ネットワークモデルによる浸透率の推算値と実測値の比較

千 田 佑*・田 中 正 三*

(昭和59年6月15日受付, 11月22日受理)

Comparison between Estimated Values of Permeability based on a Network Model and Experimental Ones

By

Tadashi CHIDA and Shozo TANAKA

Abstract: A pore size distribution of a porous medium is estimated, and using the distribution, permeability is also calculated on the basis of a two-dimensional network model.

The calculated values of permeability are compared with experimental ones. The calculation agrees well with the experimental results, when the size of the network is large enough. The agreement is better than that between the experimental values and the estimation on the basis of Carman's equation.

1. 緒 言

先に著者ら(千田・田中(1983))は二次元ネットワークモデルを用いて孔隙径分布と浸透率の関係について論じ、分布の広がりに応じて浸透率が変化することを示した。そして、毛細管束モデルから求められる浸透率と実測値の差異を修正するための補正係数(Purcellの係数)を理論的に求めることをも示した。

また著者ら(千田・酒井・田中(1984))は多孔質体中の毛細管力による液体の浸透挙動を二次元ネットワークモデルにより解析した。そして、浸透時間が短く、浸透高さが平衡高さに比べて低い場合には液体は完全に孔隙を満たしているが、浸透高さが高くなってくると液体の浸透は不完全となり液体の浸透が不可能な孔隙の存在することを示した。さらに、この結果から、多孔質体の孔隙径分布を求めることも示した。しかし、この孔隙径分布を求めるにあたってはモデルに含まれるいくつかのパラメータを同時に決定しなければならないためそれらのパラメータの値の組み合わせに多少の任意性が伴う恐れがあった。

本論文はこのようにして得られた孔隙径分布から前報(千田・田中(1983))の方法で浸透率の理論値を求め、実測の浸透率と比較することにより上述のようにして求められた孔隙径分布が妥当なものであるかどうかを検討するものである。

2. 浸透率の推算

いま、前報(千田・酒井・田中(1984))と同様にして固体粒子の充填体とみなせる多孔質体を考える。孔隙直径を d とし、その代表値として次式

$$d_{ao}=4\varepsilon/S(1-\varepsilon) \quad (1)$$

で定義される水力直径 d_{ao} [m]をとり、無次元直径 D を次のように定義する。

$$D=d/d_{ao} \quad (2)$$

ただし(1)式中の ε は多孔質体の孔隙率、 S [m²]は充填粒子の比表面積であり次式で表される。

$$S=6/D_p \quad (3)$$

ここに D_p は充填粒子の平均径である。

多孔質体を図1に示すように一定長さで直径に分布のある M_s 個のセグメントから構成される二次元ネットワークで表現できるものとする。このとき、各セグメントの直径は前報と同様にして定める。すなわち、図2のよ

図1 ネットワークモデルの概略図

* 東北大学工学部

図2 孔隙直径範囲の分割

うに最小直径 $D_{\min}$ 、最大直径 $D_{\max}$ を必要な大きさにとり、区間 $[D_{\min}, D_{\max}]$ を $D_1, D_2, \dots, D_{N-1}$ により N 個の小区間に分割する。各セグメントの直径はかならずいづれかの小区間に属しているはずであり、その所属区間を疑似乱数を用いて決定することができる。そのとき各小区間に分配されるセグメントの平均個数は M_0/N 個である。このとき分割点 $D_1, D_2, \dots, D_{N-1}$ の決定法が問題となる。もし孔隙径分布密度関数 $f(D)$ がわかっておれば、次式

$$\int_{D_{n-1}}^{D_n} f(D) dD = \frac{1}{N} \quad (4)$$

を満たすような D_n ($n=1, 2, \dots, N$ ただし $D_0=D_{\min}$, $D_N=D_{\max}$) を決定すればよい。もし孔隙径分布が未知であれば(3)式による D_n の決定はできない。この場合には前報のようにあらかじめ D_n ($n=1, 2, \dots, N-1$) の値を仮定し疑似乱数により各セグメントの直径を決定する。このようにして決定された二次元ネットワークを用いて、例えば毛細管力による多孔質体内への液体の浸透挙動を解析し、実験結果と比較することができる。もし、解析結果と実験結果が一致しなければ、改めて D_n ($n=1, 2, \dots, N-1$) の値を仮定しなおせばよい。前報において上述の試誤法を用いて D_n ($n=1, 2, \dots, N-1$) の値を求めた一例は以下のである。

すなわち、 $D_{\min}=0.01$ 、 $D_{\max}=2.3$ とするとき $D_1, D_2, \dots, D_{N-1}$ の値は、0.5, 0.9, 0.94, 0.96, 0.975, 0.985, 0.995, 1.0, 1.005, 1.015, 1.025, 1.04, 1.06, 1.085, 1.11, 1.135, 1.16, 1.19そして1.25である。これらの値は直径8 mmのガラス管に充填した直径約0.1 mmのガラス粒子層における液体浸透量の実測結果とネットワークモデルによる解析結果との比較から求められたものである。 D_n ($n=1, 2, \dots, N-1$) の値がわかれば(4)式を用いて逆に孔隙径分布密度関数 $f(D)$ を推定することができる。それを示したのが図3である。直径範囲の分割数が必ずしも十分でなく、また分割幅も一様でないため、滑らかな曲線にはなっていないが、ほぼ妥当な孔隙径分布を示していると思う。

ネットワークモデルによる解析においては疑似乱数を用いており、さらに D_n ($n=1, 2, \dots, N-1$) の値を試誤法により決定しているので、 D_n の値は確定的なものではなくある程度の任意性をもっている。したがって例えば図3のようにして得られた結果が正しいものであるかどうかを別の観点から検討する必要がある。ここでは

図3 ネットワークモデルを用いて求めた孔隙径分布

図4 無次元浸透率 K とネットワークの大きさを示すパラメータ N_{so} の関係

前報(千田・田中(1983))で述べた方法により孔隙径分布から浸透率を理論的に求め、その結果と実測の浸透率 k との比較を行うことにより、上述の方法により求めた孔

隙径分布の妥当性を検討する。前報(千田・田中(1983))に従い前述の D_n ($n=1, 2, \dots, N-1$) の値をそのまま用いて浸透率を求めた結果が図4である。図4における縦軸の K は次式

$$K=32k/\epsilon d_{av}^2 \quad (5)$$

で定義され、無次元浸透率ともいうべきものである。ここに ϵ [—] は孔隙率、 d_{av} はネットワークモデルにおける細孔セグメントの平均径である。また横軸の N_{so} は二次元ネットワークモデルの一边を構成するセグメントの数であり、このときネットワークの全セグメント数 M_s は

$$M_s=2N_{so}(N_{so}+1) \quad (6)$$

である。

ネットワークモデルによる理論計算は疑似乱数を用いているため K の値にはばらつきがみられるが、全体的な傾向として無次元浸透率 K は N_{so} の増大とともに減少し $N_{so}>10$ でほぼ $K \approx 0.3$ 程度の値になることがわかる。 N_{so} が大きいほど実際の構造に近いと思われるから、ガラス充填層への浸透量より求めた孔隙径分布を用いて計算した無次元浸透率 K は約0.3であることが予想される。

前報(千田・田中(1983))でも述べたように無次元浸透率 K は Purcell の係数と同じものと考えられる。本研究で対象としたガラス充填層の Purcell の係数はほぼ0.3ということになる。

3. 実験および結果

図5に示すような簡単な装置を用いてガラス充填層の浸透率を測定した。充填層は平均直径0.087mmのガラ

図5 実験装置

ス粒子を直径73mm、高さ410mmの亚克力製円管に充填したもので孔隙率 ϵ は約0.36である。

入り口ヘッドタンクの高さを調節することにより入出口ヘッド差を300~700mmの範囲で変化させ、そのときの液流量を測定した。圧力差 ΔP [Pa] および液流量 Q [m³/s] から次式により浸透率 k [m²] を求めることができる。

$$k = \frac{Q}{A} \mu \frac{L}{\Delta P} \quad (7)$$

ただし、 A は断面積 [m²]、 μ は粘度 [Pa·s]、 L は充填層長さ [m] である。

用いた液体は水およびケロシンの2種である。ケロシンの密度は 0.8×10^3 kg/m³、粘度は 1.48×10^{-3} Pa·s である。

図6に実験結果を示した。ガラス粒子の平均径 $D_p=0.087$ [mm] の場合ヘッド差および液体の種類に関係なく浸透率の値はほぼ $k=4.3 \times 10^{-13}$ [m²] となっている。この図には充填ガラス粒子直径 $D_p=0.1$ および0.18の場合も示してある。

図6 浸透率の測定結果

4. 考察

測定された浸透率 k の値および実験条件より(5)式と同様に実測値に基づいた無次元浸透率 K_{ex} を得ることができる。すなわち、

$$K_{ex}=32k/\epsilon d_{av}^2 \quad (8)$$

である。(8)式より求めた K_{ex} を図6と同様ヘッド差に対してプロットしたのが図7である。この図からわかるように、無次元浸透率 K の粒径による差異は全くみられない。もちろん液物性による差異はない。また、実測値に基づいた無次元浸透率 K_{ex} の値は0.32, 0.34であり、その平均は0.33となっている。

二次元ネットワークモデルからガラス粒子層への液体浸透量より求めた無次元浸透率 K は、図4に示してある

図7 実測値から求めた無次元浸透率

ようにネットワークの大きさを示すパラメータ N_{so} の値によって変化する。 $N_{so}=10\sim13$ 程度のところでは $K=0.33$ となっており、ほぼ実測値に基づいた無次元浸透率 K_{ex} の値に近い。 K の値は N_{so} の値が十分大きいところで $K=0.3$ となっているが K_{ex} はこの値とも近似的に一致しており、二次元ネットワークモデルによる解析が妥当なものであることがわかる。

CARMAN (1937) によれば、浸透率 k は次式で表現される。

$$k = \frac{\varepsilon^3}{CS_a^2} \quad (9)$$

ここに C は KOZENY の定数であり、球形粒子の充填層の場合通常 $C=5$ である。また、 S_a は次式で定義される比表面積である。

$$S_a = \frac{6(1-\varepsilon)}{D_p} \quad (10)$$

S_a は(2)式で定義した S と次の関係がある。

$$S_a = S(1-\varepsilon) \quad (11)$$

いま、長さ l_p [m]、直径 d_{av} [m] の毛細管が $1m \times 1m$ の断面積当たり N_p 本存在するような細孔構造を考える。毛細管一本の体積は $l_p \pi d_{av}^2 / 4$ であり、また毛細管全体積が多孔質体の全孔隙率 ε に等しいことより次式を得る。

$$N_p l_p \pi d_{av}^2 / 4 = \varepsilon \times 1 \times 1 \times l_p \quad (12)$$

したがって、

$$N_p = 4 \varepsilon / \pi d_{av}^2 \quad (13)$$

となる。ところで、毛細管一本当たりの表面積は $\pi d_{av} l_p$ であるから、比表面積 S_a は次のようになる。

$$S_a = \frac{N_p \pi d_{av} l_p}{1 \times 1 \times l_p} = N_p \pi d_{av} \quad (14)$$

(14)式に(13)式を代入すれば次式を得る。

$$S_a = 4 \varepsilon / d_{av} \quad (15)$$

(15)式を(9)式に代入すれば次式を得る。

$$k = \frac{\varepsilon d_{av}^2}{16C} \quad (16)$$

(16)式を(5)式に代入し、 $C=5$ とすれば CARMAN-KOZENY の式にしたがう場合の無次元浸透率 K_0 を得ることができる。すなわち、

$$K_0 = 0.4 \quad (17)$$

となる。

本実験はガラス粒子充填層であるから CARMAN-KOZENY の式でほぼ表現されたと考えられる場合であるが、CARMAN-KOZENY の式から求めた無次元浸透率は $K_0=0.4$ と実測のものよりやや大きい。実測の無次元浸透率 $K_{ex}=0.33$ と K_0 が一致するためには(16)式における KOZENY の定数を概略 $C=6$ としなければならない。

CARMAN (1937) は、ガラス粒子を充填した場合に KOZENY 定数は実験的に $C=5\sim6$ となりうることを示しており、本実験における $C=6$ 、つまり $K_{ex}=0.33$ となることは妥当なものであろう。つまり、CARMAN-KOZENY の式では $K_{ex}=0.33$ を説明するのに KOZENY 定数 C を実験的に修正する必要があることがわかる。一方、二次元ネットワークモデルでは孔隙径分布に基づいて理論的に求めた無次元浸透率は十分実測値から計算された値に近いことがわかる。

図3に示した孔隙径分布密度関数は分布の裾が広がった形をしており、単純な理論分布式では近似できないようである。もし、実測の分布が理論分布式で近似的にでも表現できるようであれば、前報で述べたように無次元浸透率 K は孔隙径分布の標準偏差 σ により変化し、同じ孔隙率であっても σ の値によって大きく異なってくる。この点が、CARMAN-KOZENY の式と二次元ネットワークモデルの大きな差である。CARMAN-KOZENY の式を用いて実測値を整理するとき種々の補正を必要とするが、もし二次元ネットワークモデルを用いれば孔隙径分布から直接浸透率をほとんど修正することなく得ることができる。

以上のことから、多孔質層への液体浸透量より求めた孔隙径分布が、ほとんど任意性を伴わずに使用可能であることもわかる。

5. 結 言

前報の多孔質層への液体浸透量より求めた孔隙径分布に基づいて二次元ネットワークモデルを用いて理論的に浸透率を求め実測値と比較したところ、理論値と実測値の一致は極めてよいことがわかった。また、CARMAN-KOZENY の式より求めた浸透率は実測値のそれよりや

や大きい値であり、CARMAN-KOZENY の式を用いるためには KOZENY の定数を修正する必要があることもわかった。

以上のことより、多孔質層への液体浸透量から二次元ネットワークモデルを用いて求めた孔隙径分布は妥当なものであることがわかった。

なお、本研究への有益なご助言をいただいた下飯坂潤三教授(東北大学工学部)、本実験を進めるにあたり御助力をいただいた上杉恭弘(現エッソスタンダード石油㈱)並びに岸川祥一(現海外石油開発㈱)の両氏、並びにモデル計算に御助力をいただいた田中桂助手(東北大学工学部)に謝意を表します。

記 号

- A: 断面積
- C: KOZENY の定数
- D: 無次元直径 ($=d/d_{av}$)
- D_p : 充填粒子の平均直径
- d : 孔隙直径
- d_{av} : 平均孔隙直径
- $f(D)$: 確率密度関数
- K: 無次元浸透率 ($=32 k/ed_{av}^3$)
- K_c : CARMAN の式に基づく K
- K_{ex} : 実験結果に基づく K

- k : 浸透率
- L: 充填層高さ
- l_p : 毛細管長さ
- M_s : セグメント総数
- N: 直径範囲分割数
- N_{so} : ネットワーク一辺にあるセグメント数
- N_p : 単位面積当たりの毛細管数
- ΔP : 圧力差
- Q: 流量
- S: 比表面積 ($=6/D_p$)
- S_a : 比表面積 ($=6(1-\varepsilon)/D_p$)
- ε : 孔隙率
- μ : 粘度

引 用 文 献

- 千田 信・田中正三(1983): ネットワークモデルによる孔隙構造と浸透率の相関関係の解析. 石技誌, **48**(6), 439-444.
- 千田 信・酒井 昇・田中正三(1984): 多孔質体内の毛細管力による液体浸透挙動の基礎研究——二次元ネットワークモデルによる解析——. 石技誌, **49**(4), 207-221.
- CARMAN, P.C., (1937): Fluid Flow Through Granular Beds. *Trans. Chem. Engrs.*, London, **15**, 150.