- Y : y の無次元量 ($= y/h$)
- Y_e : y_e の無次元量 ($= y_e/h$)
- Y_{et} : y_{et} の無次元量 ($= y_{et}/h$)

Y_i : y_i の無次元量 ($= y_i/h$)

y : 円筒座標系の高さ

y_o : 水・油の界面の高さ

y_{oi} : 初期に水・油の界面が生産井と交わった点の界面の高さ

y_i : 初期の水・油の界面の高さ

β : 初期の水・油の界面と帽岩のなす角

μ : 粘性係数

μ_o : 油の粘性係数

μ_w : 水の粘性係数

θ : 円筒座標系の角度

Φ : ポテンシャル

Φ_o : 油のポテンシャル

Φ_w : 水のポテンシャル

ϕ : 油層の孔隙率

ϕ^* : 有効孔隙率 ($= \phi(1 - S_{or} - S_{we})$)