数学協働プログラム「人間行動への数理の応用による課題解決」 ワークショップの紹介

千 野 直 仁

A Note on the Coop with Math Program Workshop on “The Problem Solving Through the Applications of Mathematics to Human Behavior”

Naohito CHINO

On February 15 and 16 in 2014 a workshop was held under the auspices of The Behaviormetric Society of Japan on “The Problem Solving Through the Applications of Mathematics to Human Behaviors” by the aid of The Ministry of Education, Culture, Sports, Science, and Technology in Japan. In this note we shall briefly explain the reason why such a workshop was conducted, and summarize the talks presented at the workshop.

Key words: mathematical models, human behavior, asymmetric MDS, SVD, dual scaling, cluster analysis, SEM, cellular automaton, wavelet, framelet, dynamical system, chaos

キーワード：数学モデル，人間行動，非対称 MDS，特異値分解，双対尺度法，クラスター分析，共分散構造分析，セルオートマトン，ウェーブレット，フレームレット，力学系，カオス

1. 特集の開催の趣旨と目的

平成 26 年 2 月 15 日・16 日の 2 日間，帝京大学霞が関キャンパスで，日本行動計量学会主催のワークショップ「人間行動への数理の応用による課題解決」が開催された。このワークショップは，岡太彬訓氏と私が企画し，最終的には私が運営責任者，横山暁氏が事務担当者となり，会の運営を担当させていただいた。このワークショップは，平成 24 年度から文部省統計数理研究所が始めた文科省委託研究予算に基づく「数学協働プログラム」なるプロジェクトが昨年度募集し，採択された 10 件のワークショップの中の 1 つである（統計数理研究所，2014）。

ワークショップ「人間行動への数理の応用による課題解決」の企画に際しては，以下の諸点を開催の趣旨及び目的とした。以下の内容は，昨年 6 月に統計数理研究所に申請した内容をその後の事情で，筆者が若干修正し，参考文献を加えたものである：

まず，人間行動研究の中核としての心理学の歴史を振り返ると，心理学は人間行動を実証的な視点から研究する学問として 100 年以上前に哲学から分かれて発展してきた（例えば，Schultz, 1981）。もっとも，ウェーバーの法則やフェヒナーの法則などいわゆる実験心理学の分野の 1 つである精神物理学の知見は，1800 年代の中頃に遡るので，人間行動の実証的研究の一部はそれ以上の歴史があることになる（例えば，Herrnstein & Boring, 1965）。その結果，それぞれの分野の経験的知識の蓄積は膨大ではあるが，一部の分野を除き未だ十分な理論化がなされているとは言い難い。例えば，ゲシュタルト心理学の提唱者の一人である Lewin（例えば，1935）は，80 年ほど前に人の性格や行動などを

愛知学院大学心身科学部
(The Faculty of Psychological & Physical Science,
Aichi Gakuin University)
連絡先：〒 470-0195 愛知県日進市岩崎町阿良池 12
E-mail: chino@dpc.agu.ac.jp

位相数学の概念と場理論を用いて理論化しようとしたが、単なるデッサンに終わっている。

一般的に言って、どの分野の研究も、まず経験的事実の積み重ねは不可欠ではあるが、それにより得られる経験的法則のみでは限界がある。経験的法則は理論法則にまで高められることにより、当該研究対象としての現象の予測や制御が可能になり(例えば, Carnap, 1966), 具体的な課題解決に結びつけることができる。いずれにせよ、どのような分野の研究でも、経験的法則の確立や現象の理論法則化の過程で中心的な役割を果たすのは、多くの場合数学や数理科学である。人間行動の研究において、とりわけ心理学の分野では、これまでのところ、主として計量心理学、数理心理学、統計学などがそのための役割の一部を担ってきた。

このワークショップでは、海外で長年教鞭を取る中で計量心理学の分野の国際誌に多数の論文を発表され(米国)計量心理学会の会長も務められた西里静彦氏をはじめとする伝統的な計量心理学領域の研究者である岡太彬訓氏、足立浩平氏、荘島宏二郎氏、横山暁氏、数理心理学領域の研究者である吉野諒三氏、数理科学領域の研究者として人間の心や行動に深くかかわるところのきわめて独創的な数理科学的研究を推進しておられる西成活裕氏、新井仁之氏、Tiejun Miao 氏、雄山真弓氏、及び最近計量心理学領域と数理科学領域の両方にかかわる研究を進めている千野、の合計 11 名が一堂に会し、人間行動にかかわるさまざまな具体的問題の解決について領域横断的に議論する場を提供することを目的とした。

2. 講演内容の要約

この節では、今回のワークショップの講演者の講演内容の要約を示す。なお、基調講演者の西里静彦氏については、ここでの要約のみでなく、ワークショップ時に配布した講演予稿集に掲載された当日の講演内容に加筆・修正いただいた論文を、ここでのワークショップ講演者全員の発表内容の要約の後に、特集論文として投稿していただくことにした。こちらについては、予稿集(W08 研究集会運営委員会, 2014)の内容を参考にしワークショップ後に筆者が統計数理研究所に提出した報告書の内容(統計数理研究所, 2014)の一部に、筆者がそれらを参考にして若干の引用文献等の加筆・修正を行ったものである。

今回の 11 名の演者の研究領域は、計量心理学、数

理心理学、数理科学、工学等多岐に亘るが、演者の発表内容は「人間行動に対する数理の応用」という点では同じ目標に向けられている。しかし、それぞれの研究領域での研究方法は決して同一ではなく、伝統的な計量心理学の領域の発表者は社会行動科学的現象、すなわち検査項目を構成する尺度の信頼性や妥当性の観点から議論したり、尺度と個体からなるデータセットから線形数学を用いてどのようにしてデータの持つ基本的な構造を抽出するかを議論したり、さらには複数の対象相互の非対称な関係データをいかにしてわかりやすく表現するかについての新たな方法の提案や、すでに提案済みの演者のモデルの適用例の報告等を行った。具体的には、それらは以下のものである：

(1) 西里静彦氏は、「行動科学への数理の応用探索的データ解析と測度の関係の理解」なるタイトルで、社会行動科学の分野におけるデータ解析の基本に立ち返り、行動科学領域の研究で現在まで多用されるリッカート尺度の問題点を指摘し、同尺度を間隔尺度としてではなく名義尺度とみなした数量化をすることによってはじめて、もとのデータに含まれる豊富な情報を引き出すことができること等を指摘した(例えば, Nishisato, 1980; 2007)。また、分割表の数量化の場合、行内変数と列内変数の配置は、同一空間上にそのまま位置づけることは正しくないが、空間の次元数を 2 倍にすれば 2 種類の変数を同一空間で見ることができる(Nishisato, 2014) こと等も指摘した。

(2) 岡太彬訓氏は、「ブランドスイッチングの非対称 MDS モデルによる解析—ブランドの強みと弱みを把握する」なるタイトルで、複数のブランドからブランドへのブランドスイッチング頻度からなる非対称関係データに対する 1 つの非対称 MDS の方法として当該データに特異値分解を利用する方法(Okada & Tsurumi, 2012)を紹介し、この方法により各ブランドの競争力の優劣の明確な表示や、既存のブランド間のブランドスイッチングに基づき新たに導入されたブランド競争力の予測が可能であることなどを指摘した。

なお、特異値分解(singular value decomposition)は一般には矩形複素行列 A を USV^* と分解するもので、Beltrami (1873) に遡るといわれる。ここで、 U 、 V はユニタリ行列で、それらの各列は順に左特異ベクトル、右特異ベクトルと呼ばれる。また、 V^* は行列 V の共役転置行列である。Okada et al. の方法は、実非対称関係データという特別な行列に対する、特異値分解を応用した Eckart and Young (1936) の低階数

近似の定理を援用するものであり、左特異ベクトル及び右特異ベクトルに対して、非対称な関係に対するある種の解釈を行う。

(3) 足立浩平氏は、「心理データ解析のための行列分解」なるタイトルで、心理学の領域でよく用いられる主成分分析（三相主成分分析を含む）、因子分析における伝統的な解法のもついろいろな問題点を解消するために特異値分解を応用する彼及び共同研究者による最近の幾つかのアルゴリズム（例えば、Adachi, 2009; Adachi, 2011）を紹介した。

安立氏も岡太氏と同様、彼の方法に特異値分解を多用しているが、足立氏の場合は刺激 × 反応の実矩形データ行列や個体 × 変数の実矩形データ行列に対する低階数近似のために、特異値分解を応用している点が、岡太氏と異なる。

(4) 莊島宏二郎氏は、「非対称フォン・ミーゼス尺度法」なるタイトルで、複数の成員間の非対称な親近性データ行列をもとに、方向統計学 (Mardia & Jupp, 2000) におけるフォンミーゼス分布 (von Mises, 1918) を仮定した非対称多次元尺度構成法 AMISESCAL (asymmetric von Mises scaling) を提案し、実際のデータを用いた興味深い適用例を示した。

(5) 横山暁氏は、「重複クラスター分析法を用いた社会科学系データの理解」なるタイトルで、Yokoyama et al. (2009) が提案した重複クラスター分析法を、社会科学系データ、とりわけマーケティングデータに適用し、商品の同時購買行動の分析をおこない、興味深い結果を得ている。ここで、重複クラスター分析法は、従来の階層的クラスター分析法や k-means 法と異なり、1つの対象が同時に複数のクラスターに所属することを許容する分析法である。

つぎに、数理心理学の分野の研究の1つとして、つぎの発表がなされた：

(6) 吉野諒三氏は、「「数理心理学の深化」再考量子論的社会調査データの解析モデル」なるタイトルで、最初に Luce (1977) の講演をとりあげ、数理心理学が彼の言うようにあまり発展していない理由の1つとして数理心理学が現実社会の課題解決の姿勢を貫けなかったと推論し、自身の社会的量子理論（例えば、Yoshino, 1998）を紹介している。彼の理論は、プリゴジンの散逸構造理論 (Nicolis & Prigogine, 1977) のマスター方程式を社会調査の回答カテゴリーの特定時点の比率やその変化の問題に応用するもので、これまでに幾つかの興味深い結果を得ていることや今後の課題を指摘

した。

一方、数理科学の領域の演者は、一見複雑な主として人間行動（車の渋滞、複数の成員の退出行動、脈波の振る舞い、錯視現象等）に対して、幾つかの原理をもとに当該現象を予測する数理モデルを仮定し、当該モデルが果たして既存の観測行動を説明できるかどうかや未だ未知の行動を予測できるかどうかの議論を中心におこなった：

(7) 西成活裕氏は、「渋滞現象の数理と混雑緩和への応用」なるタイトルで、車や群衆の動きについての数理モデルとして、セルオートマトンの一種である非対称単純排除過程 (ASEP) なる確率過程モデル (Chowdhury et al., 2000) を応用し、それらの動きに関する理論解析を行い車の数が1キロあたり約25台が渋滞に転移する臨界密度になっていることなどを明らかにしている。さらにはそれをベースにして実際の車の渋滞や群衆の混雑解消のための処方箋も提供している（例えば、Nishi et al., 2013）。

(8) 新井仁之氏は、「視覚と錯視のフレームレットモデル」なるタイトルで、1980年代の中頃に発見されたウェーブレット (wavelet) (例えば、Meyer, 1986)、2003年にそれが一般化されたフレームレット (framelet) (Arai & Arai, 2010; Daubechies et al., 2003) の技術をさらに改良し視覚の基盤モデルとして適したものにした「かざぐるまフレームレット」 (pinwheel framelet) (Arai & Arai, 2009) なる新しいフレームレットを用いて、これまでにある種の幾何学的錯視の錯視成分を特定したり、新たな錯視図形の生成や画像処理方法を考案したり、図形の輪郭検出方法などを提案してきたこと、等を報告した。

(9) Tiejun Miao 氏は、「Fluctuation in psychology-A fluctuation rule in tobh recognition and performance」なるタイトルで、ゆらぎの心理学の最初の演者として、実験参加者に PC 上のターゲットを追うトラッキングを行わせ、ターゲットの動きとして正弦波、カオス波形、ランダム波形の3種を用い、さらに彼らのトラッキング中に耳の血流量を測定し、それぞれの波に対応する血流量の変動データのカオス性を検討した。その結果、トラッキング中にカオス波形を用いた場合が、それに共振したと考えられる血流量の変動におけるカオス成分（例えば、Miao et al., 2006）が他の波形の場合に比べて最も大きかったことを報告した。

(10) ゆらぎの心理学の第2演者の雄山真弓氏は、「ゆらぎの心理学—心の免疫力と柔軟性に関する指標の

発見」なるタイトルで、指尖脈波を測定し、さらに脈波のカオス性の有無を分析するためのプログラムを組み込んだ装置を開発し、それをういてこれまでに彼女達が行った実験等から、脈波は脳の中樞神経の情報も持っている (Miao et al., 2006) ことや、脈波のカオス性の多少が各種心の免疫力や柔軟性にかかわることを見つけてきたことを報告した。

また、上記の計量心理学的アプローチと数理科学的なアプローチの双方にまたがる発表もみられた。すなわち、

(11) 千野は、「小集団の成員間親近度の形成・変容についてのヒルベルト状態空間モデル」なるタイトルで、小集団の成員間親近度の形成・変容についてのアプローチとして、一方では計量心理学の一分野である非対称多次元尺度構成法の知見 (とりわけ, Chino & Shiraiwa, 1993) をベースに、他方では複数の原理に基づき複数の成員間の非対称な (親近度) 関係構造の形成・変容過程の力学系モデルを構成する数理科学的なアプローチ (Chino, 2002) を用いる方法を紹介した。千野は、この種のデータとして分析に十分耐えるような質の良い縦断的非対称な関係データが社会行動科学の領域では未だ少ないことから、少数の人間関係に関する原理的条件を組み込んだ数理モデル、とりわけ差分方程式モデルの限定的なシミュレーション結果を示し、それらの結果から得られた対人相互作用のシナリオについてその妥当性を検討した。

千野の差分方程式モデルでは、力学系の状態空間 (state space) として Chino and Shiraiwa (1993) に基づく複素ヒルベルト空間等の複素空間が仮定されるので、千野は別の論文で相互作用の過程に理論的にはカオス等が出現する可能性に言及している。もしそうであれば、我々はカオスへのルート (route to chaos) の考察が必要となろう (例えば, Seydel, 1988)。そのためにはベクトル場の分岐パラメータ (bifurcation parameters) の同定が必要となるが、1つの可能性はそれを SEM などを用いて推定する方法であろう。

参 考 文 献

- Adachi, K. (2009). Joint Procrustes analysis for simultaneous nonsingular transformation of component score and loading matrices. *Psychometrika*, **74**, 667–683.
- Adachi, K. (2011). Three-way Tucker2 component analysis solutions of stimuli x responses x individuals data with simple structure and the fewest core difference. *Psychometrika*, **76**, 285–305.
- Arai, H., & Arai, S. (2009). 2D tight framelets with orientation selectivity suggested by vision science. *JSIAM Letters*, **1**, 9–12.
- Arai, H., & Arai, S. (2010). Framelet analysis of some geometrical illusions. *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, **27**, 23–46.
- Beltrami, E. (1973). Sulle Funzioni Bilineari. *Giornale di Matematica ud uso Degli Studenti Delle Università*, **11**, 98–106.
- Carnap, R. (1966). *Philosophical Foundations of Physics*. New York: Basic Books, Inc.
- Chino, N. (2002). Complex space models for the analysis of asymmetry. In S. Nishisato, Y. Baba, H. Bozdogan, & K. Kanefuji (Eds.) *Measurement and Multivariate Analysis*. Tokyo: Springer. pp.107–114.
- Chino, N., & Shiraiwa, K. (1993). Geometrical structures of some non-distance models for asymmetric MDS. *Behaviormetrika*, **20**, 35–47.
- Chowdhury, D., Santen, L., & Schadschneider, A. (2000). Statistical physics of Vehicular traffic and some related systems. *Physics Reports*, **329**, 199–329.
- Daubechies, I., Han, B., Ron, A., & Shen, Z. (2003). Framelets: MRA-based constructions of wavelet frames. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, **14**, 1–46.
- Eckart, C., & Young, G. (1936). The approximation of one matrix by another of lower rank, *Psychometrika*, **1**, 211–218.
- Herrnstein, R. J., & Boring, E. G. (1965). *A source book in the history of experimental psychology*. Cambridge: Harvard University Press.
- Lewin, K. (1935). *A dynamic theory of personality*. New York: McGraw-Hill.
- Luce, R. D. (1977). Several unsolved conceptual problems of mathematical Psychology. *Journal of Mathematical Psychology*, **41**, 71–87.
- Mardia, K. V., & Jupp, P. E. (2000). *Directional Statistics*. New York: Wiley.
- Meyer, Y. (1986). Ondelettes et fonctions splines. *Séminaire EDP*, Ecole Polytechnique, Paris, December.
- Miao, T., Shimoyama, O., & Oyama-Higa, M. (2006). Modelling plethysmogram dynamics based on baroreflex under higher cerebral influences. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, October 8–11. Taiwan, pp.2885–2890.
- Nicolis, G., & Prigogine, I. (1977). *Self-organization in nonequilibrium systems — from dissipative structures to order through fluctuations*. New York: Wiley.
- Nishi, R., Tomoeda, A., Shimura, K., Nishinari, K. (2013). Theory of jam-absorption driving. *Transportation Research Part B*, **50**, 116–129.

- Nishisato, S. (1980). *Analysis of categorical data: Dual scaling and its applications*. Toronto: University of Toronto Press.
- Nishisato, S. (2007). *Multidimensional nonlinear descriptive analysis*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.
- Nishisato, S. (2014). Structural representation of categorical data and cluster analysis through filters. In Gaul, W., A. Geyer-Schltz, Y. Baba and A. Okada (eds.) *German-Japanese Interchange of Data Analysis Results*. New York: Springer.
- Okada, A., & Tsurumi, H. (2012). Asymmetric multidimensional scaling of brand switching among margarine brands. *Behaviormetrika*, **39**, 111–126.
- Seydel, R. (1988). *From equilibrium to chaos — Practical bifurcation and stability analysis*. New York: Elsevier.
- Schultz, D. (1981). *A History of Modern Psychology*. 3rd Edition. New York: Academic Press.
- 統計数理研究所 (2014). 数学協働プログラム <http://coop-math.ism.ac.jp/event/2013W08>.
- Von Mises, R. (1918). Über die ‘ganzzahligkeit’ der atomgewichte und verwandte Fragen. *Phys. Z.*, **19**, 490–500.
- W08 研究集会運営委員会 (2014). 数学協働プログラム平成 25 年度ワークショップ「人間行動への数理の応用による課題解決」研究集会予稿集. 帝京大学霞が関キャンパス 2014 年 2 月 15 日から 16 日
- Yokoyama, S., Nakayama, A., Okada, A. (2009). One-mode three-way overlapping cluster analysis. *Computational Statistics*, **24**, 165–179.
- Yoshino, R. (1998). A social quantum theory for the analysis of public opinion survey data. *Behaviormetrika*, **25**, 111–132.

(2014 年 7 月 9 日受付)