論 文

ケーシングデザインへの非線形計画法の適用

三牧 敏太郎*・樋口 和敬**・矢川 元基***

(Received January 12, 1996 ; accepted January 28, 1997)

Optimum casing design by nonlinear programming

Toshitaro Mimaki, Kazuhiro Higuchi and Genki Yagawa

Abstract : Optimum design analysis in engineering is generally formulated as a problem of nonlinear programming. For casing design problem, there are combinatorial variables, integer variables, which select a casing to be used among alternatives. In spite of including integer variables, nonlinear programming may be able to optimize the casing design problem, since it has an enough optimization potential for continuous variable problem. In this paper, an application study is presented to verify the usefulness of nonlinear programming termed SUMT for casing design problem.

Key words : casing design, nonlinear programming, optimization

1. 緒 言

ケーシングデザインにあたり経済性の確保と信頼性の向上をバランス良く実現することは重要である。ケーシングデザインの最適化問題はグレード、肉厚と継手型式の異なる油井管（整数変数）の選択と、油井管群の区間長（連続変数）の決定とからなる混合整数計画問題として定式化される。目的関数または制約条件式が非線形な場合には、非線形混合整数計画問題となる。

しかし、線形整数問題の場合においても、一般的かつ強力な解法アルゴリズムを構成することは難しく、問題の特殊な構造を利用するなどして、局所最適解を求められれば良いとする現状である¹⁾。著者の一部は非線形混合整数問題の近似解法を提案し、ケーシングデザインへの適用例を示しているが²⁾、パソコンの処理能力（計算時間）の点からはいささか難点がある。一方、汎用性に

富む解法がいくつも提案されている非線形計画法は連続変数を対象としているためもあり、ケーシングデザインへの適用例は見られない。

著者らが非線形計画法を用いて、簡素化したケーシングデザイン問題を解いてみたところ、得られた設計案（収束解）はかなり良い最適解であることが分かった。そこで本論文では、試行したケーシングデザインへの非線形計画法の適用例と得られた収束解を報告するとともに、収束解の最適性の解析的な計算手順による評価例を示す。

2. 非線形計画法とケーシングデザイン問題の定式

2.1 非線形計画法

非線形計画法が対象とする問題は、最適設計や最適制御といった工学問題あるいは経営管理や生産計画などの OR（オペレーションズ・リサーチ）問題などと多様である。どのような問題にも有効に働く一般的な解法アルゴリズムを構成することは難しく、多くの解法が提案されている³⁾。本報では、制約条件付き非線形計画問題に対して適用例の多い、SUMT（Sequential Unconstrained Minimization Technique）^{4,5)}を用いた。解法の有効性をテストするための例題である Rosen-Suzuki の問

* 新日本製鐵(株)技術開発本部鉄鋼研究所 Steel Research Laboratories, Nippon Steel Corporation

** 石油公団石油開発技術センター Technology Research Center, Japan National Oil Corporation

*** 東京大学工学部 Faculty of Engineering, University of Tokyo

題を用いて非線形計画問題を紹介するが、同法の詳細は文献³⁾を参照されたい。

目的関数 f [式(1)] と制約条件式 h_i [式(2)] が与えられたとき、制約条件式 h_i を満たすなかで、目的関数 f を最小(最大)とする独立な連続変数 X_i を求めることを解くという。以下で、収束したときの目的関数値 f を収束値、独立変数値 X_i を収束解と呼ぶ。

・目的関数：

$$f(X) = X_1^2 + X_2^2 + 2X_3^2 + X_4^2 - 5X_1 - 5X_2 - 21X_3 + 7X_4 \quad (1)$$

・制約条件式：

$$\left. \begin{aligned} h_1(X) &= X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 \\ &\quad + X_1 - X_2 + X_3 - X_4 - 8 \leq 0 \\ h_2(X) &= X_1^2 + 2X_2^2 + X_3^2 + 2X_4^2 - X_1 - X_4 - 10 \leq 0 \\ h_3(X) &= 2X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + 2X_4^2 - X_1 - X_2 - X_4 - 5 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

・正解：(一般的には未知である。)

$$f = -44, X = (0, 1, 2, -1) \quad (3)$$

2.2 ケーシングデザイン問題の定式

本報の目的は、ケーシングデザイン問題へ非線形計画法を適用することにより、設計案の最適性を向上(油井管重量を最小化)させることにある。得られた設計案(収束解)の評価には、解析的に求められる最適解(解析解)が必要なので、簡素化した定式を用いた。

ケーシングデザインで通常考慮される荷重は、外圧、内圧と軸方向引張力(軸力)であり、多くのケーシングストリングは図1に示すように、いくつかのグレードなどが異なる油井管群のセクション(区間： $L_1, L_2, \dots$)で構成されている(コンビネーションストリング)⁶⁾。これより、ケーシングデザイン問題は油井管(グレード、肉厚と継手型式)の選択と、その区間長の決定とを独立変数とする最適化問題として定式化される。

図1 ケーシングストリングの例(4段組)

従来設計法の多くは、油井下部から区間ごとについての部分最適化の繰り返し計算である。このため上部区間に用いる油井管の選択にあたっては、既定の下部区間の油井管重量が制約条件となるので、必ずしも全体として十分な最適化を達成しているとの保証はない。その理由は、最適化の手順として用いられる組み合わせ計算による探索数 N_s [油井深さ/探索の単位長(例えば100 ft)] の対象油井管数のべき乗] が大きな値となるからである。

ここで、変数名を示す。 D_{FB}^* 、 D_{FC}^* 、 D_{FJ}^* ：設計係数(バースト強度、圧潰強度、継手強度)、 N ：ストリングの段数(区間数)、 P_{ca} ：二軸(軸力下の)圧潰強度、 P_{co} ：規格圧潰強度、 P_{ext} ：設計外圧、 X_i ：坑底から i 段目の区間長、 W_B ：坑底での作用圧力による浮力、 W_i ： i 段目の油井管の単位長重量、 W_J ：継手強度、 W_P ：管体降伏荷重、 W_{TOT} ：作用軸力、 $\$i$ ： i 段目の油井管の単位長費用、 σ_Y ：規格最小降伏強度、 σ_Z ：軸方向応力(W_{TOT} による応力)、 $\sigma_Z/\sigma_Y = W_{TOT}/W_P$ ：軸力比。次いで、用語を示す。作用圧力：ケーシング内外の差圧、設計圧力：作用圧力×設計係数、安全率(D_{FB} 、 D_{FC} 、 D_{FJ})：使用性能/作用圧力(または作用軸力)。

(1) ケーシングデザイン問題の定式

本報の定式は最も簡素化された例である。区間数 N の決定も最適化の項目であるが、 $N=1\sim5$ でのシミュレーションにより決定する。なお、坑底側から $i=1, \dots, N$ 段目と呼ぶ。

① 設計仕様 [数値例]

- ・油井深さ 5,250 m (17,225 ft)
- ・作用外圧 1,038 ksc (14,766 psi)：ソルト層下部
- ・作用内圧 383 ksc (5,448 psi)：坑口
- ・設計係数 バースト強度 $D_{FB}^*=1.22$
圧潰強度 $D_{FC}^*=1.125$
継手強度 $D_{FJ}^*=1.75$

・対象油井管 外径 7", 9つの肉厚をもつグレード
110HSS 油井管：その使用性能を表1に示す。

② 独立変数

- ・連続変数 X =各区間長 $X_i (=L_i)$
- ・整数変数 Y =各区間に用いる油井管

③ 目的関数(油井管重量)： $f = \sum (W_i \cdot X_i)$ ($i=1, \dots, N$)

④ 制約条件： h_i ($i=1, \dots, N$ の上下部)

- ・(バースト強度) $_i > (\text{作用内圧})_i \cdot D_{FB}^* = \text{設計内圧}$
- ・(圧潰強度) $_i > (\text{作用外圧})_i \cdot D_{FC}^* = \text{設計外圧}$
- ・(継手強度) $_i > (\text{作用軸力})_i \cdot D_{FJ}^* = \text{設計軸力}$

(2) 目的関数と制約条件式

最適化の目的関数 f は油井管費用 $\sum (\$i \cdot X_i)$ も考

えられるが、油井管重量 $\Sigma(W_i \cdot X_i)$ とする。費用と重量とは、定数である W_i と W_i の値は異なるが、非線形計画法の解法手順としては差異がないこと、また重量は費用よりも客観的に評価できるからである。

制約条件式は一軸応力法による3つの使用性能とする。

- ① 圧潰強度：対象油井管 ($\sigma_Y=110$ ksi) は最薄肉 (外径-肉厚比 $D/t=22$) においても、その圧潰様式は塑性圧潰 ($D/t < 26.2$)⁶⁾ なので軸力の影響を受ける。ここでは、軸力の扱いの異なる二軸圧潰強度の計算式を用いる。

・API 圧潰計算式⁷⁾ (3章)

$$P_{ca} = P_{co} [\{ 1 - 0.75(\sigma_Z/\sigma_Y)^2 \}^{1/2} - 0.5(\sigma_Z/\sigma_Y)] \quad (4)$$

・CIS 圧潰計算式⁸⁾ (4章)

$$P_{ca} = P_{co} [1 - 0.3(\sigma_Z/\sigma_Y)] \quad (5)$$

なお、圧縮軸力下では $P_{ca} > P_{co}$ となるが、その上昇分は考慮せず単軸での規格値 P_{co} とした。

- ② パースト強度：引張軸力下では、単軸での規格値より大きい、軸力の影響はなしとした。

- ③ 引張強度：支えるべき下部の油井管重量から浮力を引いた作用軸力である。なお、軸力は圧潰強度の計算式中の変数であり、上部での油井管選択の制約条件となることが分かる。

(3) 作用圧力 (差圧)

設計例の地層は、深さ3,950~4,800 m に極めて高い地層圧が存在するソルト層であり、またケーシング内が空になることを想定しているので作用外圧は極めて大きい。作用外圧と作用内圧を表2と図2に示す。なお、図2ではソルト層下部の最高の作用外圧 (1,038 ksc) を坑底まで同一として表している。

(4) コンビネーションストリングの考え方

ソルト層は局所的なので、以下のようなデザイン (最

大で5段組) とした。

- ① 坑口 (0 m) ~ ソルト層上部 (3,900 m) : 区間数 $N=1 \sim 4$ の多段組とする。この区間の設計外圧は、ソルト層上部での作用外圧が409 ksc であるので次式となる。

$$P_{ext}(X) = \{ 409 - (409/3,900) \cdot X \} \cdot D_{FC}^* \quad (6)$$

なお、変数 X はソルト層上部で $X=0$ m、坑口で $X=3,900$ m の値をとる。

- ② ソルト層上部 (3,900 m) ~ 坑底 (5,250 m) : 厚肉油井管の1段で設計する。1段目の区間長 $X_1=1,350$ m である。

3. API 圧潰計算式によるケーシングデザイン

簡素化された適用例ではあるが、坑底圧 (595 ksc) による浮力 (Pressure area method) を仮定する。なお、浮力の有無は収束解には影響するが、非線形計画法の解法手順には何らの影響は及ぼさない。その理由は (作用軸力) $\rightarrow$ (作用軸力-浮力) と置換すればよいからである。

非線形計画法を用いたデザインシステムによる、区間数ごとの設計案 (収束解) を表3に、圧潰強度と継手強度の安全率を表4に示す。パースト強度の安全率は (最薄肉管の規格値 = 613 ksc) $>$ (作用内圧 $\cdot D_{FB}^* = 468$ ksc) のため、有効な制約条件とはならないので記述は省略する。

以下に、各区間数 ($N=1 \sim 5$ 段組) における各段目に対する収束解の最適性評価を示す。

3.1 1段組の評価

この場合は使用可能な油井管の選択問題である。ソルト層下部での設計外圧 ($1,038 \times 1.125 = 1,168$ ksc) に対して、圧潰強度を確保できる肉厚は、表1より肉厚 ≥ 15 mm である。圧潰強度の確保からは設計可能な肉厚

表1 対象油井管の使用性能 (7", 110HSS)

No.	Wall thick. mm	Weight of pipe kgf/m	Strength			
			Collapse ksc	Burst ksc	Joint tonf	Body ¹⁾ tonf
1	8.1	34.23	404	613	330.7	332.0
2	9.2	38.69	580	700	375.1	376.6
3	10.4	43.16	790	789	420.0	421.5
4	11.5	47.62	894	876	463.6	464.8
5	12.7	52.09	999	962	478.1	507.5
6	13.7	56.55	1,100	1,044	478.1	546.8
7	15.0	61.02	1,223	1,140	478.1	592.8
8	15.9	63.55	1,308	1,208	478.1	624.5
9	16.3	65.48	1,346	1,237	478.1	638.0

Remarks: 1) Pipe body yield strength.

表2 作用外圧と作用内圧

Depth m	Design pressure ksc*	
	External	Internal
0	0	383
3,900	409	315
3,950	415	315
Salt zone	857	315
3,950		
4,800		
5,250	595	293

Remarks: *) Excluding design factor

図2 作用外圧と作用内圧の分布

における上部（坑口）での継手強度の安全率を表5に示す。いずれの肉厚も設計係数を確保できない($D_{FJ} < D_{FJ}^*$)ので、設計不可である。

ここで、1段目に肉厚15 mmを用いる場合の重量と浮力とを示しておく。

- ・重量 [区間長 $X_1=1,350$ m]: $X_1 \cdot W_1=82,371$ kg
- ・浮力 [坑底圧 (595 ksc)]: $W_B=45,576$ kg

3.2 2段組の評価

- ・収束解 $X_2=3,900$ (0~3,900) m,
肉厚= 9.2 mm: 坑口側
- ・ " $X_1=1,350$ (3,900~5,250) m,
肉厚=15.0 mm: 坑底側

1段目はソルト層上部までと短くなるので継手強度も確保できる。2段目下部での所要圧潰強度は $409 \times 1.125 = 460$ kscであり、最薄肉 (8.1 mm) は二軸圧潰強度 P_{ca} が不足する。次の肉厚 (9.2 mm) は作用軸力 W_{TOT} (36,795 kg) 下での P_{ca} を確保できる。

$$P_{ca}=580 \{ [1-0.75(36,795/376,600)]^{1/2}$$

表3 設計例の収束解 (API 計算式)

Section Total No.	Wall thick. mm	Weight of pipe W_i kgf/m	Section length X_i m	Weight of section ($W_i \cdot X_i$) kgf
1 1	None		5,250	None
2 2	9.2	38.69	3,900	150,902
1 1	15.0	61.02	1,350	82,371
			Σ 5,250	Σ 233,273
3 3	8.1	34.23	2,980	102,000
2 2	9.2	38.69	920	35,597
1 1	15.0	61.02	1,350	82,371
			Σ 5,250	Σ 219,968
4 4	8.1	34.23	2,980	} 102,000
(3) 3	"	"		
2 2	9.2	38.69	920	
1 1	15.0	61.02	1,350	
			Σ 5,250	Σ 219,968
5 5	8.1	34.23	2,980	} 102,000
(3) 4	"	"		
3 3	"	"		
2 2	9.2	38.69	920	
1 1	15.0	61.02	1,350	82,371
			Σ 5,250	Σ 219,968

Remarks: (1) "Section Total" are required and obtained (lower in ()) ones.

$$-0.50(36,795/376,600)] = 550 > 460 \text{ ksc}$$

2段目上部（坑口）での継手強度の安全率も確保できるので設計可能である。なお、1~2段目ともに圧潰強度を確保できる最薄肉なので、最適な油井管が選択されているといえる。

3.3 3~5段組の評価

3段組の収束解と4~5段組の収束解とは同じであった。すなわち、4~5段組では、最薄肉が連続した上部区間で採用されていた。

- ・収束解 $X_3=2,980$ (0~2,980) m,
肉厚= 8.1 mm: 坑口側
- ・ " $X_2= 920$ (2,980~3,900) m,
肉厚= 9.2 mm
- ・ " $X_1=1,350$ (3,900~5,250) m,
肉厚=15.0 mm: 坑底側

3.2節で説明したように、2段目までは圧潰強度を確保できる肉厚である15 mmと9.2 mmとを選択している。2段目は より薄肉の3段目が使用可能となるか、2段目自体の限界まで用いられる。3段目としては、外圧が小さくなるので最薄肉の採用が考えられる。表4に見るように、3段目 (8.1 mm) 下部での圧潰強度の安全

表4 収束解での安全率 (API 計算式)

Section Wall Total thick. No. mm			Safety factor			
			Collapse		Joint strength	
			Upper	Lower	Upper	Lower
1	1	None	X	X	X	X
2	2	9.2	10	1.343	1.999	10
	1	15.0	1.385	1.178	10	10
3	3	8.1	10	1.127	1.896	4.568
	2	9.2	1.651	1.343	5.182	10
	1	15.0	1.385	1.178	10	10
4	4	8.1	10	1.127	1.896	4.568
(3)	3	"				
	2	9.2	1.651	1.343	5.182	10
	1	15.0	1.385	1.178	10	10
5	5	8.1	10	1.127	1.896	4.568
(3)	4	"				
	3	"				
	2	9.2	1.651	1.343	5.182	10
	1	15.0	1.385	1.178	10	10

Remarks: (1) Safety factors of collapse for 1st section are the values at salt zone.

(2) Safety factor of 10 indicates a value equal to or greater than 10.

表5 1段組の継手強度の安全率 D_{FJ}

Wall thick. mm	Weight kgf/m	Total weight tonf	Joint strength tonf	Safety factor D_{FJ}
15.0	61.02	274.7	478.1	1.74
15.9	63.55	288.0	478.1	1.66
16.3	65.48	298.2	478.1	1.60

率が1.127とほぼ設計係数 D_{FC}^* となっているので、収束解はかなり良い最適解と考えられる。以下で、3段目の最適性を示す。

最適な2段目(9.2 mm)の区間長 X_2^* は、3段目に最薄肉が使用可能となる条件より求められる。この場合は、3段目下部での圧潰強度の安全率が条件($D_{FC} \geq D_{FC}^*$)となる。すなわち、二軸圧潰強度 $P_{ca} \geq$ 設計外圧 P_{ext} となる X_2^* であり、連立方程式(7)の解である。

$$\left. \begin{aligned} P_{ca} &= 404 \left[\{1 - 0.75(W_{TOT}/332,000)^2\}^{1/2} - 0.50(W_{TOT}/332,000) \right] \\ W_{TOT} &= [1 \sim 2 \text{ 段目重量} - \text{浮力}] \\ &= [36,795 + 38.69 \cdot X_2^*] \\ P_{ext}(X) &= \{409 - (409/3,900) \cdot X_2^*\} \cdot D_{FC}^* \\ X_2^* &= 907 (\rightarrow 910 \text{ m} : 10 \text{ m 単位}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$X_3^* = 3,900 - 910 = 2,990 \text{ m}$$

解析解 $X_3^ = 2,990$ (0~2,990) m,

肉厚 = 8.1 mm : 坑口側

* " $X_2^* = 910$ (2,990~3,900) m,

肉厚 = 9.2 mm

* " $X_1^* = 1,350$ (3,900~5,250) m,

肉厚 = 15.0 mm : 坑底側

収束解と解析解(X_i^*)との差は10 mなので、収束解は解析的に求められる最適解とみなせる。なお、3段組において最薄肉(8.1 mm)の下部での圧潰強度の安全率が、ほぼ設計係数となっているので、4~5段組にしても最適化の余地はないといえる。

4. CIS 圧潰計算式によるケーシングデザイン

ケーシングの重量は泥水中の浮力重量で計算することが多いが、ケーシング降下中の逸水の可能性などを考慮して空中重量を基準とすることもある⁶⁾。ここでは、非線形計画法の適用性を評価するために、浮力を無視することで制約条件を厳しくし、3章での収束解よりも限界に近い収束解を得ることを試みる。

デザインシステムによる、区間数ごとの収束解を表6に、圧潰強度と継手強度の安全率を表7に示す。以下に、3章と同様な収束解の最適性評価を示す。

4.1 1~2段組の評価

浮力を無視した分だけ作用軸力が大きくなるので、継手強度の安全率確保が厳しくなる。1段組の場合、圧潰強度を確保できる肉厚15 mmの坑口での継手強度の安全率は1.49なので設計不可($D_{FJ} < D_{FJ}^*$)である。なお、他の肉厚も同様である。

$$D_{FJ} = 478,100 / (61.02 \cdot 5,250) = 1.49$$

2段組の場合、1段目としては肉厚15 mmが使用できる。2段目としては圧潰強度を確保できる肉厚(9.2~13.7 mm)が候補となるが、いずれも坑口での継手強度の安全率を確保できないので設計不可である。例えば、 D_{FJ} の相対的に大きい肉厚11.5 mmでの値を示すが、やはり $D_{FJ} < D_{FJ}^*$ である。

$$D_{FJ} = 463,600 / (82,371 + 47.62 \cdot 3,900) = 1.73$$

4.2 3段組の評価

・収束解 $X_3 = 490$ (0~490) m,

肉厚 = 10.4 mm : 坑口側

・ " $X_2 = 3,410$ (490~3,900) m,

肉厚 = 9.2 mm

・ " $X_1 = 1,350$ (3,900~5,250) m,

肉厚 = 15.0 mm : 坑底側

2段目までは、圧潰強度を確保できる最薄肉を選択している。3段目としては、最薄肉(8.1 mm)の採用が

考えられるが、上部での継手強度が不足する。3段目を2段目と同じ肉厚にすると実質2段組となり、やはり継手強度が不足する。したがって、3段目の肉厚は10.4 mm以上となる。

表7に見るように、肉厚の薄い2段目上部での継手強度の安全率が1.750とほぼ設計係数 D_{FJ}^* となっているので、収束解は解析解に近いと考えられる。以下で、その最適性を示す。

この場合は、2段目上部での継手強度が律速となり、その解析解は次のように求められる。2段目上部での継手強度が設計係数となる区間長 X_2^* は、継手強度 W_J と単位長重量 W_2 および作用軸力 W_{TOT} とからなる式(8)の解である。求められた解析解は収束解と一致している

$$\left. \begin{aligned} W_J/D_{FJ}^* &= W_{TOT} = [1 \sim 2 \text{ 段目重量}] \\ 375,100/1.75 &= [82,371 + 38.69 \cdot X_2^*] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$X_2^* = 3,411 (\rightarrow 3,410 \text{ m : 10 m 単位})$$

$$X_3^* = 3,900 - 3,410 = 490 \text{ m}$$

なお、3段組でのソルト層上部の2~3段目に採用された肉厚(9.2, 10.4 mm)について、坑口までの区間長(3,900 m)を丸めの単位(10 m)ごとの組み合わせ数 $N_s = 2(3,900/10)^2 \sim 30$ 万回で、重量が最小となる実行可能解を計算機により求めたところ、収束解および解析

解と一致した。

4.3 4段組の評価

- ・ 収束解 $X_4 = 900(0 \sim 900) \text{ m}$,
肉厚 = 10.4 mm : 坑口側
- ・ " $X_3 = 2,160(900 \sim 3,060) \text{ m}$,
肉厚 = 8.1 mm
- ・ " $X_2 = 840(3,060 \sim 3,900) \text{ m}$,
肉厚 = 9.2 mm
- ・ " $X_1 = 1,350(3,900 \sim 5,250) \text{ m}$,
肉厚 = 15.0 mm : 坑底側

収束解の3段目(8.1 mm)は対象中の最薄肉である。その下部での圧潰強度の安全率は1.127と D_{FC}^* にはほぼ等しく、これより外圧の高い坑底側では用いられない。上部での継手強度の安全率は1.751とほぼ D_{FJ}^* であり、これより長い区間長は採れない。すなわち、最薄肉は最大限に用いられている。以下で、3段目の最適性を示す。

最適な2段目の区間長 X_2^* は、二軸圧潰強度 $P_{ca} \geq$ 設計外圧 P_{ext} となる値であり、連立方程式(9)の解である。解析解は収束解と10 mの差で一致している。

$$\left. \begin{aligned} P_{ca} &= 404[1 - 0.3(W_{TOT}/332,000)] \\ W_{TOT} &= [1 \sim 2 \text{ 段目重量}] \\ &= [82,371 + 38.69 \cdot X_2^*] \\ P_{ext}(X) &= \{409 - (409/3,900) \cdot X_2^*\} \cdot D_{FC}^* \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$X_2^* = 830 \text{ m}$$

表6 設計例の収束解 (CIS 計算式)

Section Total No.	Wall thick. mm	Weight of pipe W_i kgf/m	Section length X_i m	Weight of section ($W_i \cdot X_i$) kgf
1 1	None		5,250	None
2 2	None		3,900	None
1	15.0	61.02	1,350	82,371
3 3	10.4	43.16	490	21,147
2	9.2	38.69	3,410	131,943
1	15.0	61.02	1,350	82,371
			Σ 5,250	Σ 235,461
4 4	10.4	43.16	900	38,842
3	8.1	34.23	2,160	73,933
2	9.2	38.69	840	32,502
1	15.0	61.02	1,350	82,371
			Σ 5,250	Σ 227,648
5 5	10.4	43.16	900	38,842
(4) 4	8.1	34.23	2,160	} 73,933
3	"	"		
2	9.2	38.69	840	
1	15.0	61.02	1,350	
			Σ 5,250	Σ 227,648

表7 収束解での安全率 (CIS 計算式)

Section Total No.	Wall thick. mm	Safety factor			
		Collapse		Joint strength	
		Upper	Lower	Upper	Lower
1 1	None	X	X	X	X
2 2	None	X	X	X	X
1	15.0	1.370	1.162	5.804	10
3 3	10.4	10	10	1.784	1.960
2	9.2	9.356	1.324	1.750	4.554
1	15.0	1.370	1.162	5.804	10
4 4	10.4	10	7.233	1.845	2.225
3	8.1	2.437	1.127	1.751	1.899
2	9.2	1.641	1.324	3.266	4.554
1	15.0	1.370	1.162	5.804	10
5 5	10.4	10	7.233	1.845	2.225
(4) 4	8.1	2.437	1.127	1.751	1.899
3	"				
2	9.2	1.641	1.324	3.266	4.554
1	15.0	1.370	1.162	5.804	10

次いで、継手強度より3段目の区間長 X_3^* を求める。

$$W_J/D_{FJ}^* = [1 \sim 3 \text{ 段目重量}]$$

$$330,700/1.75 = [82,371 + 38.69 \cdot 830 + 34.23 \cdot X_3^*]$$

$$X_3^* = 2,176 (\rightarrow 2,170 \text{ m} : 10 \text{ m 単位})$$

$$X_4^* = 3,900 - (830 + 2,170) = 900 \text{ m}$$

収束解 X_3 は解析解と10 m の差で一致している。以上より、3段目の上部と下部はほぼ解析解と一致する。なお、3段目までの重量は $W_{TOT} = 188,763 \text{ kg}$ となる。

最上部の4段目の解析解を求める。

① 4段目を肉厚9.2 mm (38.69 kg/m) とする場合：

以下のように9.2 mm は設計不可である。

$$W_J/D_{FJ}^* < W_{TOT} = [1 \sim 4 \text{ 段目重量}]$$

$$375,100/1.75 < [188,763 + 38.69 \cdot 900]$$

$$= 223,584 \text{ kg}$$

② 4段目を肉厚10.4 mm (43.16 kg/m) とする場合：以下のように10.4 mm は実行可能解である。

$$W_J/D_{FJ}^* > W_{TOT} = [1 \sim 4 \text{ 段目重量}]$$

$$420,000/1.75 > [188,763 + 43.16 \cdot 900] = 227,607 \text{ kg}$$

* 解析解 $X_4^* = 900$ (0 ~ 900) m,

肉厚 = 10.4 mm : 坑口側

* " $X_3^* = 2,170$ (900 ~ 3,070) m,

肉厚 = 8.1 mm

* " $X_2^* = 830$ (3,070 ~ 3,900) m,

肉厚 = 9.2 mm

* " $X_1^* = 1,350$ (3,900 ~ 5,250) m,

肉厚 = 15.0 mm : 坑底側

以上より、解析解の2~4段目の重量は145,236 kg となる。目的関数の収束値145,277 kg は解析解に比べれば+0.03%となるが、2つの値はほぼ同じとみなせる。

なお、ソルト層上部の2~4段目に採用された肉厚(8.1, 9.2, 10.4 mm)について、坑口までの区間長を丸めの単位ごとの組み合わせ数 $N_s = (2 \times 3 \times 2) (3,900/10)^3 \sim 7.1$ 億回で、重量が最小となる実行可能解を計算機により求めたところ、上記の解析解と一致した。

4.4 5段組の評価

収束解 X_i は4段組と同じであった。解析解 (X_4^* と X_5^*) を示す。4段組の最上部の肉厚は10.4 mm であるから、5段組の4段目の肉厚は $8.1 < t < 10.4 \text{ mm}$ となり、肉厚9.2 mm が採用対象となる。4段目 (9.2 mm) と5段目 (10.4 mm) の区間長は、4段目上部での継手強度を律速として求められる。

$$W_J/D_{FJ}^* = W_{TOT} = [1 \sim 4 \text{ 段目重量}]$$

$$375,100/1.75 = [188,763 + 38.69 \cdot X_4^*]$$

$$X_4^* = 661 (\rightarrow 660 \text{ m} : 10 \text{ m 単位})$$

$$X_5^* = 900 - 660 = 240 \text{ m}$$

以上より、解析解の2~5段目の重量計は224,657 -

82,371 = 142,286 kg となる。目的関数の収束値145,277 kg は解析解に比べれば+2.1%ではあるが、ほぼ良い収束値といえる。

なお、ソルト層上部の2~5段目に採用された肉厚(8.1, 9.2, 10.4 mm)について、坑口までの区間長を50 m 次いで10 m ごとの組み合わせで、重量が最小となる実行可能解を計算機により求めたところ、上記の解析解と一致した。組み合わせ計算では10 m ごとにキザムと2兆回の繰返しとなり実際的ではないので、50 m ごとの組み合わせで1次的な解を求め、解近傍の±100 m で10 m ごとの組み合わせにより解を求めた。

組み合わせ数 $N_s = \{3 \cdot (3,900/10)\}^4 \sim 2$ 兆回

組み合わせ数 $N_s = \{3 \cdot (3,900/50)\}^4 \sim 30$ 億回

[段数増のシミュレーションとその結果]

5段組は実質4段組となり、その目的関数の収束値は解析解に比べれば+2.1%と、若干の最適化の余地がある。収束解 (油井管) が連続した区間で同じとなる場合には、段数を1~2増したシミュレーションにより、実質的に初期段数となる収束解を選定することも一案である。

・ 収束解 $X_5 = 250$ (0 ~ 250) m,

肉厚 = 10.4 mm : 坑口側

・ " $X_4 = 660$ (250 ~ 910) m,

肉厚 = 9.2 mm

・ " $X_3 = 2,150$ (910 ~ 3,060) m,

肉厚 = 8.1 mm

・ " $X_2 = 840$ (3,060 ~ 3,900) m,

肉厚 = 9.2 mm : 坑底側

これより、コンビネーションストリングでの2~5段目の目的関数の収束値142,420 kg は、解析解に比べれば+0.1%であり、両値はほぼ同一とみなせる。すなわち、段数増のシミュレーションにより極めて良い収束解を得られるといえる。

6. 結 論

混合整数計画問題として定式化されるケーシングデザイン問題を、非線形計画法により近似的に解くことを試みた。次いで、得られた収束解の最適性を解析的な計算手順により評価した。

簡素化された適用例ではあるが、得られたコンビネーションストリングの収束解が解析的に求められる最適解にほぼ一致していたので、ケーシングデザインへの非線形計画法の適用は有効なことが分かった。

引 用 文 献

1) 整数計画法研究部会, 1978~1979: 整数/組合せ

- 計画法の現状. その1〜その3. オペレーションズ
リサーチ, 11, 709-716, 12, 780-787, 1, 35-41.
- 2) 三牧敏太郎・矢川元基, 1994: 非線形混合整数計
画最適化手法の実用化に関する研究. 機械学会論
文集 A, 60-573, 1308-1314.
 - 3) 今野 浩・山下 浩, 1978: 非線形計画法. 日科
技連.
 - 4) 最適化研究班, 1971: SUMT による構造の最適設
計について. JSSC, 7-66, 47-69.
 - 5) 北村勝英, 1971: 非線形計画最適化手法の実用化
に関する研究. 石川島播磨技報, 11-2, 112-126.
 - 6) 石油技術協会編, 1992: 油井・パイプライン用鋼管
ハンドブック. 217-224.
 - 7) API, 1974: API Bul 5C3, 2nd Edition. 7.
 - 8) VNITTneft, 1989: Instruction for Calculation
of Casing Strings for Oil & Gas Wells. (露文)