微分方程式型モデルによる普及現象の分析

石 井 健 一*

ANALYSIS OF DIFFUSION BY DIFFERENTIAL EQUATION MODELS

Ken'ichi Ishii

In this paper representative differential equation models for diffusion process are compared. These models are (1) simple logistic curve, (2) harmonic logistic curve, (3) exponential logistic curve, (4) modified exponential curve, (5) Gompertz curve, (6) Bass's model. Logistic-type models ((1), (2), (3)) are based on the assumption of the effects of the interactions among members in a group. On the other hand, modified exponential curve model is based on the assumption of the effects of the outside information source. Bass's model synthesizes these two components of diffusion process. The six models are applied to data on consumer durables, music records, and information diffusions. The results show that Bass's model yields the better predictions for most of actual data than any other model.

は じ め に

本稿の主題は、様々の研究分野で開発されてきた普及現象の微分方程式型モデルを概観し、実際のデータへの適用によって各モデルの比較検討をすることにある。

普及現象とは、一つの社会あるいは集団の中で、新しいアイデア、行動様式、物、情報などが成員の間で広まっていく現象をさしている。これは、流行、流言、耐久消費財の普及、伝染病、ニュースの伝播など、きわめて多様な社会現象を包含する概念である。

本稿で対象とするモデルは、こうした普及現象に関するモデルのうち、マクロな変化を説明する「大数モデル」(木下 1982)に属している。普及現象のマクロな変化を説明するモデルは、様々の研究領域でつくられてきた。たとえば、心理学では小集団内の情報伝播のモデルに Dodd (1956)、社会学ではニュースの伝播モデルに Funkhouser (1972)、マーケティング研究では商品の普及モデルに Bass (1969)、疫学では伝染病のモデルに 崎野 (1979)、というように、きわめて多様な

領域で研究がすすめられているのである。

しかし、これらのモデルを相互に比較すると、数学的に同型のものが多くみられる反面、個々の領域でのみ使われているモデルも多く、普及現象のモデルとしてどのようなモデルがどのような場合に有効なのかは、必ずしも明らかであるとはいえない。個々の研究例をみると、それぞれ特定のモデルへの適用例が示されているが、他のモデルとの比較がないため、各々のモデルがいかなる時に有効なのかは明確になっていないのである。

本稿の目的は、普及現象に関する多様なモデルを整理、検討するとともに、異なったタイプのデータについて、これらのモデルの適用を試み、各々のモデルがいかなる現象に対して成立しやすいのかを検証することにある。今回の分析では、長期的な普及現象として (1) 耐久消費財の普及データ、短期的な普及現象として (2) レコードの販売データ、流言やニュースなど (3) 情報の伝播のデータ、の 3 種類のデータ (総計 16 事例) をとりあげ、各モデルの適用を試みている。

1. 微分方程式型モデル

本稿で扱うモデルの大きな特徴の一つは、過程モデル (process model) である、ということである。

* 東京大学大学院社会学研究科社会学 B コース博士課程 (Graduate School of University of Tokyo)

一般に社会科学の領域で扱われる計量モデルの多くは、「構造モデル」であると言えよう。たとえば、多次元尺度、因子分析、パス解析のモデルなど、これらはすべて一時点での静的な構造を記述する構造モデルである。

これに対して、過程モデルは、動態的な変化を記述するモデルであり、独立変数に時間 (t) が含まれているモデルである。過程モデルには、いくつかのタイプがあるが、普及現象のモデルでは次のような微分方程式型モデルが基本的なモデルとなっている¹⁾。

$$dP/dt = f(P, t) \quad (1.1)$$

ここで、 P は普及率 ($0 \leq P \leq 1$)、 t は時間、 f は特定の関数であり、 dP/dt は P の t に関する微分係数である。動態を記述するのに、このような微分方程式型モデルは、有効な手法の一つである。 dP/dt の意味は、ある瞬間 t における P の変化の大きさを示すものであり、これがその時点の P と t の値に依存することを (1.1) 式は示している。

(1.1) の微分方程式は常に解けるとは限らないが、 $f(P, t)$ が次のように分解できる時には容易に解くことができる。

$$f(P, t) = f_P(P) \cdot f_t(t) \quad (1.2)$$

すなわち、(1.1) は、

$$dP/dt = f_P(P) \cdot f_t(t) \quad (1.3)$$

ここで、 f_P は t を含まない関数、 f_t は P を含まない関数である。(1.3) は変数分離形なので解は、

$$\int \frac{dP}{f_P(P)} = \int f_t(t) dt + C \quad (1.4)$$

で与えられる。 C は任意定数で初期条件などによって決められる。

構造モデルと比較した時、微分方程式型モデルは次の点で特徴的である。

(1) 非線形性 線形性を基本とする多くの構造モデルに比べ、(1.4) の解は、殆んどが非線形モデルとなり、複雑な関数形となる。

(2) 多くの場合、独立変数は t のみである。

これらの特徴は、微分方程式型モデルと構造モデルとの基本的な相違をよく示している。構造モデルでは、回帰分析に代表されるように、必要とあれば多数の独

立変数を用いることができ、またどのように独立変数を選択するかモデルの主眼がある。これに対し、微分方程式型モデルでは独立変数は t のみであり、モデルの主眼は、もっぱら (1.1) 式の f の関数形をどのように想定するかという点にある。データに対して適合度が高いだけでなく、既存の理論との整合性の高い f を想定するところに、微分方程式型モデルの重要なねらいがある。

普及研究の中でも、こうした微分方程式型モデルが特に発達しているのは、マーケティング研究と疫学の系譜である。とりわけ疫学では、20 世紀初頭から多くのモデルの蓄積があり、他の系譜のモデルに大きな影響を与えてきた(吉田 1971)。これらの系譜では、商品の需要予測や伝染病の蔓延予測という実践的な目的のために微分方程式型モデルが開発されている。これに対し、Rogers (1962) を代表とする社会学・社会心理学的な普及研究では、こうしたモデルの適用は散発的にはみられるものの(例えば、Dodd (1956) など)、系譜の中心的な流れであると言え難い。

しかし、筆者がここで強調したいことは、微分方程式型モデルの意義は単なる予測という側面に限定されるのではなく、普及現象の内在的なメカニズムの把握とも密接に関連していることである。これらのモデルは、普及現象のメカニズムを数学的にいかに表現するかという問題から出発しており、データへの単なる数式のあてはめではない。Rogers (1962) は、普及現象に関する数多くの一般化された命題を提出しているが、これらを実証的に検証するためにも、微分方程式型モデルは有効な手段の一つとなりうる。そこで、本章ではいくつかのモデルについて、その理論的根拠の検討を試みたい。

2. 各モデルの検討

本稿で検討するのは、普及現象に関する以下のタイプのモデルである。

- ① ロジスティック型モデル (単純ロジスティック曲線、調和ロジスティック曲線、指数ロジスティック曲線を含む。)
- ② 修正指数曲線モデル
- ③ ゴンベルツ曲線モデル
- ④ Bass のモデル

2) Rogers (1962)

3) 斎藤 (1970)

1) 別のタイプのモデルに確率微分方程式を基本とするモデルがあり、これは決定論的モデルと対比して確率論的モデル (stochastic model) とよばれ主に疫学分野で研究されているが、本稿では省略する。

これ以外にも、正規確率曲線モデル²⁾、ワイブル曲線モデル³⁾、ポリア・エゲンベルガー曲線モデル³⁾、などの適用例もあるが、これらは普及曲線の経験モデルとしては優れていても、過程モデルとしての意味づけがきわめて困難なので以下では扱わない。

2.1. ロジスティック型モデル

普及現象において、既採用者の増加につれて未採用者の採用への圧力が強化されるという事実はしばしば見かけるところである。たとえば、経済学における「デモンストレーション効果」、心理学における「集団圧力」、社会学における「模倣」といった概念は、こうした事実を示しているものと思われる。

単純ロジスティック曲線は、これを次のような微分方程式でモデル化する。

$$dP/dt = kP(1-P) \quad (2.1.1)$$

ここで P は普及率 ($0 \leq P \leq 1$)、 k は定数 ($k > 0$) である。このモデルは、未採用者 ($1-P$) の中から既採用者 (P) に比例した比率で新採用者が発生すると考えるモデルである。また、このモデルは、採用者と未採用者がランダムに相互接触する結果、新採用者が発生するというモデルとも考えられる。ここに、 k はこうした相互接触の有効性をあらわすパラメータと解釈できる。

(2.1.1) 式をとくと、

$$P(t) = 1 / (1 + \frac{q_0}{p_0} e^{-kt}) \quad (2.1.2)$$

となる。 p_0, q_0 は、 $t=0$ における採用者と未採用者の割合である。($p_0 + q_0 = 1$)

しかし、有名なこのロジスティック曲線は、様々の事例への適用例⁴⁾がある反面、普及現象のモデルとしては限界があることも指摘されてきた。それは、(2.1.1) 式の相互接触の有効性をあらわすパラメータ k は、定数ではなく、時間の経過により減少する変数とした方がよいのではないかということである。すなわち、(2.1.1) で k の代りに時間とともに減少する関数として $g(t)$ を考え、

$$dP/dt = g(t) \cdot P(1-P) \quad (2.1.3)$$

とする。今のところ、 $g(t)$ については、(i) Dodd (1956) の調和関数、(ii) Hernes (1972) の指数関数、

などの提案がある⁵⁾。

(i) の Dodd のモデルは、

$$g(t) = \frac{k}{t+1} \quad (2.1.4)$$

という調和数列を想定するものである。 $(k$ は定数) すなわち、

$$dP/dt = \frac{k}{t+1} P(1-P) \quad (2.1.5)$$

これを解くと、

$$P(t) = 1 / \left\{ 1 + \frac{q_0}{p_0} (t+1)^{-k} \right\} \quad (2.1.6)$$

となる。(Dodd 1956)⁶⁾

(ii) の Hernes のモデルは、

$$g(t) = A \cdot b^t \quad (2.1.7)$$

という指数関数を想定する。 $(A, b$ は定数で $0 < b < 1$) すなわち、

$$dP/dt = A \cdot b^t P(1-P) \quad (2.1.8)$$

これを解くと、

$$P(t) = 1 / (1 + k \cdot a^{b^t}) \quad (2.1.9)$$

が得られる。(ただし、 $k = p_0 / (a(1-p_0))$, $\log a = A / \log b$) Hernes (1972) は、同一コウホート (世代) 内での婚姻率の上昇過程にこのモデルを用いている⁷⁾。

ただし、単純ロジスティック曲線に比べた時、これらの修正案は実際の適用例も少なく、十分に検討されているとはいえない。これらの修正案が現実のデータに対して真に有効なものとなっているかどうかについて、3章ではいくつかのデータによって検討する。

2.2. 修正指数曲線モデル

ロジスティック型モデルが、ある社会内部での成員間の相互接触のモデルであるのに対し、修正指数曲線モデルは、基本的なメカニズムとして、社会の外部から独立に影響を与える情報源を想定するモデルである。ここで言う外部の独立な情報源とは、成員の接触確率が時間的に一定のものをさす。こうした情報源と

5) その他に木下 (1982) は、一度増加した後に減少する関数として

$$g(t) = A(t+1)e^{-kt}$$

を想定している。しかし、これは実際の適用例はないようである。

6) Dodd は、このモデルを流言の伝播過程にあてはめ、単純ロジスティック曲線よりもすぐれているとした。

7) Hernes (1972) によると、 b は加齢にもなう結婚可能性の低下をあらわすパラメータ、 A はコウホートの結婚可能性の水準をあらわすパラメータと解釈できる。

4) マーケティング研究で商品の普及モデルとしてよく使われている (Griliches 1957, Olshavsky 1980) は、人口増加や経済成長など社会発展のモデルにも数多くの適用例がある (Hamblin et al. 1973)。

して、マス・メディア、掲示板、セールスマンなどを想定することができるだろう⁸⁾。

ここで、新規採用の発生はすべて外部の情報源への接触によってもたらされるとし、未採用者はつねに一定の確率でこうした外部の情報源へ接触すると考え、

$$dP/dt = k(1-P) \quad (2.2.1)$$

という微分方程式を得る。この式は、未採用者 $(1-P)$ の中から一定の確率 k で新規採用者が発生することを示している。(2.2.1)をとくと、

$$P(t) = 1 - q_0 e^{-kt} \quad (2.2.2)$$

となる。初期条件として、 $q_0 = 1$ とすると、

$$P(t) = 1 - e^{-kt} \quad (2.2.3)$$

となる。これが修正指数曲線である。

修正指数曲線モデルは、ロジスティック型モデルと比較するといくつかの点で対照的である。たとえば、新規採用者数 (dP/dt) が最大になるのは、単純ロジスティック曲線では $P=0.5$ の時であるのに対し、修正指数曲線では $P=0$ の時である。また、単純ロジスティック曲線は、典型的なS字型を示すが、修正指数曲線は、初期の立上りのみが急でS字型は示さない。

修正指数曲線モデルの適用例は、ロジスティック型モデルに比べるとかなり少ないようである。商品の普及でFourt and Woodlock (1960)、ニュースの伝播でFunkhouser (1972)などの適用例が見られるだけである。(ただし、どちらも修正指数曲線モデルに改良を加えて使っている。)これは、修正指数曲線で想定されているようなメカニズムが、特殊な場合を除くと成立し難いことを示しているように思われる。

2.3. ギンベルツ曲線モデル

ギンベルツ曲線モデルの特徴は、普及現象のメカニズムを、① 普及率の増大にともなう普及の進行を強化する要素、② 時間の経過にともなう普及の進行を阻害する要素、という相反する二つの要素で説明することにある。

たとえば、ある種の流行現象を考えてみると、① 流行の拡大は、流行の採用への圧力を強化する一方、② 時間の経過につれて新奇性などの流行自身のもつ魅力

は低下する、という事実はしばしば観察される⁹⁾。ギンベルツ曲線のモデルは、①の要素を kP 、②の要素を b^t とおき、(k, b は定数、 $0 < b < 1$)、両者を積の形で結合させて次の微分方程式を得る。

$$dP/dt = k \cdot b^t \cdot P \quad (2.3.1)$$

これを解くと、

$$P(t) = C \cdot a^{b^t} \quad (2.3.2)$$

となる。(なお、 $C = P_0 / \exp(n)$ 、 $n = k / \log b$ 、 $a = \exp(n)$ である。) $0 < b < 1$ であるので、 $t \rightarrow \infty$ のとき、 $P(t) = C$ に収束する。

普及現象へのギンベルツ曲線モデルの適用例には、Pitcher *et al.* (1978)、Chow (1967) などがある¹⁰⁾。ただし、これらの研究例も示しているように、ギンベルツ曲線モデルの場合は、 P を普及率($0 \leq P \leq 1$)として考えるよりも、何らかの普及現象の絶対量の指標——たとえば、商品の需用量、販売高など¹¹⁾——として考える方が適当と思われる。(2.3.2)の $P(t)$ の収束値は、 $t \rightarrow \infty$ のとき $P(t) = C$ であるが、一般に $C \neq 1$ であるし、 $b=1$ のときは(2.3.1)の解は、

$$P(t) = P_0 \exp(kt) \quad (2.3.3)$$

であり、 $t \rightarrow \infty$ のとき $P(t) \rightarrow \infty$ となる。こうしたギンベルツ曲線モデルの特徴を考慮すると、 P は何らかの絶対量の指標($0 \leq P$)と考えた方が妥当であると思われる。

2.4. Bass のモデル

普及現象のモデルとして、ロジスティック型モデルと修正指数曲線モデルが、それぞれ、(i) 集団内部での成員間の相互接触、(ii) 外部情報源への接触、という対照的な要因をモデル化していることは既に述べた。ところで、Bass (1969) は、これらの二つの要因を統合した次のようなモデルを提案している。

$$dP/dt = k_1 P(1-P) + k_2 (1-P) \quad (2.4.1)$$

ここで k_1 はロジスティック曲線モデルの要素に対応したパラメータで「模倣係数」、 k_2 は修正指数曲線モデルの要素に対応したパラメータで「革新係数」といわれるものである。Bass (1969)によると、普及現象における新規採用者には二つのタイプがあり、これら

8) このことは、もちろん、これらについて常に修正指数曲線モデルが成立することを主張しているのではなく、現実的にいくつかの条件をおいたときのみ想定しうることである。

9) これは、Simmel (1904) の主張した流行における同調と差別化という相矛盾する二つの動機に対応している。

10) Pitcher *et al.* (1978) は、暴力現象(革命・暴動など)の発生を普及現象とみなしてギンベルツ曲線を適用している。Chow (1967) は、商品の普及への適用である。

11) これらの指標は個人の反復購買が含まれるので、普及率の指標とは異なった意味をもつ(絶対的な上限が存在しない)。

図1. Bassの曲線の形状

は、① 既採用者から影響をうけた新規採用者、② 既採用者とは無関係かつ独立に意志決定をした新規採用者にわけられる¹²⁾。 k_1 と k_2 は、各々①と②のタイプに対応している。

(2.4.1)の解は、やや複雑であるが、

$$P(t) = \frac{1 - \exp\{-(k_1 + k_2)t\}}{k_1/k_2 \cdot \exp\{(-k_1 + k_2)t\} + 1} \quad (2.4.2)$$

となる。ただし、 $P(0)=0$ の初期条件の下での解である。

Bassは、このモデルを用いた時、 k_1/k_2 の値によって普及現象のタイプを考えることを推奨している。 k_1/k_2 の値が大きいほど、(2.4.2)の曲線の形状はロジスティック曲線に近くなり、 k_1/k_2 が0に近いほど(2.4.2)は修正指数曲線に近くなる。図1をみてわかるように、 k_1/k_2 が大きくなるほど、曲線はロジスティック曲線に似たS字曲線に近づく。ただし、図1では $t=10$ のときに $P=0.5$ となるような k_1, k_2 の値の組み合わせを選択している。

Bassのモデルは、商品の需要予測モデルとして、特

にマーケティング研究では広く使われてきた。(Tigert and Farvar (1981) など) このモデルには、ロジスティック型モデルや修正指数曲線モデルにみられるような厳しい理論的な制約がなく、柔軟なモデルであると言える。また、このモデルは、当然のことながら、商品の普及以外にも高い適用可能性をもっている。しかし、Bassのモデルは、実際のデータへ適用しようとする時、いくつかの困難な点が存在していた。

それは、(2.4.2)式が他のモデルと比べて複雑な形をとっているために、モデルを変形させ線形最小二乗法に帰着させてパラメータを推定することが著しく困難であるということである。Bass (1969) は、パラメータの推定法として離散的な簡便法を提案しているが、これは最適なパラメータ推定にならない。他のモデルと適合度の比較を行なおうとする場合、このような近似的な推定法には問題がある。

また、Bassのモデルは、 $P(0)=0$ の初期条件を与えてもなおかつ自由なパラメータが2つある。自由度を考慮した上でBassのモデルと他のモデルの比較をすることが必要であるが、従来は十分な検討がなされていなかった。

3章では、これらの二点を考慮に入れた実際の分析

12) Rogers (1962) の普及理論では、前者はフォロアー、後者はオピニオン・リーダーに相当すると考えられる。

例によって、Bass モデルの適合性について議論する。

3. 分析例

ここで扱っているモデルは、すべて非線形モデルであるため、正規方程式をたてて解く線形最小二乗法を直接に適用することはできない。そこで、従来のやり方としては、適当な変数変換により、線形な方程式に帰着させて解く方法が一般的に使われてきた。たとえば、(2.2.3)の修正指数曲線について、

$$1 - P(t) = e^{-kt} \quad (3.1)$$

として、 $1 - P(t) = Z(t)$ とおき、両辺に対数変換をおこなうと、

$$\log(Z(t)) = -kt \quad (3.2)$$

となり、線形最小二乗法により k を推定できる。

しかし、ここで得られるパラメータ k の値は、(3.2)式の残差平方和を最小にしても、(3.1)式の残差平方和を必ずしも最小にしないことは明らかである。すなわち、ここで得られる k の値は、(3.1)に対する最適なパラメータと一致しないのである。

こうした問題は、単に近似的なパラメータの推定を行なうだけなら無視できるだろうが、各モデルの適合度を比較する際には無視できない問題となる。各モデルの尤度がデータに対して最大になっていなければ、モデルの適合度の比較は意味をもたないからである。

そこで、今回の分析では、非線形最小二乗法を用いることで、各モデルに対する最適なパラメータの推定を試みることにした。非線形最小二乗法とは、ある種の反復計算により残差平方和を最小にするパラメータの値を見出するものであり、今回の分析では、SALS プログラムの中の修正 Marquardt 法¹³⁾を利用している。

今回の分析で用いたデータは、全部で16種類であり、これは次のように大きく3つのタイプに分けられる。

(1) 耐久消費財の普及データ¹⁴⁾

- ① テレビ受信契約数 (昭和28~39年)
- ② 加入電話普及率 (昭和20~53年)
- ③ ラジオ受信契約数 (大正13~昭和39年)

13) 中川・小柳 (1982) 参照。なお、計算は東京大学大型計算機センターM200H/280H システムを用いた。

14) ①~③は昭和国勢総覧(1980)、④~⑦は国民生活統計年報 (1981) による。

- ④ 掃除機普及率 (農家のみ、昭和37~53年)
- ⑤ カラーテレビ普及率 (人口5万以上の都市、昭和41~55年)
- ⑥ 電気冷蔵庫普及率 (農家のみ、昭和36~54年)
- ⑦ ステレオ普及率 (人口5万以上の都市、昭和36~54年)

(2) シングル盤レコードの販売データ¹⁵⁾

- ⑧ 曲名「ダンシング・オールナイト」
- ⑨ 曲名「ランナウェイ」
- ⑩ 曲名「順子」
- ⑪ 曲名「哀愁でいと」
- ⑫ 曲名「昂」
- ⑬ 曲名「止まり木」

(3) 情報の伝播のデータ¹⁶⁾

- ⑭ 「ケネディ暗殺」のニュース
- ⑮ 「ルーズベルト死去」のニュース
- ⑯ Dodd (1956) のフィールド実験データ

計算の方法としては、まずパラメータの初期値を適当に設定し、反復計算で収束に成功したかどうか確かめた。収束に失敗した場合は、初期値を変更して再び試みた。なお、モデルをあてはめるときは、データの最終値も一般に未知であるので、同時にこれも推定した。たとえば、(2.1.2)の単純ロジスティック曲線の場合、データの最終値を S とし、

$$P(t) = S / \left(1 + \frac{q_0}{p_0} e^{-kt} \right) \quad (3.3)$$

としてパラメータを推定する。($0 \leq P \leq S$ となる。) (3.3)は、 $p_0 + q_0 = 1$ であるので自由なパラメータは、 S 、 p_0 、 k の3つとなる。

ここでデータにあてはめたモデルは、(1) 単純ロジスティック曲線、(2) 調和ロジスティック曲線、(3) 指数ロジスティック曲線、(4) 修正指数曲線、(5) ギンベルツ曲線、(6) Bass のモデル、の6つである。これらをあてはめた結果が表1である。

表1で示したのが、各モデルに対するAIC (赤池の情報量基準) の値である。この場合のように各モデルの自由度が異なるときは、説明率 (R^2) などで直接にモデルの比較をすることはできない。AICは、自由度を考慮したモデルの良さの基準となるもので、

$$AIC = -2 \ln M + 2r \quad (3.4)$$

である。(M は最大尤度、 r は自由なパラメータ数)

15) オリコン年鑑 (1981) による。なお、データはすべて1週間間隔。

16) ⑭と⑮は、Hill and Bonjean (1964) による。

表1. AIC の値

		データ 数	単 純 ロ ジ ス テ ィ ッ ク	調 和 ロ ジ ス テ ィ ッ ク	指 数 ロ ジ ス テ ィ ッ ク	修 正 指 数	ゴンペルツ	Bass
耐 久 消 費 財 の 普 及	①	12	202.92	237.48	206.96	269.24	208.52	201.87*
	②	34	655.35*	737.51	667.43	785.70	675.36	662.06
	③	21	393.00*	408.49	402.53	463.71	404.98	397.30
	④	18	317.78	332.56	331.35	377.70	330.66	317.75*
	⑤	15	257.64	249.96*	254.51	326.70	259.70	251.96
	⑥	19	345.51	345.86	350.49	412.01	346.71	342.20*
	⑦	19	362.73	358.51	359.54	364.61	357.08	355.33*
レ コ ー ド の 販 売 枚 数	⑧	35	641.02	686.44	642.74	786.81	634.36	627.84*
	⑨	26	462.90	462.89	468.20	563.73	455.56	428.46*
	⑩	25	450.28*	517.42	476.55	557.34	472.81	451.31
	⑪	24	452.57	416.82	401.85	489.22	399.83	399.81*
	⑫	30	535.06	546.17	534.52	640.03	519.15	477.35*
	⑬	29	556.73	499.90	502.19	600.39	498.23*	511.66
情 報	⑭	7	134.16	131.73	130.24	117.78*	131.45	118.92
	⑮	7	137.65	133.49	132.60	117.00*	133.58	117.96
	⑯	6	17.975*	34.176	34.411	49.023	29.026	51.058

*は AIC 最小のモデルをさす

AIC が小さいほど、モデルのあてはまりが良いことを示す。(赤池 1976) ただし、注意すべきことは、(3・4) 式をみてもわかるように、AIC はデータの個数に依存しているため、異なるデータに対する AIC の比較は意味をもたないことである。すなわち、表 1 で AIC は横にみた値の差だけが意味をもつ。

得られた結果をまとめると、以下ようになる。

(1) 耐久消費財の普及データ

マーケティング研究で耐久消費財の需要予測モデルとして広く使われてきたモデルは、Bass のモデル¹⁷⁾ とロジスティック曲線¹⁸⁾ である。今回の分析結果も、これらのモデルがすぐれていること、特に Bass のモデルのあてはまりが良いことを示している。Bass のモデルの適合度の良さは、耐久消費財の普及において、対人接触とマス・メディアの効果が同時に働くという「コミュニケーションの 2 段の流れ」理論 (Katz and Lazarsfeld 1955) と矛盾しない。その他のモデルは、調和ロジスティック曲線が⑤のカラーテレビに対し AIC が最小になっていることを除くと、概してあてはまりが悪い。特に修正指数曲線は、すべてのデータに

ついて AIC が最大になっており、耐久消費財の普及に関しては、修正指数曲線が想定するようなメカニズム (外部情報源への一定の接触) は成り立ち難いことを示している。

(2) シングル盤レコードの販売データ

耐久消費財の普及と比べて、流行歌のレコードの普及は短期的かつ心理的な要素が強いのが特徴である。しかし、表 1 をみると、やはり AIC の値は殆んどが Bass のモデルを支持しており、(1) と同じような結果を示している。

(3) 情報の伝播のデータ

情報の伝播については、従来、一般の普及現象のモデルとはやや異なったモデルが、いくつかつくられてきた。例えば、ニュースの伝播には、Funkhouser (1972) が修正指数曲線の改良モデルを用いており、流言の伝播には、Dodd (1956) が調和ロジスティック曲線を用いている。今回の分析結果も、⑭と⑮のニュースの伝播については修正指数曲線の AIC が最小であった。データの出典である Hill and Bonjean (1964) によると、これらのニュースの伝達媒体は多くがマス・メディアであり、対人接触は小さな役割しか果たしていない。これは、2.2 で述べた修正指数曲線モデルの「外部情報源への接触」という理論的想定ともよ

17) Bass (1969), Nevers (1972), Tigert and Farvar (1981) など。

18) Mansfield (1961), Olshavsky (1980) など。

表 2. Dodd (1956) のデータへのあてはめ結果

t	実測値 (人)	Dodd (1956) による 調和ロジスティック 推定値	今回の単純ロジス ティック推定値
0	42	39.49	41.68
1	111	112.20	111.56
2	164	159.45	163.00
3	178	175.89	178.50
4	180	181.06	181.75
5	184	182.82	182.38

く一致する。普及現象の中で、修正指数曲線モデルが成立するのは、この種のデータ以外には殆んどないようであり、マス・メディアの主導性が強い特異な普及現象であることを裏づけている。

これに対して⑩は、流言の伝播に関する Dodd (1956) のフィールド実験データを再分析したもので、伝達媒体は全て対人接触である。この事実からも予想されたとおり、修正指数曲線のあてはまりは悪く、単純ロジスティック曲線で AIC が最小になっている¹⁹⁾。ただし、Dodd (1956) は、同じデータに対して調和ロジスティック曲線の方が単純ロジスティック曲線よりもあてはまりが良いとしているが、表 2 で示されるように単純ロジスティック曲線の方が今回の分析では適合度が高い²⁰⁾。これは、Dodd (1956) と今回の分析の計算法の違いによるものと思われる。

ま と め

普及現象への微分方程式型モデルは、① ロジスティック曲線タイプ、② 修正指数曲線タイプの 2 つに大別できる。そして、前者は対人接触型の普及現象に、後者は外部の情報源（マス・メディアなど）が主導的な普及現象に、それぞれ適合しやすいことが理論的に予想される。今回の分析結果も、この理論的予想をある程度支持している。

19) ここで Bass のモデルの AIC が極端に悪いのは、これが $P(0)=0$ の下でのモデルを用いているからである。一般の普及現象では $P(0) \neq 0$ となるが、Dodd (1956) ではフィールド実験のため $t=0$ で人為的に 42 人に流言を知らせているのである。

20) ここで推定された単純ロジスティック曲線の各パラメータは、

$$P(t) = 182.554 / \{1 + 3.37884 \exp(-1.67)t\}$$
 である。

しかし、現実の普及現象を一方の要素のみで説明することは常に可能ではない。Rogers (1962) も、普及過程においてマス・メディアと対人接触の両者がともに機能していることを述べている。このため、一方の理論的前提からのみ導かれたモデルよりも、両者を統合した Bass のモデルが成立しやすくなる。今回の分析例でも、Bass のモデルは、多くの普及現象のデータに対して、比較的安定して高いあてはまりを示した。

普及現象への微分方程式型モデルの適用の意義は、需要予測のような単なる実践的な側面だけでなく、モデルを通じて普及現象に内在するメカニズムを知りうるという点にある。さらに多くのデータに対して実証的分析をおこなうことが、普及現象のメカニズムの解明にとって重要であると言えよう。

参 考 文 献

- 赤池弘次 (1976) 情報量基準 AIC とは何か——その意味と将来への展望, 数理科学, No. 153, pp. 5-11.
- Bass, F.M. (1969) A new product growth model for consumer durables, *Management Science*, **15** (5), pp. 217-227.
- Chow, C.G. (1967) The technological change and the demand for computers, *The American Economic Review*, **57**, pp. 1117-1130.
- Coleman, J.S. (1964) *Introduction to Mathematical Sociology*, Free Press.
- Dodd, S.C. (1956) Testing message diffusion in harmonic logistic curves, *Psychometrika*, **21**(2), pp. 191-205.
- Fourt, L.A. and Woodlock, J.W. (1960) Early prediction of marketing success for new grocery products, *Journal of Marketing*, **25**(2), pp. 31-38.
- Funkhouser, G.R. (1972) Predicting the diffusion of information to mass audiences, *Journal of Mathematical Sociology*, **2**, pp. 121-130.
- Griliches, Z. (1957) Hybrid Corn, *Econometrica*, **25** (4), pp. 501-522.
- Hamblin, R.L., Jacobson, R.B. and Miller, J.L.L. (1973) *Mathematical Theory of Social Change*, John Wiley.
- Hernes, G. (1972) The process of entry into first marriage, *American Sociological Review*, **37**, pp. 173-182.
- Hill, R.J. and Bonjean, C.M. (1964) News diffusion, *Journalism Quarterly*, **41**, pp. 336-342.
- Katz, E. and Lazarsfeld, P.F. (1955) *Personal Influence: the part played by people in the flow of mass communications*, Free Press (竹内郁郎訳, パーソナルインフルエンス, 培風館).
- 木下富雄 (1982) 流言伝達のモデル, 「現代社会心理

- 学の発展 I」(三隅二不二・木下富雄編), pp. 240-259.
- 国民生活統計年報(1981) 至誠堂
- Mansfield, E. (1961) Technological change and the rate of imitation, *Econometrica*, **29**(4), pp. 741-746.
- 中川 徹・小柳義夫(1982) 最小二乗法による実験データ解析——プログラム SALS, 東大出版会.
- Nevers, J.V. (1972) Extensions of a new product growth model, *Sloan Management Review*, **13**, pp. 77-91.
- Olsavsky, R.W. (1980) Time and the rate of adoption of innovations, *Journal of Consumer Research*, **6**, pp. 425-428.
- オリコン年鑑(1981) オリジナル・コンフィデンス社.
- Pitcher, B.L., Hamblin, R.L. and Miller, J.L.L. (1978) The diffusion of collective violence, *American Sociological Review*, **43**, pp. 23-35.
- Rogers, E.M. (1962) *Diffusion of Innovations*, Free Press(藤竹暁訳, 技術革新の普及過程, 培風館).
- 斎藤嘉博(1970) 予測, 日科技連.
- 崎野滋樹(1979) 病気の流行・多発に対する疫学的アプローチ, *Engineers*, No. 367, pp. 10-13.
- Simmel, G. (1904) Fashion, *International Quarterly*, **10**, pp. 130-155. (Reprinted in *American Journal of Sociology*, **62**, pp. 541-558, 1957)
- 昭和国勢総覧(1980) 東洋経済新報社
- Tigert, D. and Farvar, B. (1981) The Bass new product growth model, *Journal of Marketing*, **45**, pp. 81-90.
- 吉田正昭(1971) 情報の伝播, 共立出版.

—1984年4月受付, 1984年8月再受付—