自己回帰式を用いたスペクトル解析法における次数について On the order of autoregressive model for spectral estimation

岩谷 祥美*
Yoshiharu IWATANI

1. はじめに

平坦な地域上での大気乱流のスペクトルは中立成層で定常状態の時には白色雑音をローパスフィルターに通して得られるような変動のスペクトルの形になる場合が多い。このようなスペクトルを持つ変動を筆者の同僚の一人が「ピンクノイズ」と呼んだ事がある。白色から高周波の青色をフィルターで取り除いたので、残りはピンク色になるというのである。このピンク色をした変動のスペクトルをMaximum Entropy Method (MEM) で求める際の実際的な手続き上の問題点に関して筆者は以前に本誌の第35号において「MEMによるスペクトル解析について」と題して一文¹⁾を書いた。ここでは同様の変動を自己回帰式を利用したスペクトル解析法によって解析する際の具体的な問題について述べてみたい。

2. MEMとAR法

筆者はかつてFPEを用いてMEMにより強風のデータを解析したことがある。そのとき得られたカーブはいずれもカルマンタイプのスペクトルでよく近似できた。積分スケールとピーク周波数もカルマンタイプのスペクトルのときに互いに成り立つ関係を見事に満たした。その結果を日本気象学会1983年秋期大会で報告²⁾したものの、過去の経験からしてどこか引かかるものも感じていた。得られた結果が本当に自然の実際の姿を反映したものになっているのだろうか——という懸念が消えなかった。MEMでは得られたスペクトルの信頼度を検定する方法はないとされており、

しかたなく、与えられたスペクトルをもつ変動をシミュレートして、それをMEMで解析して、正しく解析できるかをチェックした。1988年のこの覧での報告¹⁾はこのチェックの結果にもとずいていた。筆者の懸念は的中し、上記の方法で得られたスペクトルは事実を正しく反映したものでなかった。FPEを用いて次数を決め、MEMによって得たスペクトルはカルマンタイプ以外のスペクトルをもつ「ピンクノイズ」にたいしても、カルマンタイプのスペクトルで近似できるものとなった。やむなく日本気象学会1984年春期大会では、1983年秋期大会で示した結果は事実を正しく反映したものではなく、解析法の適用の間違いによって導き出された歪められた結果であることを報告³⁾しなければならなかった。

MEMについてはその利点とともに、問題点も指摘されている。MEMの優れた点は(a)データの長さ比べて、長周期の変動のスペクトルが解析可能であること、(b)分解能が優れ、線スペクトルに近いようなシャープなスペクトルを求めることができることなどが挙げられている。他方、欠点として、(a)その次数を決める客観的な方法がないこと、(b)求められたスペクトルの信頼性を評価する方法が見つからないことなどが挙げられている。この後者の欠点とも関連して、前者の欠点がより一層重い意味を持つことがある。次数を決める客観的な方法がなく、なんらかの方法で次数を決定して、スペクトルを求めることになる。しかし、その結果の信頼性をチェックすることができないので、結果は当然一人歩きを始めるこ

* 日本大学生産工学部、助教授
Associate Professor, Industrial Technology, Nihon University
(原稿受理：平成2年10月16日)

となる。次数を決定することが決定的な意味を持つてしまうことになる。次数の決定を誤ると、誤った結果が一人歩きを始める。筆者の苦い経験はこのことを物語っている。

MEMとAR法（自己回帰式の係数を自己相関関数を用いて決定し、その係数からスペクトルを求める方法）は全く異なった発想で作り出されたものであるが、両者は親類関係にあることがわかっている。日野の著書⁴⁾には「MEMによるスペクトル解析は、確率過程に自己回帰式をあてはめることに相等しい」とある。そしてその結果、MEMによるスペクトル解析における次数の決定にFPEを用いることに根拠が与えられた。また同時に、日野の著書⁴⁾には「鋭いスペクトルラインをもつランダム変動では、FPEがはっきりした極小値を示さないで、（次数を）全データ数の半分以下で打ち切る必要がある」とあり、FPEが有効に作用しない場合のあることも述べられている。鋭いスペクトルラインをもつランダム変動と対極にあるような「ピンクノイズ」の解析ではFPEが最小になる次数では逆に小さすぎることは筆者がすでに報告したことである。そして、ある限定された範囲においては、データ数の平方根が適切な次数の大きさのおおまかな目安になることとともに、解析可能な周波数帯に関して低周波数側に限界のあることも述べた。

3. FPEによる回帰次数の決定に関して

日本風工学会誌 No. 42の論点・風工学に掲載された前田⁵⁾の論点に触れてみたい。その結びでは「AR次数に時系列のデータ数の平方根を設定したARスペクトルを見かけることがあるが、筆者はこのような次数決定に賛成できない。」と述べている。その根拠として同文のFig. 1をあげている。同図は自己相関関数が指数関数になる変動を例にとり、ラグ時間の関数として、自己相関関数の基準化標準誤差をデータ長をパラメータとして表わしたものである。このグラフと自己回帰式の次数の決定とどう関係があるのか筆者には理解できない。前田は「回帰次数を上げることによって、・・・自己相関関数の推定精度の悪い領域を使用する可能性があるからである。」と述べている。一定の長さのデータから自己相関関数を推定すれば大きなラグ時間に対して算定精度が悪くなり、その利用に際して一定の制約を受けるのは当然であるが、回帰次数を具体的にいくらにするかという問題と結び付ける

には飛躍が大きすぎる。回帰次数を小さくしたからといって、風速変動を自己回帰式に当てはめたときに、例えば、大きなラグ時間の自己相関関数までより精度良く記述できるという保証はどこにもない。

筆者は回帰次数の大きさをデータ数の平方根と関係づけたものの一人であるが、これを誰かに押しつける気持ちは毛頭ないし、これが唯一の手段だとも全く思わない。もっと一般化されエレガントで、かつ自己相関関数やスペクトルを正しく求めることのできる方法があれば、発表してもらいたいとも考える。しかし、スペクトルの形を低周波領域までなるべく現実のままに求めることを考えると赤池のFPEを用いる方法ではうまくいかなかった。これはすでに述べたとおりである。前田は結びで「・・・安全性など問題点がないわけではないが、ARモデルを用いる限りにおいては筆者は赤池のFPE基準を用いた次数決定を使用している」と述べている。結びでこのような主張をするけれども、それ以前の本文ではFPEを用いることの有効性についてはまったく触れられていない。よく読めばむしろ逆の結果と理解できる面もある。理論モデルの自己相関関数からAR係数を決め、その値からパワースペクトルを求めている。その結果とモデルのパワースペクトルを比較して、「視察で良く一致するといえるのはDryden型v成分で30次以上、Karman型u成分で10次以上、Karman型v成分では40～50次以上であった。」と述べている。この結果は無次元の時間間隔 $\Delta\tau$ が0.1の場合のものである。 $\Delta\tau$ が0.05の場合の次数の大きさは示されていないが、スペクトルが低周波領域までよく一致するために必要な次数はさらに大きくなったものと推測される。FPE基準で次数を決めたとき、大気乱流の風速変動の場合には筆者の過去の経験からはカルマンタイプの風速変動でない場合も含めて、ほとんどの場合次数は10以下であったし、また前田等の論文⁶⁾でも、2次元の時系列の場合ではあるが、 $\Delta\tau$ が0.02前後のデータの場合に、その値は4～7であったと述べられている。筆者の過去の経験では、前田によるKarman型u成分のスペクトルを持つ変動はAR法の比較的小さい次数で解析のできる変動であるが、この変動でもよく一致しているといえるには10以上の次数が必要であるというのが前田の結論である。その一方で実際のデータ解析ではFPE基準で決めた次数は10以下の小さい値であった。まして、これ以外のタイプの変動では目視でよく一致するといえるのはなお大きい次数が必要であることは前田自身の

結論でもあるし、筆者¹⁾の一文における結論も同様であった。このように本文からはむしろFPEを用いることが望ましいことではないことが示唆されているにもかかわらず、結びでは逆の主張がなされている。たとえ逆の主張というのが強すぎるとしても、少なくとも「FPE基準を使用している」ことをバックアップする根拠はなんら与えられていない。

4. AR法における次数の検討法について

前田⁵⁾はDryden型とKarman型のみを取り扱っているが、FPE基準を用いたときに問題になるのはこれらのu成分のタイプ以外のスペクトルを持つ変動を解析する場合である。自己相関関数が指数関数になる変動は次数1の自己回帰式で表現できるものであるし、大気乱流の研究によく現われるカルマンタイプ以外のスペクトルを持つ変動の場合でもFPE基準で解析したときには、次数は多くの場合に10程度以下となり、その低い次数を用いて得られるスペクトルは本来のスペクトルとは違って、高周波領域を除き全体としてカルマンタイプに近いものになってしまうというのが筆者の得た結果であった。したがって、カルマンタイプ以外の変動について議論してこそFPE基準を用いることの適否が議論できる。ここで以下に述べる方法によって、目視でよく一致するといえる次数は他のタイプのスペクトルの場合ではどの程度の大きさになるかを検討してみる。

筆者⁷⁾は以前シミュレートされた多次元風速変動の精度と用いた回帰式の次数の大きさとの関係を検討したことがあるが、その際に用いた手法を一次元の風速変動の場合に焼き直して利用することにする。つまり、まず最初に、解析対象の変動のパワースペクトルの値を離散化して、それをBlackman-Tukeyのスペクトル解析法で用いられているFourier Cosine変換の方法を利用して、自己相関関数に変換する（以下の実験の計算では1000～5000点のスペクトルの値から最大で1000～5000までのlagの相関関数を求めた）。次に、この自己相関関数から様々な次数の自己回帰式の係数を求める。さらにその回帰式で表わされる変動のパワースペクトル（以下ARスペクトルと呼ぶ）を求める。最後に、このARスペクトルと最初にモデルとしたスペクトルとを比較して、両者が目視でよく一致する自己回帰式の次数の大きさを検討する。

これに対して、前田⁵⁾の場合では、モデルのパワー

スペクトルからWiener-Khinchineの関係式を利用して解析的に自己相関関数を求め、その値を一定の時間間隔で離散化して、自己回帰式の係数の決定に利用している。つまり、逆フーリエ変換をする前にスペクトルを離散化するか、逆フーリエ変換をした後で相関関数を離散化するかという点に筆者の方法と前田の方法の相違点がある。

この両者の方法の比較なども行いながら、以下に次数の大きさに関わる問題を具体的に検討する。

5. パワースペクトルのモデル

筆者がMEMによるスペクトル解析の検討の際に使用したパワースペクトル $S_0(n)$ と同じもの、つまり、Fichtl and McVehil⁸⁾による次の実験式をここでも用いる。

$$\frac{S_0(n)}{\sigma^2} = \frac{A/n_m}{(1+1.5(n/n_m)^k)^{(5/3k)}} \quad (1)$$

ただし、 n_m は対数パワースペクトルが最大となる周波数であり、 σ は変動の標準偏差、 A と k は定数であって、次の関係がある。

$$A = \frac{1.5^{(1/k)} k \Gamma(5/3k)}{\Gamma(2/3k) \Gamma(1/k)} \quad (2)$$

ここで Γ はガンマ関数を表わす。このスペクトルをもつ変動の積分スケール（時間） L は次式で与えられる。

$$L = A/4n_m \quad (3)$$

前田⁵⁾の結果とも比較するために、ここではさらに上記スペクトルを無次元周波数 η （周波数 n を L で無次元化したもの）の関数 $S_1(\eta)$ に変換する。つまり、

$$\eta = nL = An/4n_m \quad (4)$$

であるので、次式が得られる。

$$S_1(\eta) = \frac{S_0(n)}{L\sigma^2} = \frac{4}{(1+1.5(4\eta/A)^k)^{(5/3k)}} \quad (5)$$

ここで η は0から ∞ の範囲をとる。しかし、今回のような時系列の場合には、そのパワースペクトルには時系列の時間間隔 Δt によって決まるナイキスト周波数 $1/2\Delta t$ 以上の周波数成分は含まれない。時間 t を L で無次元化した $\tau (=t/L)$ を用いれば $\eta_n = 1/2\Delta\tau$ 以上の周波数成分は含まれない。 $S_1(\eta)$ を0から ∞ まで積分すれば1になるが、0から η_n まで積分を行っても1にはならない。そこで式(5)を変形して次式を用いる。

$$S_2(\eta) = \frac{4B}{(1+1.5(4\eta/A)^k)^{(5/3k)}} \quad (6)$$

ここで B は定数であって、 $S_2(\eta)$ を0から η_n まで

積分した値が1となるように決める。このスペクトルをもつ変動の積分スケールは式(3)の L と若干異なるがスペクトルの無次元化はこの L で行なうこととする。

6. AR法における次数の検討

式(1)あるいは式(5)で表わされるスペクトルは、 $k=2$ の場合はカルマンタイプのスペクトルになり、 $k=1$ の場合はPasquill and Butler⁹⁾等によって与えられたタイプのスペクトルになる。ここでの具体的検討にはこの2種類の k のスペクトルを用いた。 $\Delta\tau$ については前田⁵⁾と同じ値、つまり、0.1と0.05に加えて、0.02の場合も検討した。

$\Delta\tau$ が0.1で k の値が2と1の場合の結果をFig. 1とFig. 2に示す。図の中の実線はモデルとして用いた式(6)を表わし、+印はAR法で得たスペクトルを表わす。以下の図もこの記号はすべて同様である(ただし、Fig. 5は除く)。Fig. 1は前田⁵⁾のFig. 5の上から3つ目のグラフに対応するものである。両者を比較してみると、次数1におけるARスペクトルの位置が互いに違っている。さらに他の次数の高周波数側の端において互いの結果が異なっており、前田の結果はモ

デルのスペクトルより大きな値を示している。この違いに関しては後で述べる。これらの違いを除けば両者の結果はおおむね一致する。モデルとAR法で得たスペクトルを低周波数側までよく一致させるには10以上の次数が必要である。一方、Fig. 2の $k=1$ の場合ではモデルとARスペクトルをよく一致させるにはさらに大きな次数が必要である。次数が小さいときには高周波数側の一部分のみで一致が見られ、次数を大きくするにつれて、一致する範囲が低周波数側に広がる。これはFig. 1と2に共通してみられる傾向である。モデルのスペクトルのタイプによってその範囲は異なるが、用いる次数によって解析可能な低周波数側の範囲が限定される。

つぎに同タイプのスペクトルであっても、 $\Delta\tau$ の大きさによって、モデルのスペクトルとARスペクトルを一致させるのに必要な次数は大きく異なる。Fig. 3とFig. 4に $\Delta\tau$ が0.02の場合の結果を示した。 $k=2$ で $\Delta\tau=0.10$ の場合には次数10でおおむね一致したが、 $\Delta\tau=0.02$ では次数を50程度にしなければ一致はみられない。Fig. 4の $k=1$ の場合ではさらに大きな次数を必要とする。モデルのスペクトルとARスペクトル

Fig. 1 Model power spectra (solid line) and spectral estimates with finite-order autoregressive models (symbol + + +). Here $k=2$ in eq. (6) and the time interval $\Delta\tau=0.10$.

Fig. 2 The same as Fig. 1 except for $k=1$.

Fig. 3 The same as Fig.1 except for $\Delta \tau = 0.02$.

Fig. 4 The same as Fig.1 except for $k=1$ and $\Delta \tau = 0.02$.

を一致させるには $\Delta \tau$ が小さくなるにつれてより大きな次数を必要とする。

7. 低次数での解析結果について

定常な大気乱流に関連した「ピンクノイズ」のARスペクトルを求める際に、自己回帰式の次数をFPEを基準にして決定すると、スペクトルのタイプに関係なくその次数は10以下になる場合が多い。その定常性が保証されているシミュレートされた変動ではデータの長さにもほとんど影響されなかった。以上のことは筆者の経験といくつかの他の人の経験に依存した事柄であって、確実に保証された事柄ではない。しかし、いくらか鋭いピークがスペクトルにある場合などを除いて数十以上になることはなく、ほとんど場合10以下であるというのが筆者の経験などからの結論である。

そこで低い次数でスペクトルを求めた場合について検討する。 $k=1$ に対応するスペクトルを次数7で解析して得られたARスペクトルをFig.5に示す。図には $\Delta \tau$ が0.1, 0.05, 0.02の3つの場合をまとめて示した。図中の実線はカルマンタイプのスペクトルによる近似曲線である。なお、この近似曲線における周波数の無次元化はARスペクトルを求めるときに得られた積分スケールで行なっている。モデルが $k=1$ のスペクトルであるにもかかわらず、 $k=2$ のスペクトルに

Fig. 5 Estimated power spectra (for eq. (6) with $k=1$) by using autoregressive models of order 7 (symbol + + +) and curves expressed by eq. (6) with $k=2$ (solid line) for approximation.

よっておおむね近似ができる。Fig.2と4では次数が7の場合の結果が示されていないが、次数が5と10の場合の結果から推察してもわかるように、次数7の場合には $k=1$ のスペクトルで近似することはできない。実際の風速データを解析する際にはあらかじめそのスペクトルの形がわかっているわけでないので、低い次

数で解析して得られる結果を信用してしまうと、自然の姿に関係なく、カルマンタイプのスペクトルという結果を得ることになりかねない。スペクトルのタイプによって必要な大きさの次数がFPE基準で与えられれば問題はないのであるが、「ピンクノイズ」を取り扱う際にはそうはならないというのがこれまでの経験である。この結果は筆者²⁾がMEMについて得た結果とも一致する。

8. 前田の理論モデルとの比較

筆者の今回のモデルでは相関係数は理論計算によるものでもなく、精度の高い数値計算に基づくものでもない。その点で結果にいくぶん厳密さを欠くかもしれない。しかし、次数を十分に大きくとればモデルのスペクトルとARスペクトルが十分に一致することからして、目視で判断する程度の精度は保証されていると考えられる。一方、前田⁵⁾の理論モデルでは、「無次元周波数が大きくなるに連れて両者（モデルのスペクトルとARスペクトル）の差がみられるが、これは離散時間間隔 $\Delta\tau$ を大きくすると顕著になり、逆に小さくすると改善できた」という問題が生じる。この原因については論じられてはいないが、これは解析的に得られた相関関数を離散化することによって発生する。つまり解析的に得られた相関関数は周波数が0から ∞ の範囲の変動に関連した値にもかかわらず、離散化することによってスペクトルからナイキスト周波数（ $1/2\Delta\tau$ ）以上の変動を切り捨てることからくる。高周波の端の領域におけるスペクトルの不一致はエイリアジングに相当する効果が現われたものである。その意味から $\Delta\tau$ が小さくなるとともにスペクトルの不一致が小さくなるのも当然である。このようにこの現象は相関関数を離散化することから生じたものであって、AR法に起因したものではない。つまり、相関関数を離散化した時点でモデルのスペクトルが当初考えたものとは異なったものに変化している。筆者による今回の解析ではモデルのスペクトルにおいてナイキスト周波数以上のスペクトルを0としているので高周波の端の領域での不一致は発生していない。

このような現象を今回のモデルを用いて再現した結果を以下に示す。 $\Delta\tau$ を0.005として式(5)（ $k=2$ とする）より自己相関関数を計算する。次にその20個毎の値を取り出し、 $\Delta\tau$ が0.1の自己相関関数に変換する。それを用いてARスペクトルを計算する。その結果をFig. 6に示した。次数1における値はFig. 1に

Fig. 6 The disagreements reproduced with the present method between model (solid line) and estimated (symbol +++) spectra in high frequency range, which are similar to the results shown by Maeda⁵⁾.

おける値とは明らかに異なり、高周波側にずれている。この結果は前田⁵⁾のFig. 5の上から3段目のグラフの次数1の結果とよく一致している。次数5と10の結果についても前田のそれとよく一致している。筆者のこの方法と前田の方法は必ずしも同一ではないが前田の結果がほぼ再現できている。なお筆者の結果の方が高周波の端での不一致が大きく見えるが、前田の図では無次元周波数で2程度以上からナイキスト周波数5までの値が描かれていないためである。このように前田の方法では高周波の端の領域でのモデルとARスペクトルの比較が基本的にできない。

以上のように、両者の方法には一長一短があり、それを十分に把握して利用することが必要である。これは風速変動のシミュレーションの際にも考慮しなければならないことであるとともに、測定データから得たスペクトルの関数近似の際にも両者の対象周波数帯が異なることを念頭に置かなければならないことも関係している。

9. 積分スケールについて

ここで積分スケールのAR次数による変化の様子を見てみたい。前田⁵⁾によればカルマンタイプのスペクトルの場合で $\Delta\tau$ が0.1のときには誤差5%あるいは3%で推定できた最小のAR次数はそれぞれ8と11であった。筆者の方法では同じ条件ではそれぞれ9と11であった。ほぼ同じ値が得られた。同形のスペクトルの場合でも $\Delta\tau$ が0.05, 0.02の場合には誤差を5%以下にするには、16, 32以上の次数が必要であり、3%以下にするには21, 52以上の次数を必要とする。モデルのスペクトルに対する積分スケールを基準にして、さまざまな次数の解析から得られる積分スケールの割合をその次数の関数としてFig. 7に示す。次数が2の場合を除いて、次数の増大とともにその割合は大きくなり、やがて1に近づく。 $k=1$ の場合よりも $k=2$ の場合の方がはるかに1への収束が速い。また時間間隔 $\Delta\tau$ が大きくなるとともにその収束が速くなる。この図の中で収束の最も遅い $k=1$ で $\Delta\tau=0.02$ の場合には、次数が500でもその割合は0.93程度である。 $k=1$ で $\Delta\tau=0.10$ の場合には、算定誤差を5%以下にするには次数を160から170程度にする必要がある。

10. むすび

理論的な意味での厳密さではなく、また、数値計算上においても非常に厳密な意味での正確さを求めない方法によってではあるが、自己回帰式を用いたスペクトル解析法の問題点と限界などについて考察した。ここで用いた方法ではFPEについて直接的には議論ができない。しかし、過去の経験などとも関連させながら、FPEを用いる次数の決定法の問題にも触れた。筆者がかつてMEMに関連して、同様の問題について検討を行なったが、この際にはシミュレートした変動を用いたためにデータの長さや次数の関係について議論できたが今回の方法ではもちろんそれもできない。MEMの場合に小さすぎる次数で解析したときに得られるスペクトルはもとのスペクトルに関係なくカルマンタイプのものになると指摘したが、今回検討したAR法の場合にも全く同様のことが指摘できる。これは変動をシミュレートする際とか、相関係数を計算する際とかの誤差に起因するものではなく、AR法そのものの性質に関わるものである。近年の大気乱流における風のスペクトルの測定結果として、 $5/3$ 以下の k の値をもつ式(1)において近似されるものが数多く発表されているが、もし測定データがそのようなスペクトルを

Fig. 7 The ratio of estimated scale to the scale obtained from eq. (6) expressed as a function of AR order.

もつ変動であってもFPEで次数を決定して解析すると、結果は本来のスペクトルに関係なく、 $k=2$ で表わされるカルマンタイプの式で近似できるという結果につながる可能性が極めて高い。測定データにあってはあらかじめスペクトルのタイプがわかっているわけでないで、平坦な場所での大気乱流の風の変動などをFPEを基準にして解析することは避けなければならない。次数を大きくすれば算定誤差が大きな相関係数を使用することになるので賛成できないということであるが、ある程度の次数の大きさは必須である。この場合の相関係数の算定誤差については系統的な傾向は存在しないので、多数の測定で事実と接近が可能であるが、低すぎる次数の解析では系統的な歪が存在する。例えば、式(1)の $k=1$ のタイプの変動であっても、そのようなタイプのスペクトルであるという結果は低すぎる次数の解析からはいくら多数のデータを解析して平均化しても得られない。式(1)において $k=1$ の場合などに、それに応じて必要な大きさの次数がFPEを基準にして得られれば問題はないが、筆者の経験等の範囲のことではあるが、そのようなことにはならなかった。もちろん $\Delta\tau$ をかなり大きくとればあるいは可能かも知れないが(確認はしていない)、特別の可能な例を取り上げては仕方がないことである。一般的な多くの場合に歪んだ結果をもたらす可能性の高い方法の使用は避けるべきである。

では必要な大きさの次数はいったいいくらであるかという問題が残る。今回の検討結果では次数は大きいほどよく、より大きな次数に対してより低周波領域まで正確なスペクトルが得られるという当然の結果が得

られた。当然とはいいいながら、この結果は相関係数の値が厳密に正確ではないとはいえ、相応の精度で得られていることが前提となっている。実際のデータ解析の場合には、そのデータ長によって次数の大きさに自ずと限界があることも確かである。次数の大きさのおおまかな目安についてはシミュレートされたデータを用いた検討結果をすでに報告¹⁾している。その際の検討では、シミュレーションの誤差によるのか、相関係数の算定誤差によるかは明確ではないが、次数を大きくし過ぎると得られるスペクトルの不安定さが増してきた。非定常性などさらにスペクトルがばらつく要素をふくむ観測データでは、ある程度のスペクトルのばらつきは避けられないだろう。大局的にみて同一とみられる条件下で多数のデータを収集解析してその結果を平均化して滑らかなスペクトルを得ることこそが信頼のできる結果を得るための正道であると考ええる。

最後に、正確なスペクトルが得られるような次数の決定法についてのより一般的な方法が開発されること、あるいはこの問題をめぐって理論的な考察が深められることに期待を表明して結びとしたい。

最後になったが文中で論文などを引用する際の著者名等の敬称を省略したことをご容赦くださるようお願いする次第です。本文は論文ではないので敬称をつけることが筋であるとの気持ちも強かったが、研究上の問題の討論に関する文章であるので、科学論文の慣例にここでも従わせていただいた。

参考文献

- 1) 岩谷；MEMによるスペクトル解析について，日本風工学会誌，Vol. 35，1988，pp45-47.
- 2) 岩谷，塩谷；強風の乱れのパワースペクトル-MEMによる解析-，日本気象学会1983年秋期大会講演予稿集，1983，p126.
- 3) 岩谷；広帯域連続スペクトルをもつ変動のMEMによる解析，日本気象学会1984年春期大会講演予稿集，1984，p84.
- 4) 日野；スペクトル解析，朝倉書店，1977，pp300.
- 5) 前田；乱流スペクトルの自己回帰モデルへのあてはめについて-1次元解析の場合-，日本風工学会誌，Vol. 42，1990，pp43-48.
- 6) 前田，牧野，足立；強風時変動風速の空間構造に関する考察-台風7916号接近時の観測資料にもとづいて-，第6回風工学シンポジウム論文集，1980，pp17-24.
- 7) 岩谷；与えられたパワースペクトルとクロススペクトルをもつ多次元風速変動のシミュレーションとその精度の検討，日本風工学会誌，Vol. 36，1988，pp11-26.
- 8) G. H. Fichtl and G. E. McVehil; Longitudinal and lateral spectra of turbulence in the atmospheric boundary layer at the Kennedy Space Center, J. Appl. Meteor., Vol. 9, 1970, pp51-63.
- 9) F. Pasquill and H. E. Butler; A note on determining the scale of turbulence, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., Vol. 90, 1964, pp79-84.